



فتوگرامتری تحلیلی

(Analytical Photogrammetry)

1. Photogrammetry

By: Francis H. Moffitt and Edward M. Mikhail

انتشارات (نسخه چاپ ایران): دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.

2. ELEMENTS OF PHOTOGRAMMETRY

By: Paul R. Wolf, Bon A. Dewitt,

3. Analytical Photogrammetry

By: Sanjib K. Ghosh

۴. مبانی فتوگرامتری – دکتر مجید همراه – انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.

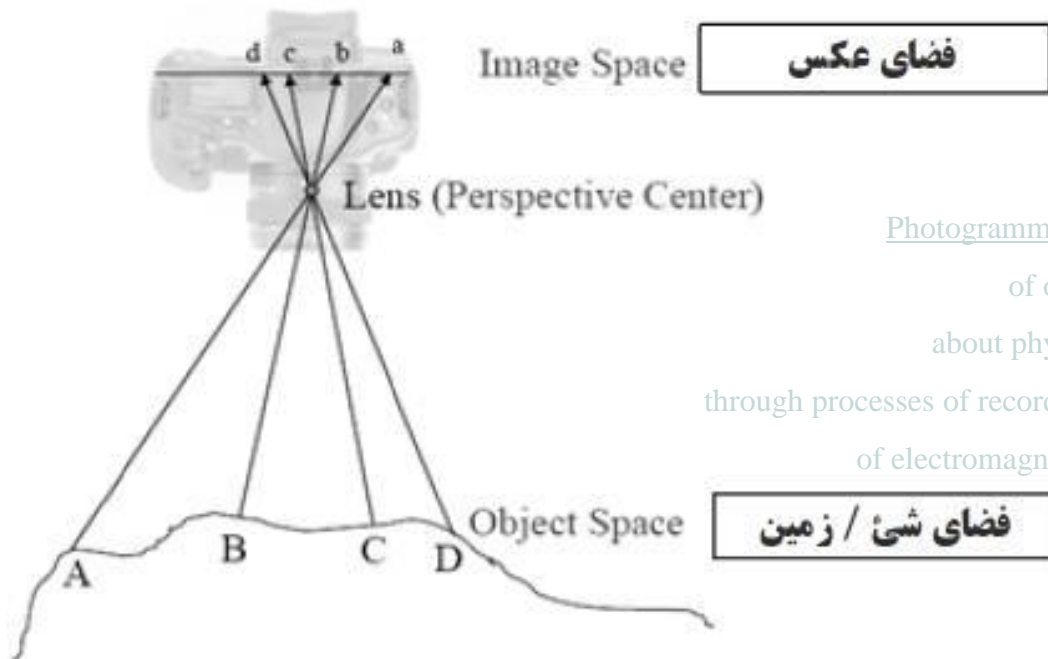
۵. فتوگرامتری تحلیلی – دکتر جلال امینی – انتشارات: دانشگاه تهران.

۶. جزوء فتوگرامتری تحلیلی دکتر ولدان زوج: دانشگاه خواجه نصیر.

تعریف فتوگرامتری

- فتوگرامتری، علم، هنر و تکنولوژی به دست آوردن اطلاعات مطمئن درباره‌ی پدیده‌های فیزیکی و محیطی از طریق ثبت، اندازه‌گیری و تفسیر تصاویر و الگوها بر روی عکس‌های هوایی و یا دیگر صورت‌های بازتاب انرژی الکترومغناطیس می‌باشد.

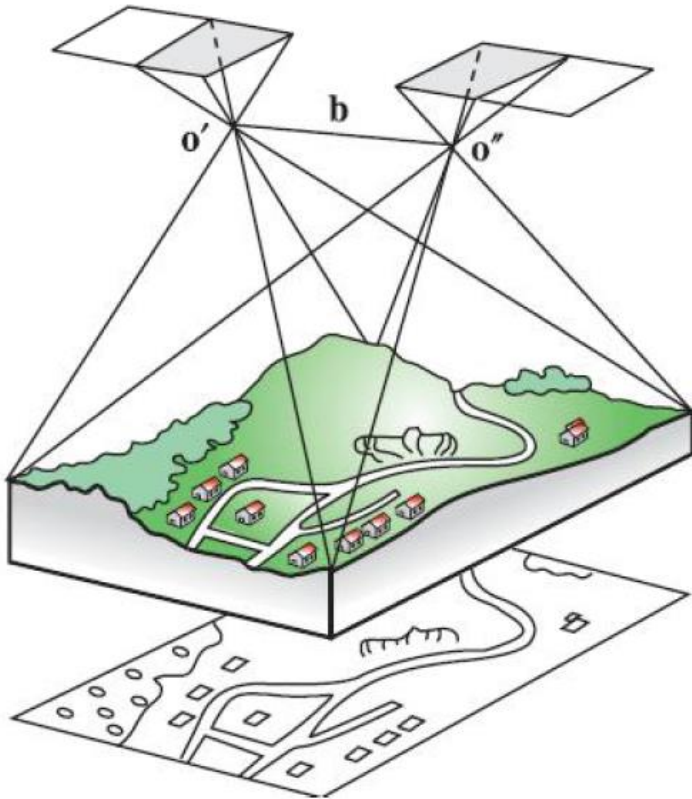
(بر اساس تعریف انجمن فتوگرامتری و سنجش از دور آمریکا).



Photogrammetry is the art, science, and technology of obtaining reliable information about physical objects and the environment, through processes of recording, measuring, and interpreting images and patterns of electromagnetic radiant energy and other phenomena.

تعریف فتوگرامتری

در این تعریف دو زمینه کاملاً متفاوت نهفته است که از یکدیگر جدا شده و هر کدام در مسیر خود پیش می‌روند. یکی کسب اطلاعات از طریق ثبت و اندازه‌گیری و دیگری از طریق تعبیر و تفسیر است.



تعریف فتوگرامتری

فتوگرامتری متریک:

به منظور تهیه نقشه‌های توپوگرافی به کار می‌رود ضمن اینکه محاسبات دیگری مثل محاسبه سطح، حجم، ارتفاع، زاویه، اندازه و اشکال پدیده‌های روی زمین را نیز می‌تواند برآورد کند.

فتوگرامتری تفسیری:

به منظور تشخیص، شناسایی، تجزیه و تحلیل پدیده‌ها بکار می‌رود و عموماً اطلاعات توضیحی و تشریحی جمع‌آوری می‌کند.



تعریف فتوگرامتری

به طور کلی اطلاعاتی که در فتوگرامتری مد نظر ما هستند به دو دسته کمی و کیفی تقسیم می شوند.

Quantitative

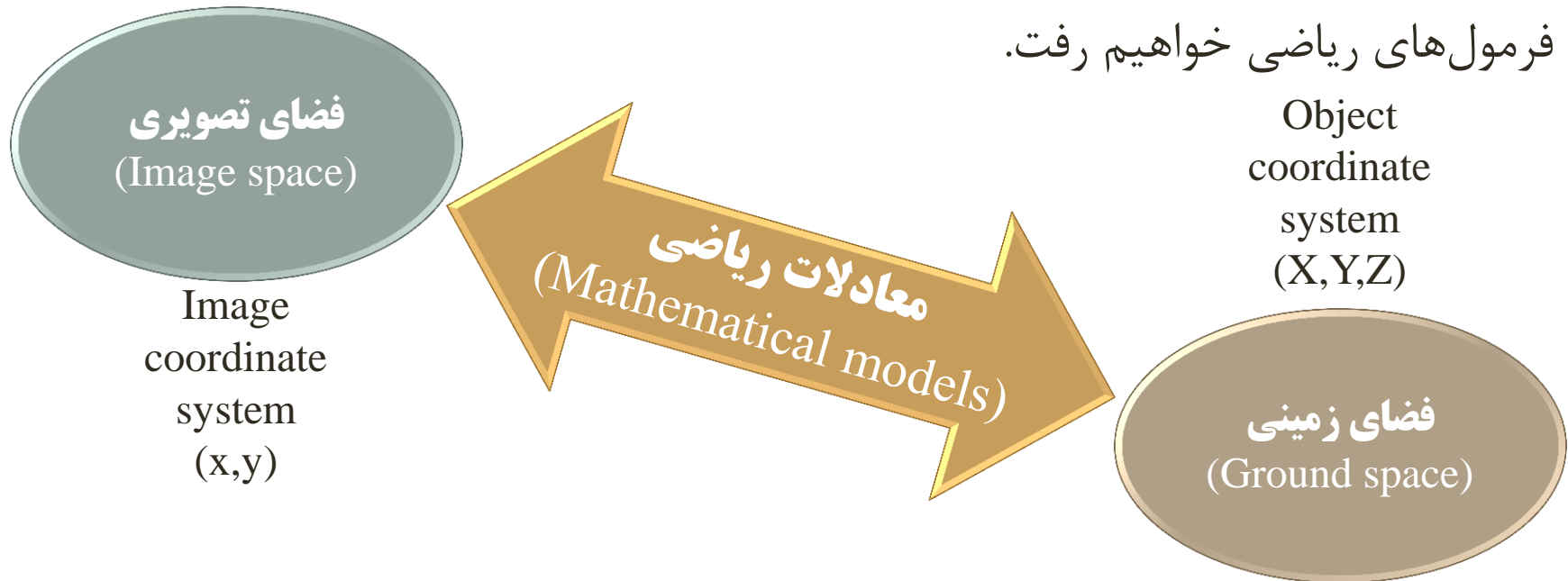
- اطلاعات کمی به همان بحث اندازه گیری در تعریف ارائه شده بر می گردد.

Qualitative

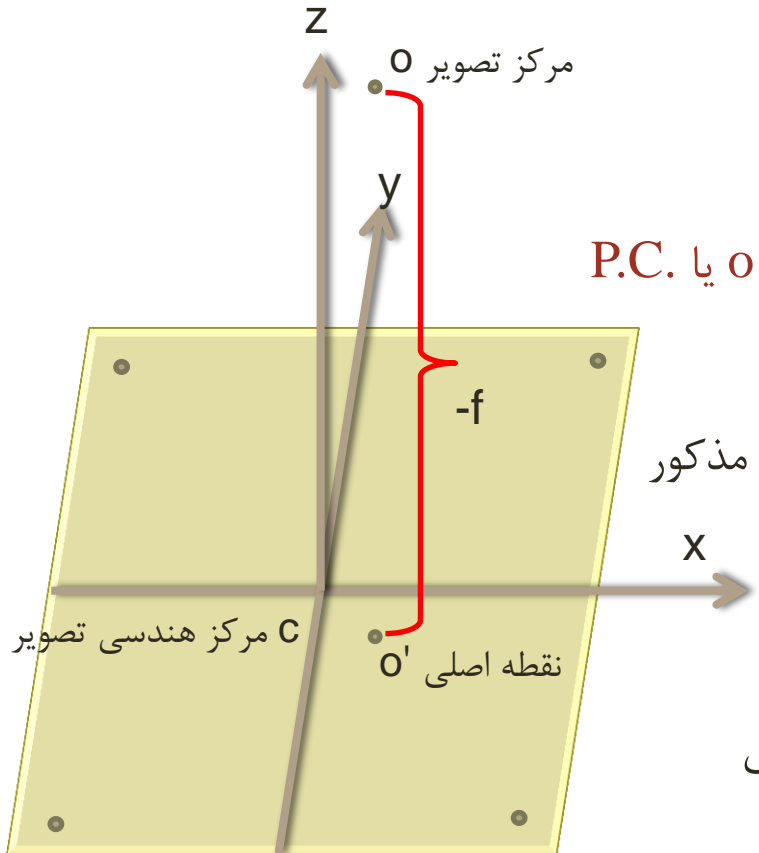
- اطلاعات کیفی به تعبیر و تفسیر تصویر اشاره دارد.

