

بسم الله الرحمن الرحيم

جلسه دوم

تمرین تئوری خطاها

مجید سعیدی

برای افزایش دقت در اندازه گیری پارالاکس یک نقطه بر روی یک زوج عکس هوایی، فلاتین ماک ها را 10 بار در نقطه مورد نظر بر روی زمین مماس کرده و اعداد زیر مشاهده گردیده اند:

Rm1=4.890mm	Rm2=4.920mm	Rm3=4.900mm
Rm4=4.870mm	Rm5=4.930mm	Rm6=4.960mm
Rm7=4.990mm	Rm8=4.980mm	Rm9=4.970mm
	Rm10=4.940mm	

پارامترهای زیر را محاسبه کنید.

میانگین، خطاهای ظاهری، وریانس، خطاهای متوسط هندسی، خطاهای متوسط حسابی، خطای معیار، خطای محتمل، خطای 90٪، خطای حداکثر یا ماکزیمم، بازه اطمینان 90٪ برای مشاهدات.

میانگین:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{49.35}{10} = 4.935$$

خطا ظاهری:

$$v_i = a_i - \bar{a}$$

$$v_1 = 4.890 - 4.935 = -0.045$$

$$v_2 = 4.920 - 4.935 = -0.015$$

$$v_3 = 4.900 - 4.935 = -0.035$$

$$v_4 = 4.870 - 4.935 = -0.065$$

$$v_5 = 4.930 - 4.935 = -0.005$$

$$v_6 = 4.960 - 4.935 = +0.025$$

$$v_7 = 4.990 - 4.935 = +0.055$$

$$v_8 = 4.980 - 4.935 = +0.045$$

$$v_9 = 4.970 - 4.935 = +0.035$$

$$v_{10} = 4.940 - 4.935 = +0.005$$

خطا متوسط هندسی (انحراف از معیار):

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{0.002025 + 0.002025 + 0.000225 + 0.001225 + 0.004225 + 0.000025 + 0.000025 + 0.000625 + 0.003025}{9}} =$$

$$\pm 0.040345728$$

خطا ماکزیمم:

خطای ماکزیمم در نقشه برداری ضریب $k=2.5$ است اما مقدار حقیقی آن 2.675 است.

$$e_{max} = 2.5 \times \sigma = 2.5 \times 0.040345728 = 0.100864320$$

به علت این که مقدار عددی تمامی خطاهای ظاهری از خطای ماکزیمم کمتر است مشاهده اشتباه نداریم و به انجام بقیه عملیات می پردازیم.

خطا متوسط حسابی:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^n |v_i|}{n}$$

$$e = \frac{|-0.045| + |-0.015| + |-0.035| + |-0.065| + |-0.005| + |0.025| + |0.055| + |0.045| + |0.035| + |0.005|}{10} =$$

$$0.033$$

خطا معیار:

$$s = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{10} \times 0.1465 = 0.000162778$$

خطا محتمل:

$$E_{50} = 0.6745 \times \sigma = 0.6745 \times 0.040345728 = 0.027213194$$

خطا 90٪:

$$E_{90} = 1.6449 \times \sigma = 1.6449 \times 0.040345728 = 0.066364688$$

وریانس:

$$s^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{9} \times 0.01465 = 0.00162778$$

۱۰. بازه اطمینان ۹۰٪ برای مقادیر

$$[\bar{x} - k \delta \bar{x} \quad \bar{x} + k \delta \bar{x}]$$

$$\left[4,935 - 1,445 \times 0,010344003 \quad 4,935 + 1,445 \times 0,010344003 \right]$$

$$\left[4,935 - 0,014944 \quad 4,935 + 0,014944 \right]$$

$$\left[4,920 \quad 4,950 \right]$$