Analytical photogrammetry

- فتوگرامتری تحلیلی یا فتوگرامتری محاسباتی بر روی اطلاعات کمی کار می کند.
- هدف: استخراج اطلاعات کمی است ولی کار اندازه گیری را نمی خواهیم به صورت دستی انجام دهیم، بدین منظور بوسیله کامپیوتر و به صورت محاسباتی می توان این کار را انجام داد، که جهت انجام این کار به سراغ راه حل های ریاضی و استفاده از فرمول های ریاضی خواهیم رفت.



مرورای بر برخی از تعاریف



➤ نقطه مرکز تصویر (Perspective Center):

مهمترین و اساسی ترین نقطه در فتوگرامتری است → نقطه O یا P.C.

➤ نقطه اصلی یا Principle point:

پای قائم نقطه مرکز تصویر (O) به عنوان جانشینی برای نقطه مذکور

در صفحه عکس، فیلم یا تصویر → نقطه O' یا P.P.

➤ نقطه تلاقی فیدوشال مارک ها:

محل تلاقی خطوط واصل مابین علائم کناری را مرکز هندسی

می گویند → نقطه C

➤ نقطه Symmetry Point:

همه اعوجاجات عدسی نسبت به این نقطه حالت شعاعی دارد. در صورت

عدم معرفی مختصات مربوطه می توان نقطه مرکز عکس را به جای آن به

کار برد.

مروری بر برخی از تعاریف

➤ فاصله اصلی Principle distance

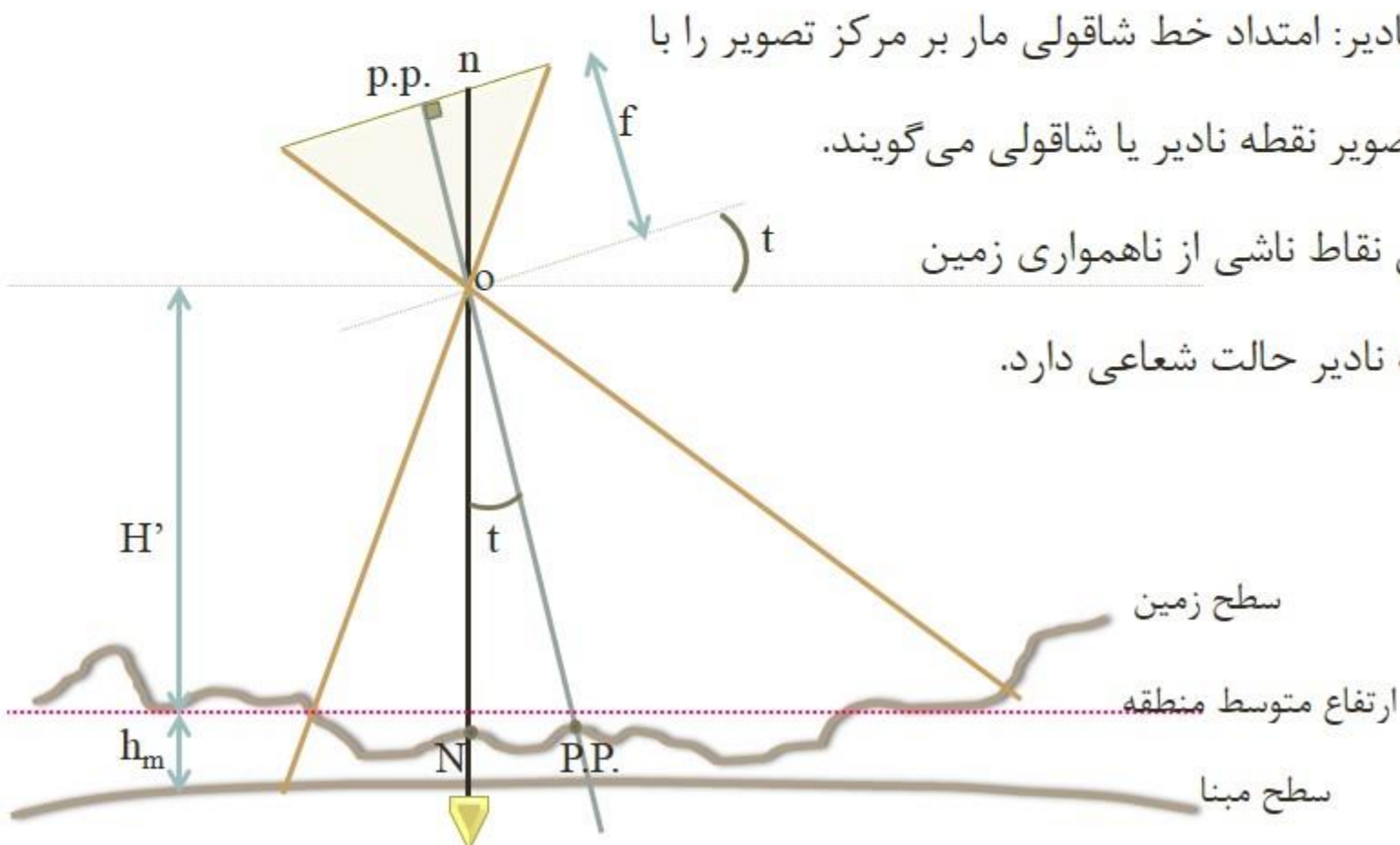
فاصله مرکز تصویر (P.C.) تا صفحه تصویر را گویند و با حرف C نمایش می دهند ($f \approx C$).

➤ نقطه نادیر: امتداد خط شاقولی مار بر مرکز تصویر را با

صفحه تصویر نقطه نادیر یا شاقولی می گویند.

جابه جایی نقاط ناشی از ناهمواری زمین

نسبت به نادیر حالت شعاعی دارد.



مروری بر برخی از تعاریف

تفاوت فاصله کانونی و فاصله اصلی در چیست؟

- در فاصله اصلی تصویر یا عکس در فاصله کانونی (f) قرار می گیرد که بهترین وضوح را خواهد داشت.

➤ علت: به علت اینکه میزان ارتفاع پرواز در فتوگرامتری هوایی و فضایی بالاست بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{h} = \frac{1}{c} \quad \xrightarrow[h \gg c]{\frac{1}{h} \cong 0} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{c} \Rightarrow f \cong c$$

مرورهای بر برخی از تعاریف

➤ خط بزرگترین شیب (Principle line):

خط واصل دو نقطه مرکز عکس (p.p.) و نقطه نادیر (Nadir).

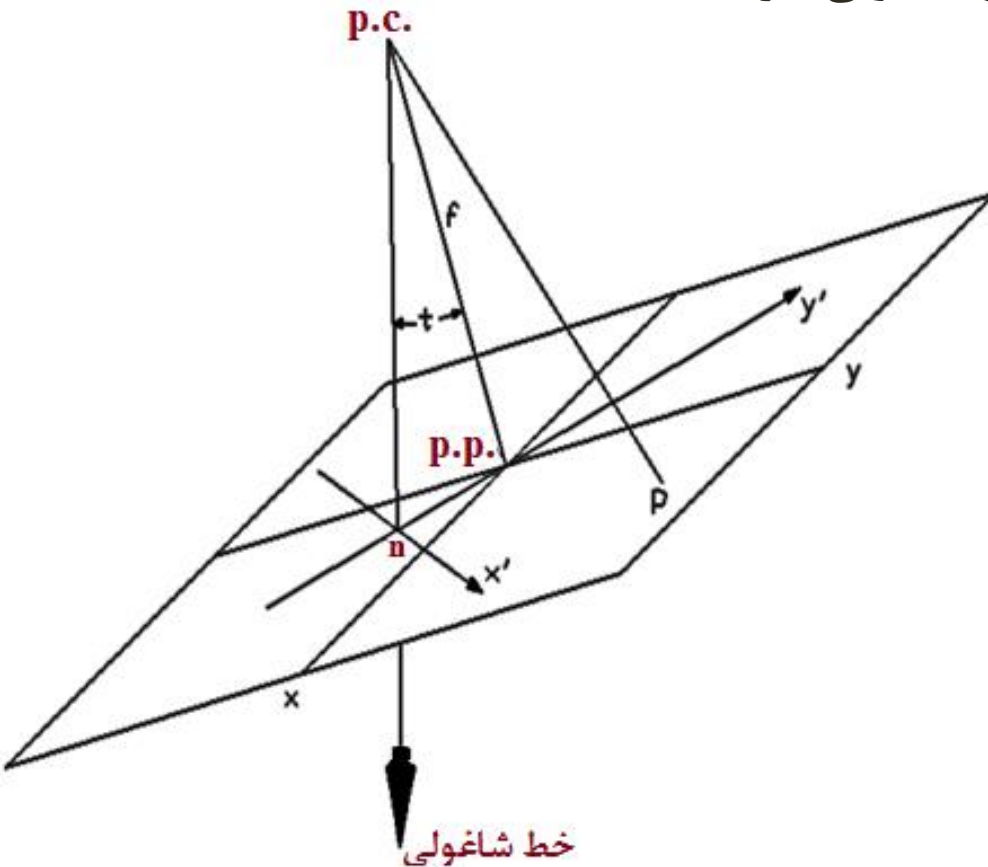
نقاط واقع بر خط بزرگترین شیب، مقیاس متفاوتی دارند.

➤ صفحه اصلی (Principle plane):

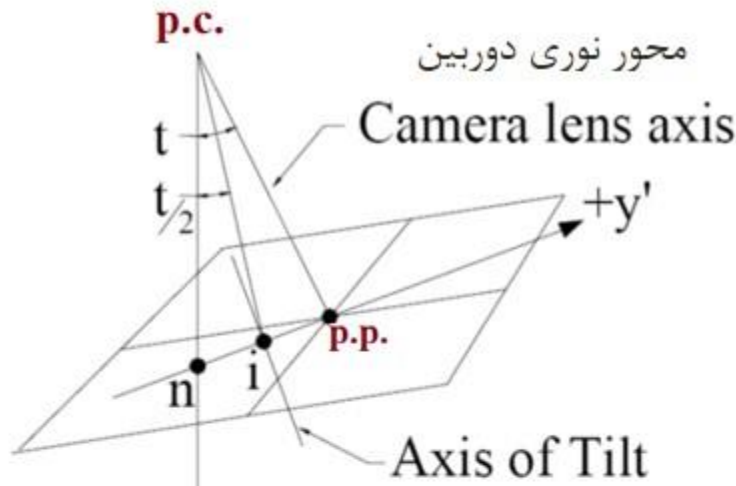
صفحه قائمی که از نقطه اصلی (P.P.)،

نقطه مرکز تصویر (P.C.)

و خط بزرگترین شیب می گذرد.



مروری بر برخی از تعاریف



➤ نقطه ایزوسنتر (Isocenter):

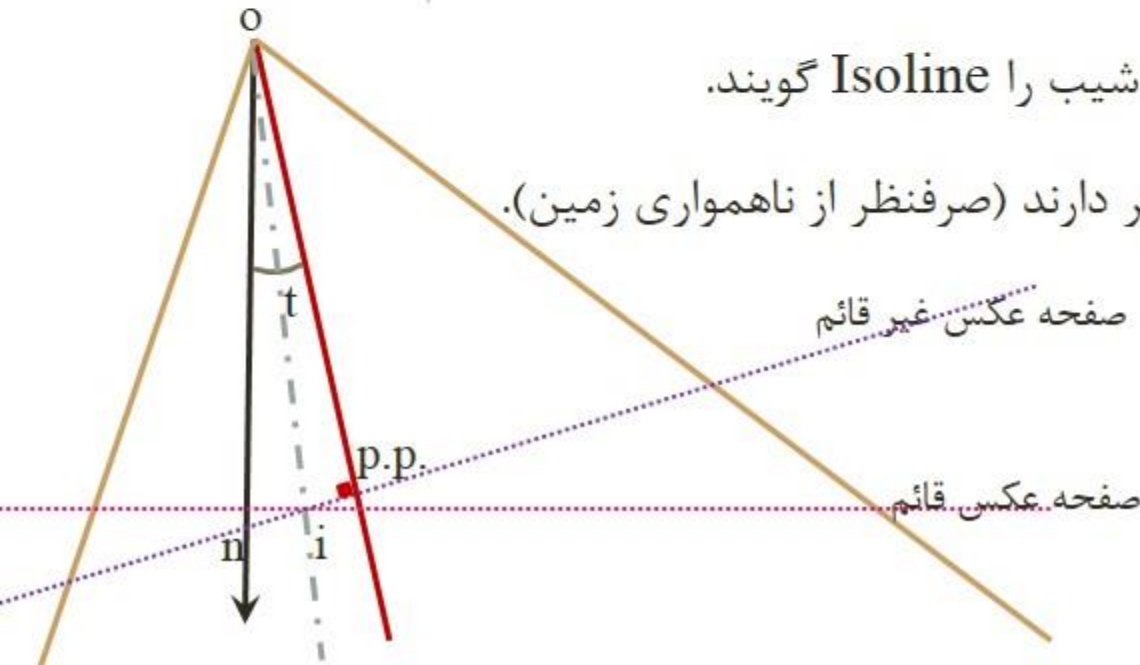
تلاقی نیمساز زوایه تیلت با خط بزرگترین شیب. ➔ نقطه i

جابجایی نقاط ناشی از تیلت نسبت به نقطه ایزوسنتر حالت شعاعی دارد.

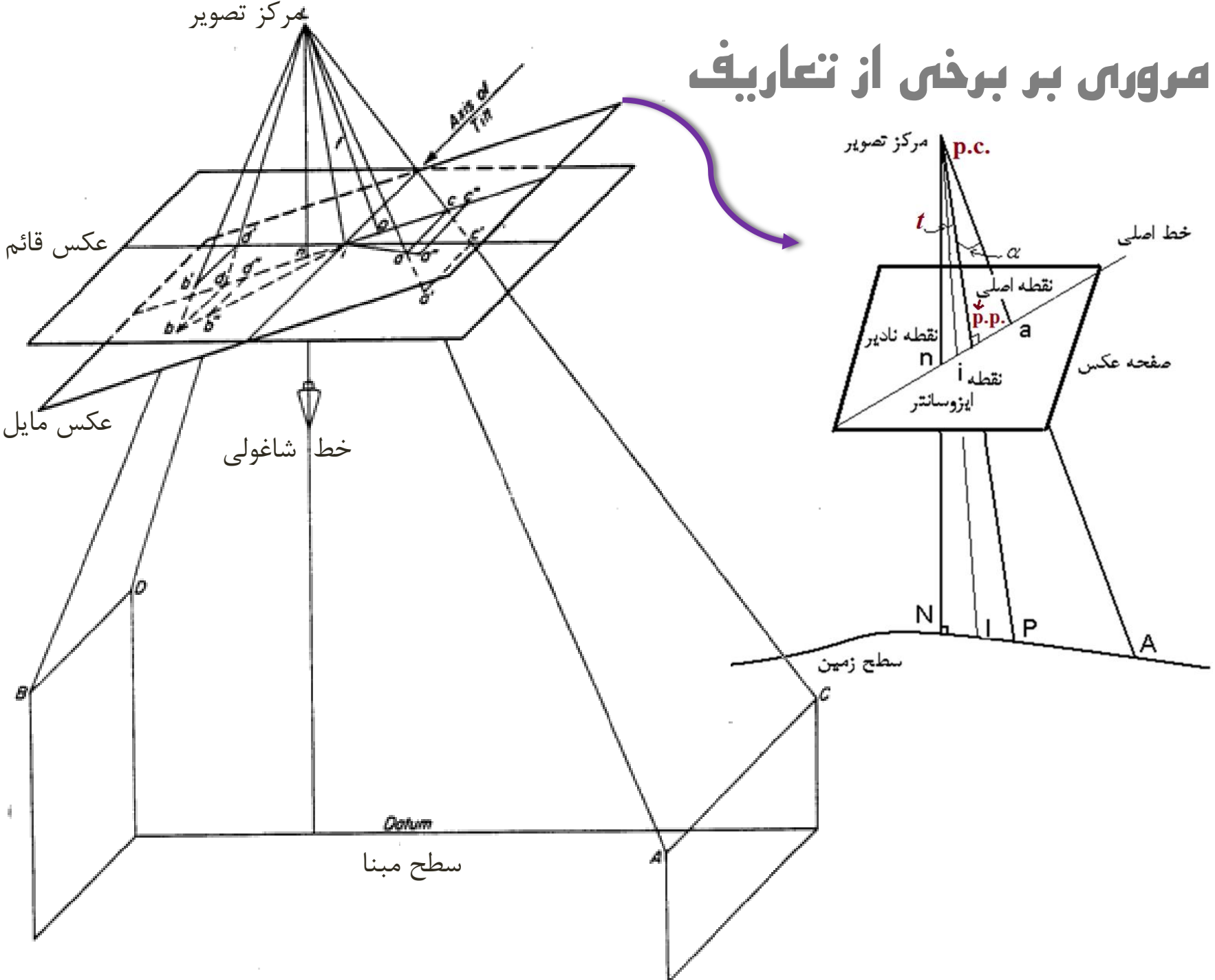
➤ خطوط عمود بر خط بزرگترین شیب را **Iso**line گویند.

نقاط واقع بر **Iso**line مقیاس برابر دارند (صرفنظر از ناهمواری زمین).

Vertical Line
خط شاغولی



مروری بر برخی از تعاریف



مرورهای بر برخی از تعاریف

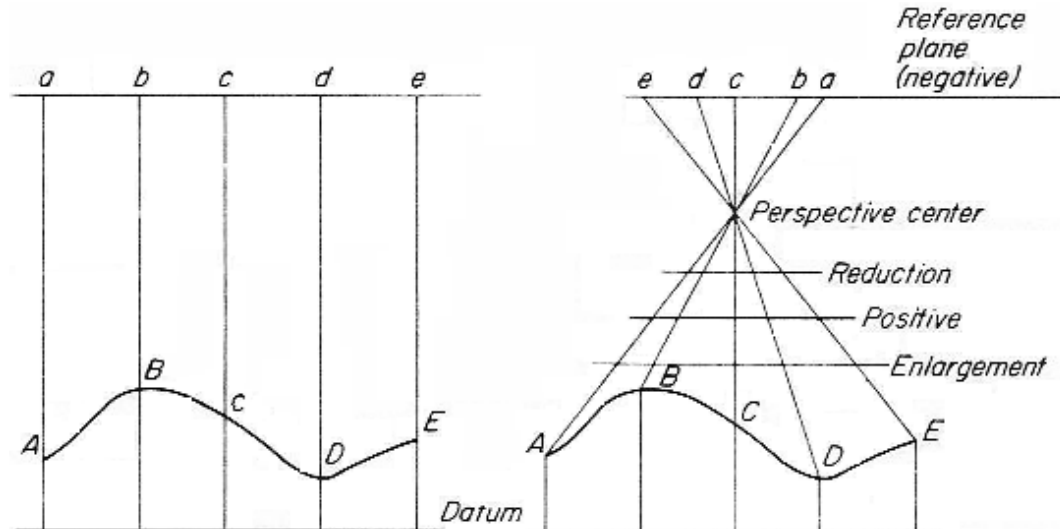
• هندسه تصویر کردن

➤ هندسه تصویرگر مرکزی (Projection)

- در این نوع هندسه تصویر کردن تمامی شعاع‌های نوری از مرکز تصویر (P.C.) عبور کرده و بر روی عکس یا تصویر قرار می‌گیرند (عکس‌ها و تصاویر در فتوگرامتری و سنجش از دور)

➤ هندسه تصویرگر قائم و موازی (Orthogonal)

- در این نوع هندسه تصویر کردن، تمامی نقاط به صورت قائم (در راستای شاقولی) بر روی سطح نقشه تصویر می‌گردد (نقشه برداری زمینی و ارتوفتو)



سیستم مختصات

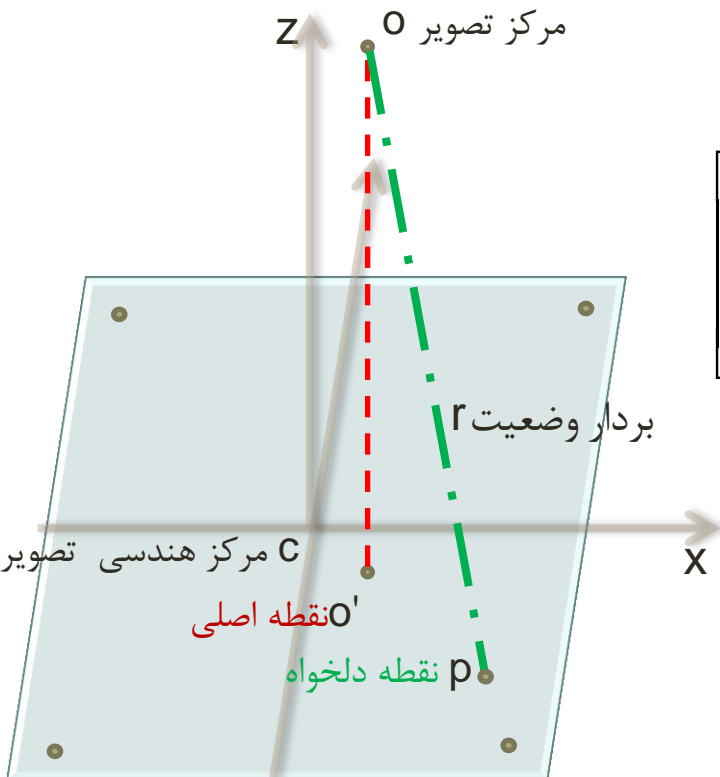
- سیستم مختصات، مبنایی است برای تعریف نقاط، خطوط و یا اشیا در فضا، که توسط فواصل، زوایا و یا هر دو تعریف می‌شوند.
- به طور کلی در نقشه برداری ۲ نوع سیستم مختصات بکار برده می‌شود:
 - ❖ سیستم مختصات قائم الزاویه
 - ❖ سیستم مختصات کروی
- در ادامه سیستم مختصاتی که در فتوگرامتری تحلیلی مرتبط با عکس، مدل سه‌بعدی و شئی به کار برده می‌شود معرفی می‌شوند.

سیستم مختصات عکسی

- سیستمی سه‌بعدی، متعامد و دست راستی است که در حالت مطلوب مبدا آن روی مرکز تصویر (نقطه O یا $P.C.$) قرار دارد.
- صفحه عکس به عنوان صفحه X و Y است که در فاصله ثابتی (فاصله عکسی یا فاصله کانونی) از آن قرار دارد.
- محور Z محور نورانی عدسی‌های دوربین عکس‌برداری در امتداد قائم بر صفحه عکس در نقطه عکسی (نقطه O' یا $P.P.$) می‌باشد.
- از آنجایی که به طور فیزیکی، در مرکز تصویر (نقطه $P.C.$) هیچ امتداد یا صفحه مبنایی برای تعیین مختصات عکسی وجود ندارد این مبنا روی عکس تعیین می‌شود.

سیستم مختصات عکسی

- سیستم مختصات علائم کناری: با استفاده از علائم کناری روی عکس، می توان مبنایی برای اندازه گیری مختصات X و Y عکس ایجاد کرد، که همان نقطه C می باشد؛ به طوری که محور X در امتداد محور پرواز یا باز دوربین و محور Y عمود بر آن باشد.



- مختصات مرکز اصلی (p.p.) در سیستم مختصات علائم کناری دارای مختصات
$$\begin{bmatrix} x_{p.p.} \\ y_{p.p.} \\ 0 \end{bmatrix}$$

- مختصات مرکز تصویر (p.c.) در سیستم مختصات علائم کناری دارای مختصات
$$\begin{bmatrix} x_{o'} \\ y_{o'} \\ f \end{bmatrix}$$

سیستم مختصات عکسی

• با توجه به شکل مختصات نقطه p در سیستم مختصات علائم کناری به صورت $\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 0 \end{bmatrix}$

تعریف می‌شود. بنابراین تعریف، بردار Γ (معرف وضعیت نقطه p نسبت به مرکز

تصویر) چنین است:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{o'} \\ y_{o'} \\ f \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{r} = \begin{bmatrix} x_p - x_{o'} \\ y_p - y_{o'} \\ 0 - f \end{bmatrix}$$

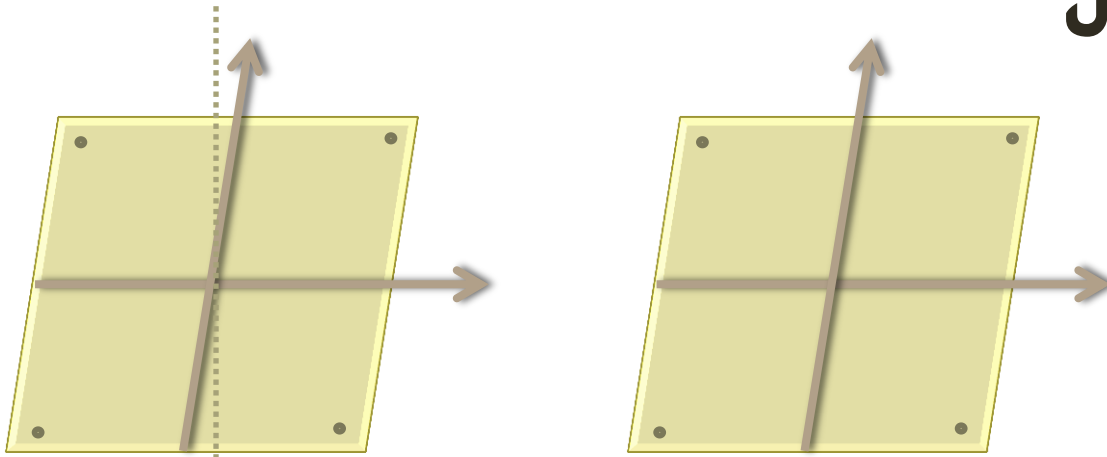
در یک دوربین سالم و کالیبره، مختصات نقطه اصلی در سیستم علائم کناری

معمولا صفر است و نقطه اصلی (p.p.) بر مرکز هندسی (C) منطبق می‌شود. بنابراین

مختصات عکسی نقطه ای مثل p در سیستم عکسی چنین خواهد بود:

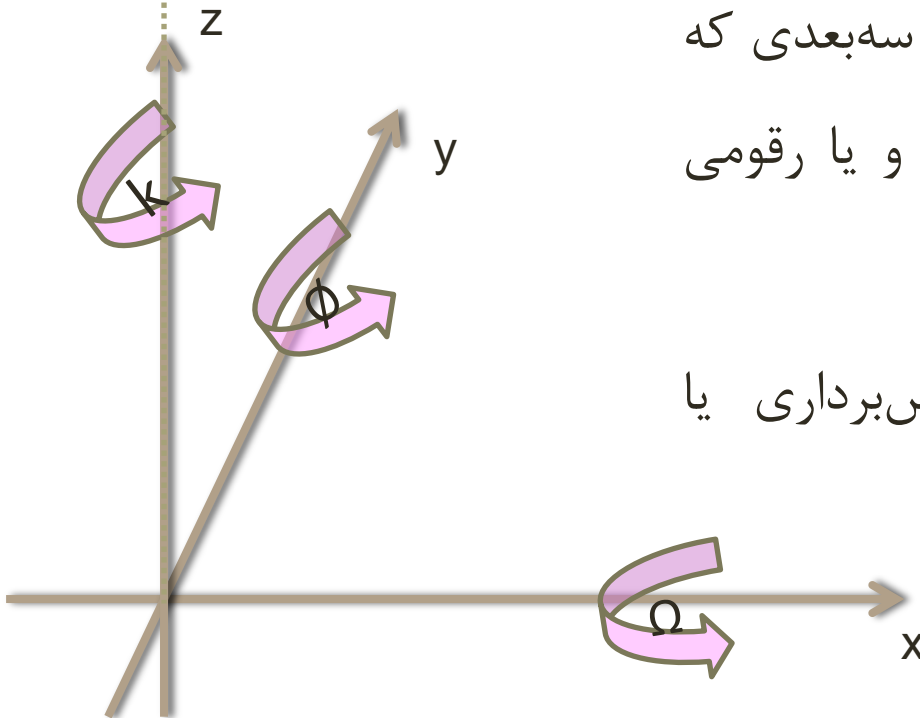
$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -f \end{bmatrix}$$

سیستم مختصات مدل



- سیستم مختصات مدل بر می‌گردد به تصویر مختصات نقاط عکسی در یک مدل سه‌بعدی که به صورت نوری، مکانیکی، تحلیلی و یا رقومی می‌تواند تشکیل شود.

- این سیستم معمولا با باز عکس‌برداری یا محورهای باز دستگاہ مرتبط است.



سیستم مختصات مدل

- سیستم مختصات مدل یک سیستم قائم الزاویه، متعامد و دست راستی است به طوری که مبدا آن مرکز تصویر عکس سمت چپ و محور X در امتداد باز دوربین است.

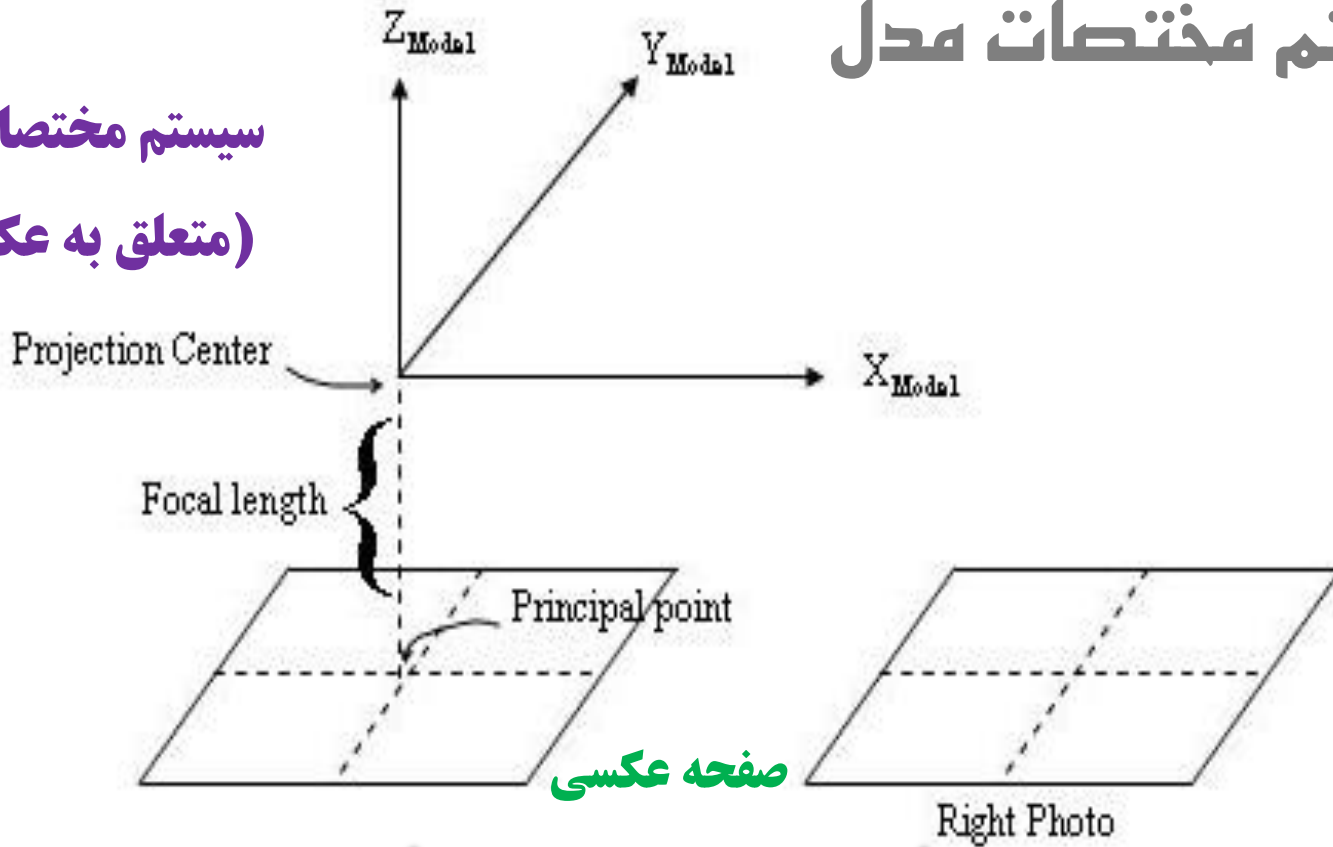
و محور Y عمود بر محور X می باشد، به طوری که سیستم دست راستی تشکیل شود.

و محور Z در امتداد محور نوری دوربین در حالتی که عکس قائم قرار می گیرد.

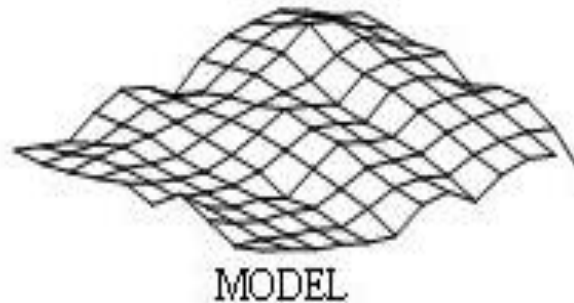
- همچنین می توان مبدا سیستم مختصات مدل را به صورت اختیاری، طوری تعریف کرد که یک سیستم متعامد دست راستی باشد.

سیستم مختصات مدل

سیستم مختصات عکسی
(متعلق به عکس چپ)



مدل تولید شده از زوج
عکس پوشش دار



سیستم مختصات فضایی شی

- این سیستم‌های مختصات برای تعریف مختصات نقاط در فضای شی به کار برده می‌شوند. در اینجا منظور از شی زمین است، لذا یکی از سیستم‌های مختصات زمینی را می‌توان برای آن به کار برد.

ژئودتیک
(\emptyset, λ, h)

هر نقطه با طول جغرافیایی، عرض جغرافیایی و ارتفاع از یک بیضوی معلوم تعریف می‌شود.

جهانی زمین
مرکز
($\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$)

سیستمی قائم الزایه است که در آن هر نقطه با مختصات ($\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$) تعریف می‌شود.

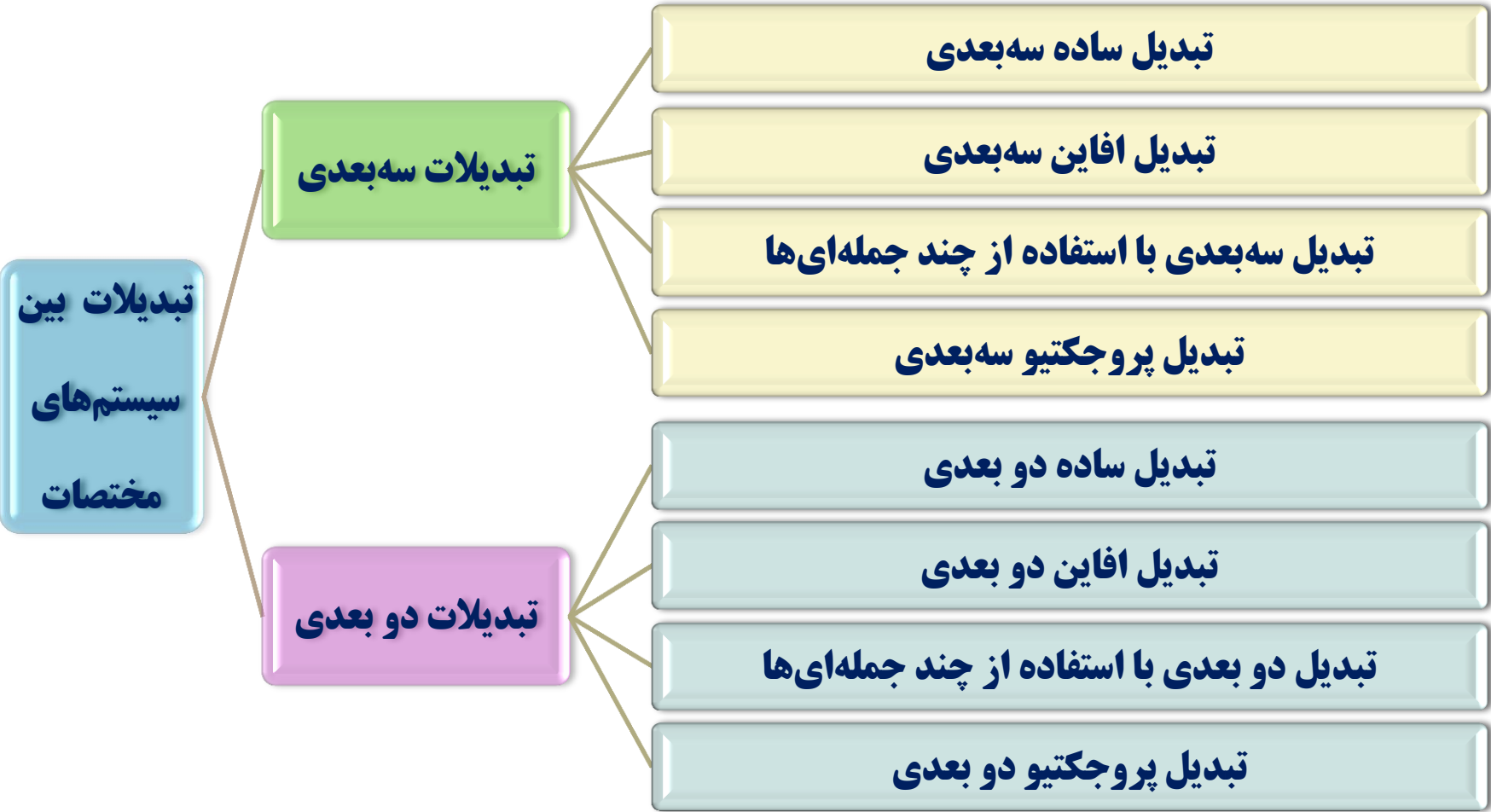
محلی
(X, Y, Z)

یک سیستم قائم الزاویه است که در آن هر نقطه با مختصات X, Y و Z تعریف می‌شود.

- در فتوگرامتری سیستم مختصات مورد استفاده کارتیزین سه‌بعدی است و برای فتوگرامتری برد کوتاه اختیاری (Arbitrary) هم می‌تواند باشد.

تبدیلات بین سیستم‌های مختصات

- در مورد تبدیل می‌توان گفت در اثر انتقال یک جسم تحت یک تبدیل ممکن است موقعیت یا وضعیت آن جسم به طور ساده (بدون تغییر در شکل و اندازه) یا پیچیده (با تغییر در شکل و اندازه) تغییر یابد. در ادامه به تعدادی از این تبدیل‌ها اشاره خواهد شد.



معادلات ترانسفورماسیون دو بعدی

- برخی از معادلات به قرار ذیل هستند:

- معادله ساده ی دو بعدی

(2D Conformal Transformation)

- معادله افاین دو بعدی

(2D Affine Transformation)

- معادله دو بعدی با استفاده از چند جمله‌ای‌ها

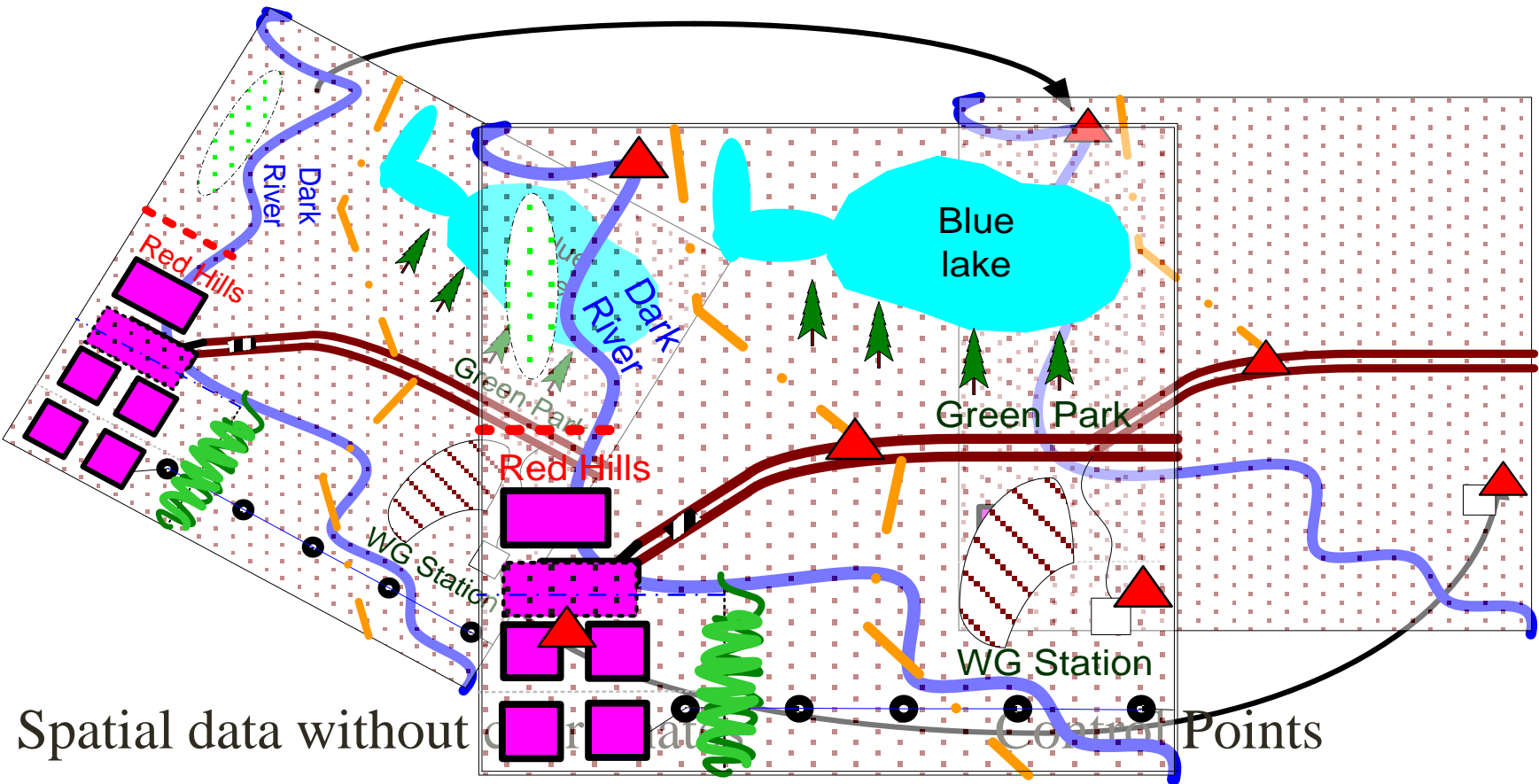
(2D Polynomial Transformation)

- معادله پروژکتیو دو بعدی

(2D Projective Transformation)

انتقال مختصات در حالت دوبعدی

2D Coordinate Transformations



معادله کانفورمال (ساده) دو بعدی

(2D Conformal Transformation)

برای ایجاد ارتباط میان دو سیستم مختصات عکسی و زمینی (تنها از نظر مسطحاتی):

• شامل دو پارامتر انتقال، یک پارامتر دوران و یک پارامتر مقیاس می باشد.

• مختصات قبل انتقال $\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ مختصات بعد انتقال $\vec{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$

$$\vec{X} = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0 \Rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \lambda * \begin{bmatrix} \cos k & \sin k \\ -\sin k & \cos k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

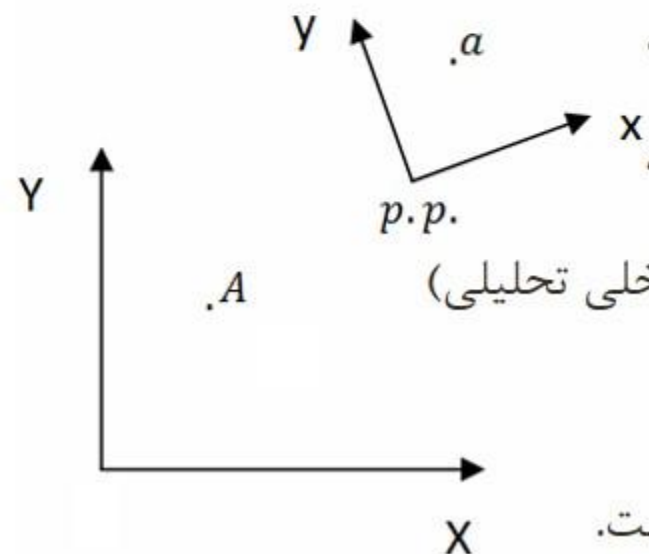
• در فتوگرامتری این تبدیل را می توان برای تبدیل مختصات

اندازه گیری شده توسط یک دستگاه تحلیلی مانند کمپراتور به

مختصات عکسی نسبت به علائم کناری به کار برد (توجیه داخلی تحلیلی)

در این حالت X و Y مختصات در سیستم دستگاهی و

X و Y مختصات در سیستم عکس نسبت به علائم کناری است.



معادله کانفورمال دو بعدی

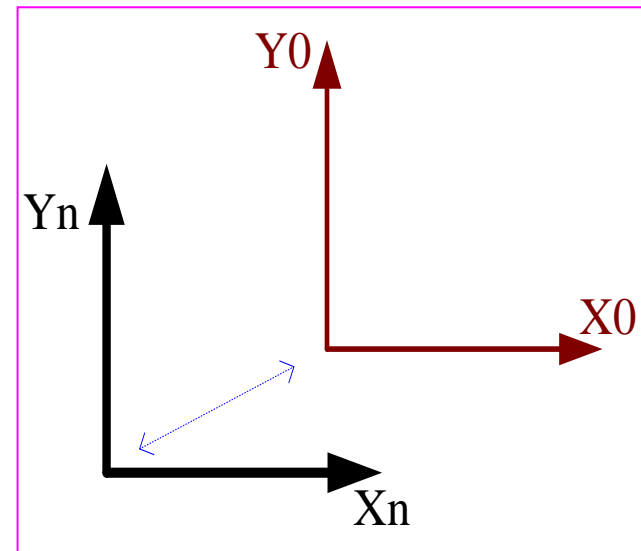
Three different transformation primitives for the Similarity transformation:

Translation- origin is moved, axes do not rotate i.e.:

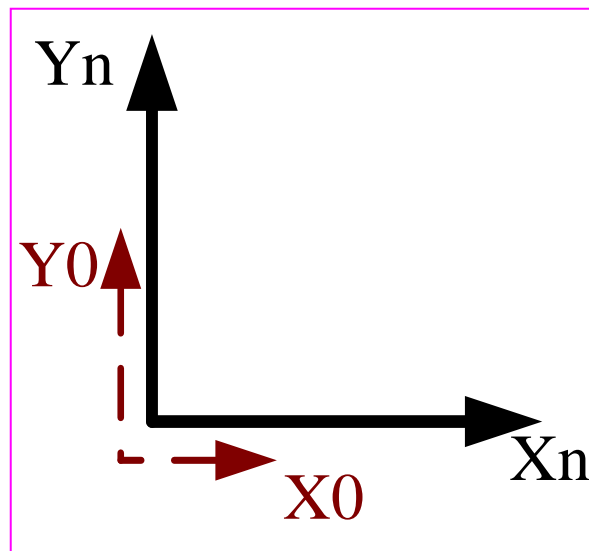
$$X_n = X_0 \pm DX_0 \quad Y_n = Y_0 \pm DY_0$$

Scaling - both origin and axes are fixed, scale change

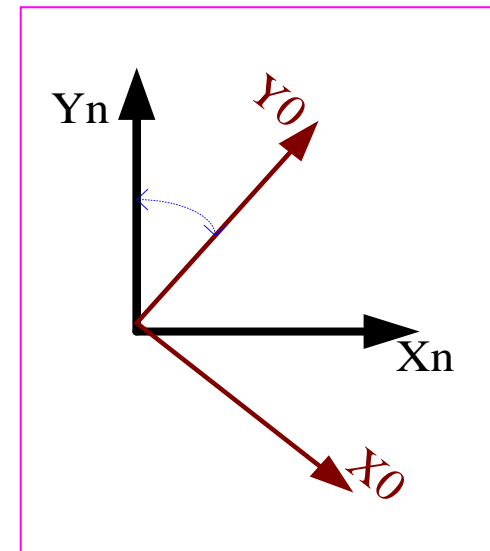
Rotation - origin fixed, axes move (rotate about origin)



Translation



Scaling



Rotation

معادله کانفورمال دو بعدی

- این معادله شامل ۴ پارامتر مجهول (a,b,c,d) است که برای تعیین این پارامترها حداقل دو نقطه لازم است که باید در دو سیستم معلوم باشند.
- با ساده سازی معادله قبل به ماتریس زیر خواهیم رسید.

$$X_n = x \cdot \lambda \cdot \cos(k) + y \cdot \lambda \cdot \sin(k) + X_0$$

$$Y_n = -x \cdot \lambda \cdot \sin(k) + y \cdot \lambda \cdot \cos(k) + Y_0$$

$$a = \lambda \cdot \cos(k)$$

$$b = \lambda \cdot \sin(k)$$

$$c = X_0$$

$$d = Y_0$$

$$X = ax + by + c$$

$$Y = -bx + ay + d$$

$$\begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

معادله کانفورمال دو بعدی

• حالت کلی این ماتریس برای n نقطه مطابق زیر است:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix}}_{L_{2n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & & \\ x_d & y_d & 1 & 0 \\ y_d & -x_d & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_{2n \times 4}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}}_{X_{4 \times 1}}$$

• پس از حل پارامترهای کانفورمال اگر بخواهیم پارامترهای مقیاس، دوران و انتقال را تعیین کنیم خواهیم داشت:

$$\lambda = \sqrt{a^2 + b^2} \quad k = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) \quad X_0 = c \quad Y_0 = d$$

معادله کانفورمال دو بعدی

مثال) برای دو نقطه مختصات نقاط عکسی و کالیبره مطابق جدول زیر می باشد، مطلوب است محاسبه ی مختصات تصحیح شده ی نقطه ای مانند C با مختصات عکسی زیر:

$$x_c=120$$

$$y_c=20$$

اگر تغییرات فیلم در جهت محورهای (x) و (y) یکسان باشد.

شماره نقطه	مختصات اندازه گیری شده		مختصات کالیبره نقاط	
	x_{mm}^m	y_{mm}^m	x_{mm}^c	y_{mm}^c
A	10	10	350	190
B	80	60	250	300
	مختصات اندازه گیری شده		مختصات تصحیح شده	
	x_{mm}	y_{mm}	x'_{mm}	y'_{mm}
C	120	20	?	?



معادله کانفورمال دو بعدی

مختصات
کالیبره
شده

مختصات
اندازه گیری
شده

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

برای حل دستگاه مطابق جزوه معادله دو بعدی روبرو را خواهیم داشت:

پارامترهای
تبدیل

(معادله کانفورمال دو بعدی):

$$\begin{bmatrix} 350 \\ 190 \\ 250 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & -10 & 0 & 1 \\ 80 & 60 & 1 & 0 \\ 60 & -80 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

تعداد پارامترهای مجهول: ۴

با حل معادله ی ماتریسی قبل پارامترهای معادله

مشابه زیر محاسبه خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & -10 & 0 & 1 \\ 80 & 60 & 1 & 0 \\ 60 & -80 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 350 \\ 190 \\ 250 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.203 \\ -1.716 \\ 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix}$$



معادله کانفورمال دو بعدی

- حال با استفاده از پارامترهای بدست آمده، مختصات زمینی برای نقطه ی C به راحتی قابل محاسبه خواهد بود. برای این کار می توان طبق حالات ۱ یا ۲ عمل نمود.

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c & y_c & 1 & 0 \\ y_c & -x_c & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad \bullet \text{ حالت ۱}$$

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 & 20 & 1 & 0 \\ 20 & -120 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.203 \\ -1.716 \\ 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 310.509 \\ 376.725 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} \quad \bullet \text{ حالت 2}$$

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.203 & -1.716 \\ 1.716 & -0.203 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 120 \\ 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 310.509 \\ 376.725 \end{bmatrix}$$



معادله افاین دو بعدی

(2D Affine Transformation)

- در تبدیل ساده ی دوبعدی فرض بر این بود که در فضای دوبعدی مقیاس در تمام جهات یکسان است. در صورتی که مقیاس در امتداد محور های سیستم های مختصات یکسان نباشد، تبدیل افاین دو بعدی مطرح می شود.

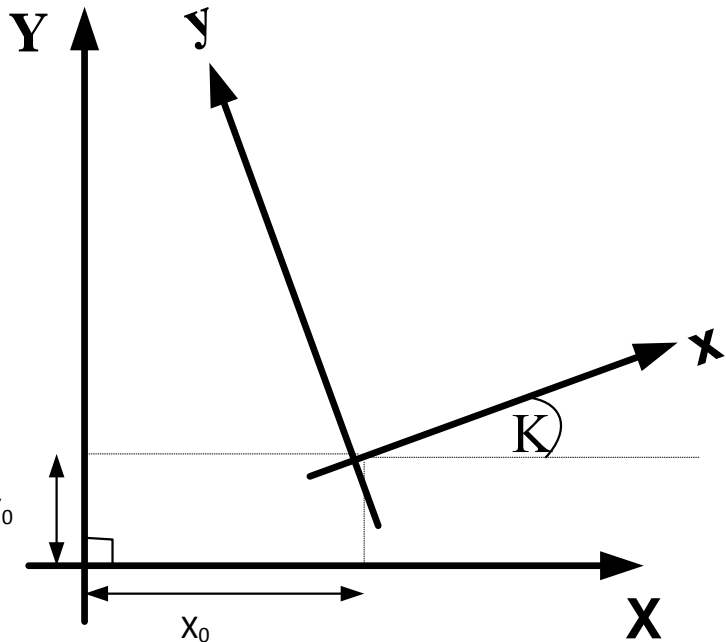
- با مراجعه به معادله ی $\vec{X} = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0$

در صورتی که فاکتور مقیاس در دو جهت

$$\lambda = [\lambda_x \quad \lambda_y]$$

و x و y یکی نباشد

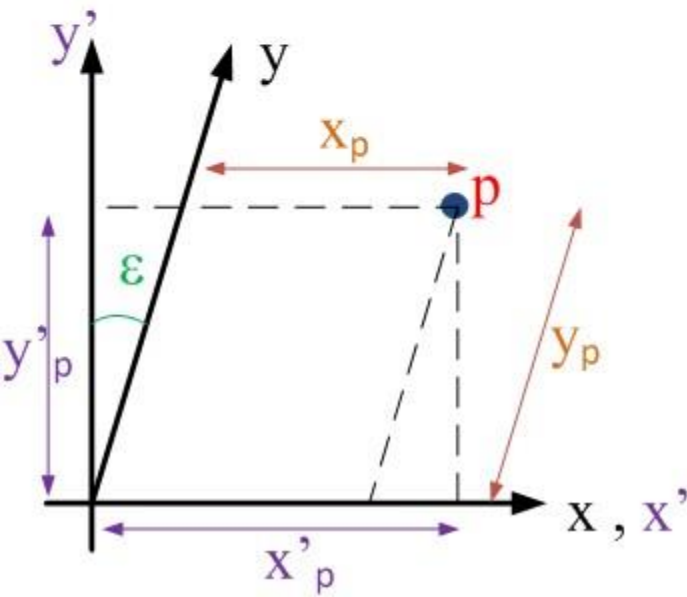
به معادله ی افاین متعامد یا هلمرت خواهیم رسید.



$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos k & \sin k \\ -\sin k & \cos k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

معادله افاین دو بعدی

البته در حالت ذکر شده فرض بر تعامد محورهای مختصات بر یکدیگر بوده است ($\varepsilon=0$) که به این حالت خاص از تبدیل افاین Orthogonal affine یا Helmert نیز می نامند. در حالت عمومی در تبدیل افاین علاوه بر یکسان نبودن مقیاس در جهت محورها، یک پارامتر دیگر به نام عدم تعامد محورها نیز وجود دارد، به عبارت دیگر محورهای X و Y به یکدیگر عمود نباشند و زاویه ی بین آنها ($\varepsilon-90$) باشد.



$$x'_p = x_p + y_p \cdot \sin \xi$$

$$y'_p = y_p \cdot \cos \xi$$

$$\begin{bmatrix} x'_p \\ y'_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \xi \\ 0 & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix}$$

که در حالت کلی تبدیل افاین دو بعدی شامل ۶ پارامتر زیر خواهد بود:
 یک دوران - دو انتقال - دو مقیاس - یک عدم تعامد محورها

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \xi \\ 0 & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos k & \sin k \\ -\sin k & \cos k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

ضرائب مقیاس: λ_x λ_y

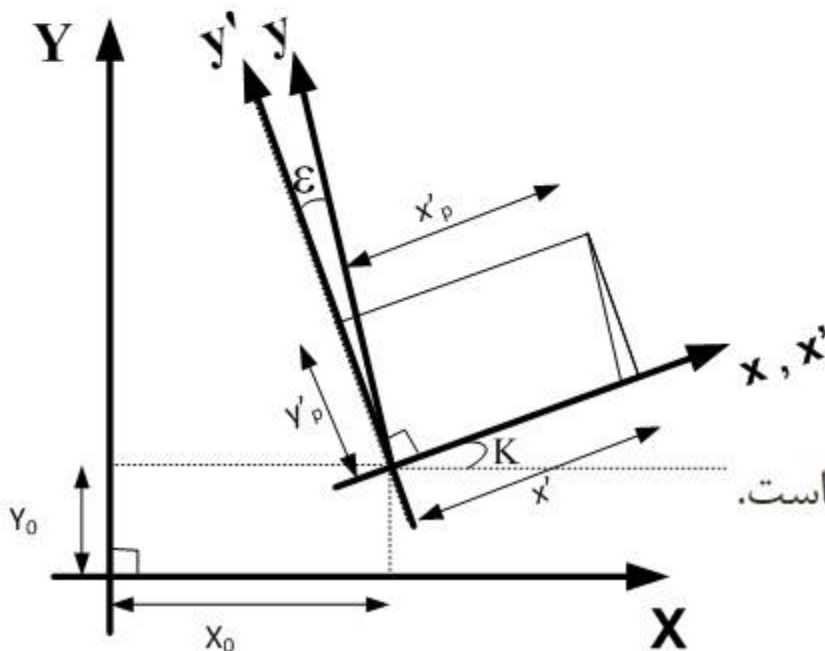
دوران (rotation): k

عدم تعامد (non-perpendicularity): ε

شیفت: X_0, Y_0

نکته: متعامد نبودن محورها سیستم بسیار جزیی است.

$$\sin \xi \cong \varepsilon \quad \cos \xi \cong 1$$

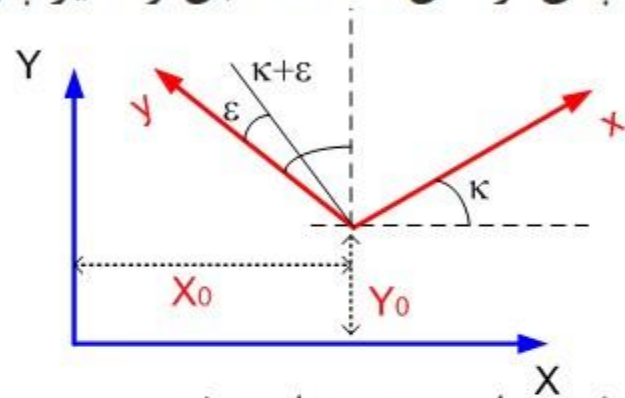


پس از حل معادله قبل و تغییر پارمتر (ساده سازی) به معادله ی زیر خواهیم رسید:

$$X = a.x + by + c$$

$$Y = d.x + e.y + f$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$



فرم ماتریسی عبارت فوق :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix}}_{L_{2n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix}}_{A_{2n \times 6}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}}_{X_{6 \times 1}}$$

حال اگر بخواهیم این ماتریس

را برای n نقطه بنویسیم خواهیم

داشت:

معادله آفاین دو بعدی

در فتوگرامتری از این تبدیل در چند حالت استفاده می‌شود:

➤ وقتی کشیدگی خطی روی یک فیلم در امتداد طول و عرض یکی نباشد.

➤ وقتی محورهای مختصات یک کمپراتور بر هم عمود نباشد.

➤ توجه داخلی تحلیلی، در این حالت علاوه بر تامین بند های فوق ارتباط بین

سیستم مختصات دستگاهی و عکسی برقرار می‌گردد.

• **تمرین:** به صورت پارامتریک مقادیر مقیاس، دوران، امتداد و شیفت را از طریق

ضرایب معادله آفاین دو بعدی آورید.



معادله پروژکتیو دو بعدی

(2D Projective Transformation)

$$X = \frac{a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}$$

$$Y = \frac{b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}$$

- در فتوگرامتری، در مواردی که یک عکس مورد استفاده قرار می‌گیرد، برای ارتباط بین صفحه نقشه (X, Y) و صفحه عکس (x, y) می‌توان از معادله پروژکتیو دو بعدی روبرو استفاده کرد:

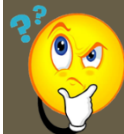
در معادله ی فوق برای تعیین ضرائب a_1, a_2, \dots, c_2 لازم است حداقل چهار نقطه معلوم در دو سیستم مختصات موجود باشند.

تمرین: معادله ی فوق را از لحاظ هندسی اثبات نمایید.

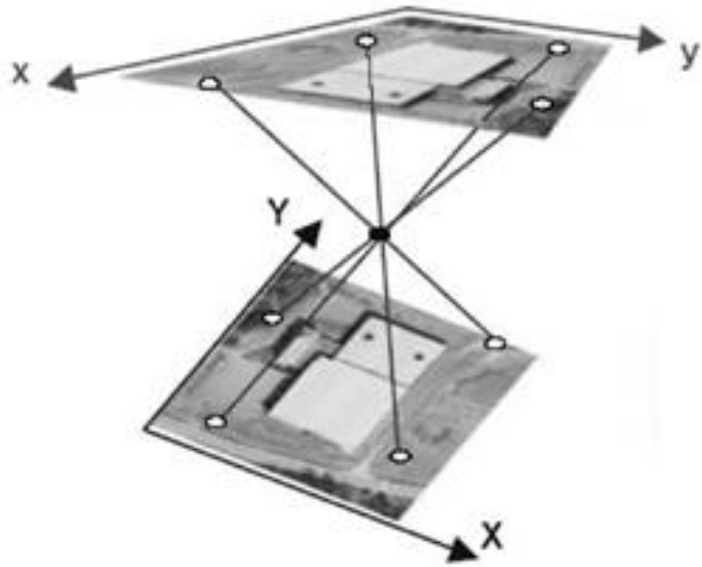
تمرین: فرم معکوس معادله ی فوق را به دست آورید؟

$$x = \frac{(\text{???}) \cdot X + (\text{???}) \cdot Y + (\text{???})}{(\text{???}) \cdot X + (\text{???}) \cdot Y + (\text{???})}$$

$$y = \frac{(\text{???}) \cdot X + (\text{???}) \cdot Y + (\text{???})}{(\text{???}) \cdot X + (\text{???}) \cdot Y + (\text{???})}$$



معادله پروژکتیو دو بعدی

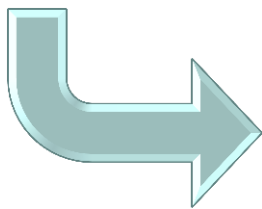
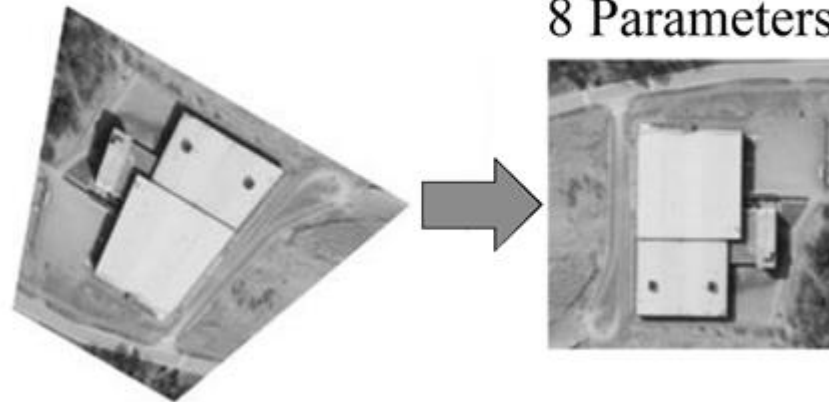


زمانی از این تبدیل استفاده می‌شود که تغییر بعد در همه ی جهات باشد. یعنی یک ذوزنقه ی ناقص

باشد (تغیر بعد خطی)

$$X = \frac{a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}$$

$$Y = \frac{b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}$$



$$C_1 x X + C_2 y X + X = a_1 x + a_2 y + a_3$$

$$C_1 x Y + C_2 y Y + Y = b_1 x + b_2 y + b_3$$

معادله پروژکتیو دو بعدی

• برای حل حداقل به ۴ نقطه احتیاج است، برای سرشکنی باید نقاط بیشتری را وارد محاسبات نمود.

• حالت ماتریسی معادله قبل به شکل زیر است:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix}}_{L_{2n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1 X_1 & -y_1 X_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1 Y_1 & -y_1 Y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_n X_n & -y_n X_n \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 & -x_n Y_n & -y_n Y_n \end{bmatrix}}_{A_{2n \times 8}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}}_{X_{8 \times 1}}$$

معادله دو بعدی با استفاده از چند جمله ای‌ها

(2D Polynomial Transformation)

• فرم کلی این معادله به شکل زیر است:

$$X_n = a_0 + a_1x_0 + a_2y_0 + a_3x_0y_0 + a_4x_0^2 + a_5y_0^2 + \dots$$

Constant term Linear term Quadratic term

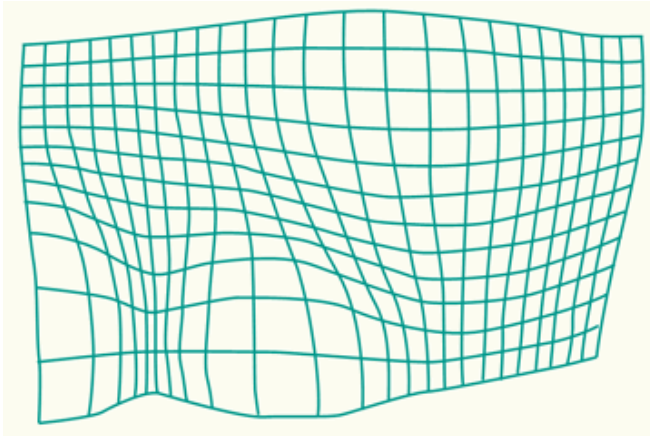
$$Y_n = b_0 + b_1x_0 + b_2y_0 + b_3x_0y_0 + b_4x_0^2 + b_5y_0^2 + \dots$$

• از این نوع تبدیل می‌توان در حالات زیر استفاده کرد:

➤ در تعیین اعوجاجات غیرخطی ناشی از عدسی دوربین روی عکس.

➤ کالیبره کردن یک کمپراتور.

معادله دو بعدی با استفاده از چند جمله‌ای‌ها



معادله غیر خطی چند جمله‌ای می‌تواند برای اعمال انتقال، دوران و تغییر مقیاس متغیر مورد استفاده قرار گیرد.

توابع چند جمله‌ای می‌تواند ترم‌های زیادی (نامحدود) داشته باشد. حداقل ۶ نقطه کنترل (۱۲ ضرایب و یا مجهول:

$(a_0, \dots, a_5, b_0, \dots, b_5)$ برای حل یک تبدیل چند

جمله‌ای درجه دوم ساده نیاز است.

تبدیل چند جمله‌ای برای اصلاح تفاوت مقیاس متغیر، در تصاویر ماهواره‌ای اصلاح نشده (uncorrected satellite

image) و یا عکس‌های هوایی نیز استفاده می‌شود.



Original data



Affine



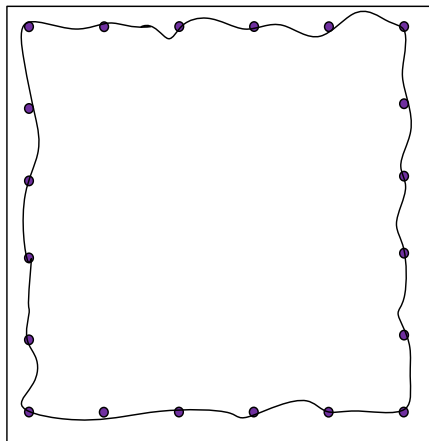
Second order polynomial



Third order polynomial

معادله دو بعدی با استفاده از چند جمله‌ای‌ها

معمولا تبدیلی بهتر جواب می دهد که تعداد مجهولاتش بیشتر باشد، چون رفتار سیستم برای ما مشخص نیست. ولی این موضوع بایستی توسط نقاط چک مورد بررسی قرار گیرد. به عبارت دیگر، همیشه بالا بردن تعداد مجهولات لزوما بهتر نیست؛ برای مثال در پولی نومیال، اگر از چند جمله های با درجه بالا استفاده کنیم، نقاط انتخابی به خوبی fix می‌شوند اما بین نقاط یک حالت نوسانی بوجود می آید.



به عبارت دقیق تر اگر درجه ی معادلات را بی حساب زیاد کنیم خود باعث ایجاد خطای $\text{over parameterization}$ می‌شود، پس باید بهترین ترم ها را در نظر بگیریم.

Least Squares Adjustment Review



n: # of observations

$$L = A \cdot \Delta + V$$

m: # of parameters

L: is a vector of given observation

V: is the vector of residuals

A: is the matrix of coefficients

p: is the matrix of weights

Δ or X: is the vectors of parameters to be estimated

Number of observation is larger than number of parameters (redundant observations). The solution that minimize the least-squares criterion ($v^T w v$) is:

$$\hat{\Delta} = (A^T \cdot p \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot p \cdot L$$



Coordinate transformation results

The error in the adjustment from one set of coordinates to another is called the RMS error. Results are reported as root-mean-square (RMS) error and average error.

$$e = \sqrt{(x_t - x_d)^2 + (y_t - y_d)^2}$$

$$RMSE = \sqrt{\sum e_i^2 / n}$$

In manual digitizing, factors contributing to this error can be human error, shrinkage or physical alteration of the paper map and projection differences.

مقایسه مدل‌های ترانسفورماسیون دو بعدی

تمرین: مختصات علائم کناری (F.M.S) در دو سیستم دستگاهی و عکسی مطابق جدول زیر موجود می‌باشند. همچنین مختصات عکسی دو نقطه a و b توسط کمپراتور قرائت شده است. مطلوبست:

(الف) حل مدل‌های ترانسفورماسیون دو بعدی کانفورمال، افاین

(ب) مقایسه دقت کانفورمال و افاین

(ج) بدست آوردن مختصات نقاط a و b

Point No.	Photo Coordinates		Known Values	
	x	y	X	Y
1	-111.734	-114.293	-113.007	-112.997
2	111.734	114.293	113.001	112.989
3	-114.289	111.699	-112.997	113.004
4	114.280	-111.749	112.985	-112.997
a	74.794	12.202		
b	-67.123	53.432		



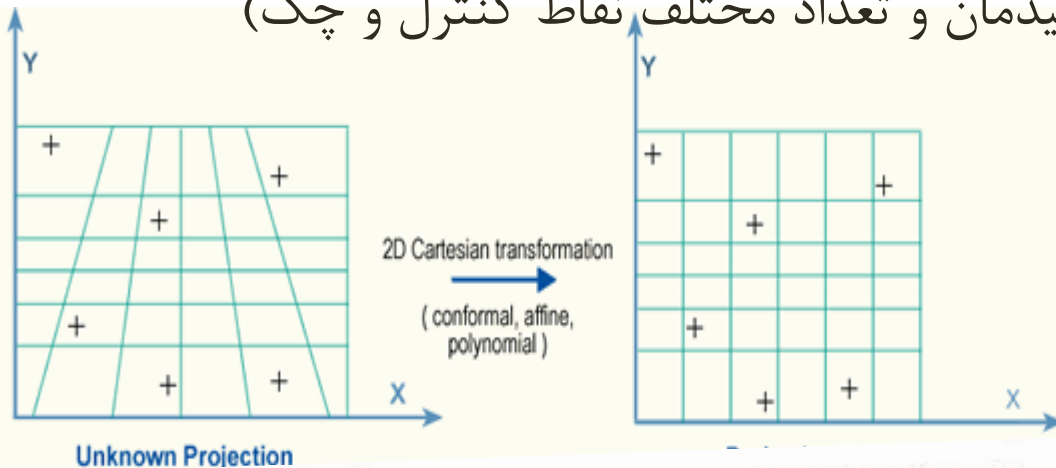
مقایسه مدل‌های ترانسفورماسیون دو بعدی

تمرین: مختصات علائم کناری (F.M.S) در دو سیستم دستگاهی و عکسی در اختیار است. مطلوبست: (الف) حل مدل‌های ترانسفورماسیون دو بعدی کانفورمال، افاین و

پروژکتیو در حالت‌های مختلف (چیدمان و تعداد مختلف نقاط کنترل و چک)

(ب) همچنین مختصات عکسی

نقاط ۱، ۲ و ۳ را به دست آورید.



Comparator Coordinates (mm)

Calibrated coordinates (mm)

Point	x	y	X	Y
A	228.170	129.730	112.995	0.034
B	2.100	129.520	-113.006	0.005
C	115.005	242.625	.0003	112.993
D	115.274	16.574	-0.012	-113.000
1	206.674	123.794		
2	198.365	132.856		
3	91.505	18.950		

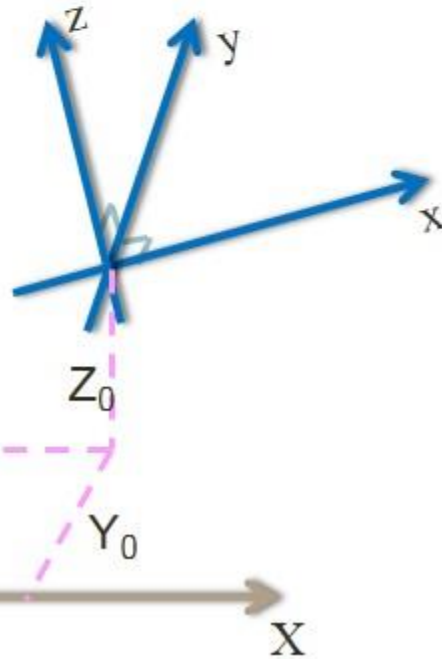


تبدیل ساده / متشابه سه بعدی

(3D Conformal/Similarity Transformation)

- شامل هفت پارامتر: سه انتقال، سه دوران و یک فاکتور مقیاس می باشد.
- اگر (X, Y, Z) و (x, y, z) مختصات نقطه ای در دو سیستم مختصات قائم الزاویه باشند، رابطه ی زیر معرف ارتباط دو سیستم بدون تغییر در شکل یک جسم می باشد.

$$\vec{X} = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0$$



$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ : مختصات قبل انتقال}$$

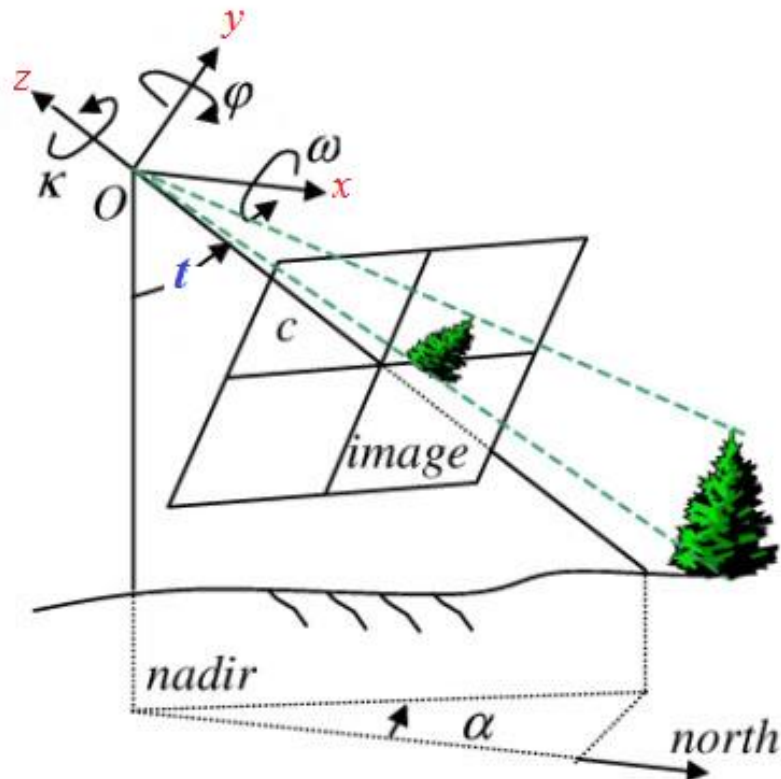
$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \text{ : مختصات بعد انتقال}$$

- λ : فاکتور مقیاس
- R : ماتریس دوران سه بعدی متعامد

ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, \emptyset, K)

- در اینجا ساخت ماتریس R توسط المان های دورانی انجام می شود.
- در صورتی که یک سیستم سه بعدی (X, Y, Z) به ترتیب حول هر یک از محورهای خود در جهت خلاف عقربه های ساعت (جهت مثلثاتی) دوران کند

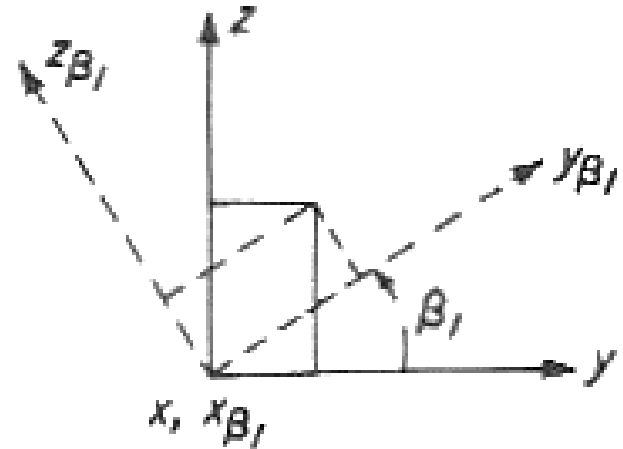
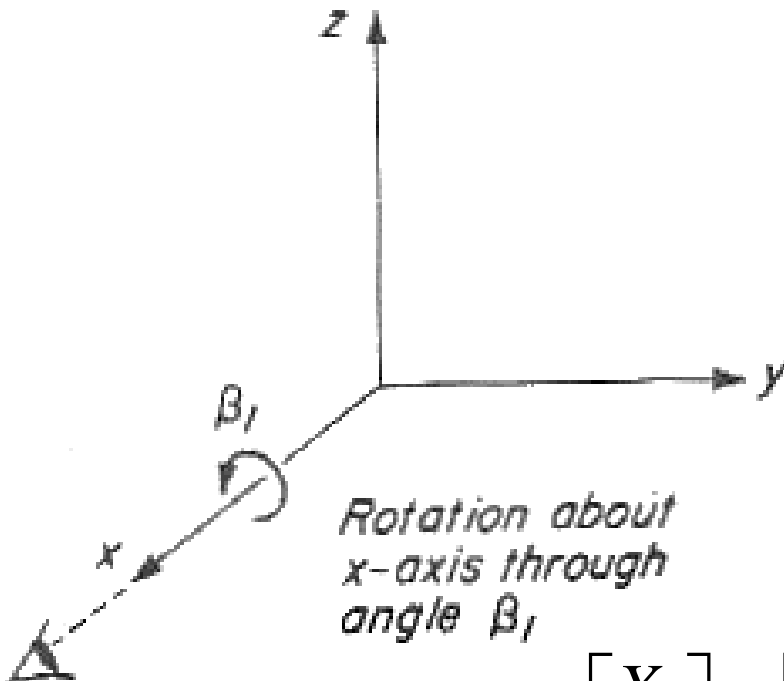
داریم:



- ❖ دوران حول محور X (Ω)
- ❖ دوران حول محور Y (\emptyset)
- ❖ دوران حول محور Z (K)

ساخت ماتریس R توسط المان‌های اولری (Ω, Φ, K)

دوران حول محور اول برای یک زاویه دلخواه مانند β



$$\vec{X} = M_{\beta_1} \cdot \vec{x} \rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_1 & \sin \beta_1 \\ 0 & -\sin \beta_1 & \cos \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, \emptyset, K)

❖ دوران حول محور X (Ω)

تحت این دوران که اغلب اولین دوران است محورهای Y و Z به ترتیب تبدیل به محورهای Y_Ω و Z_Ω می شوند.

$$X_\Omega^P = X^P$$

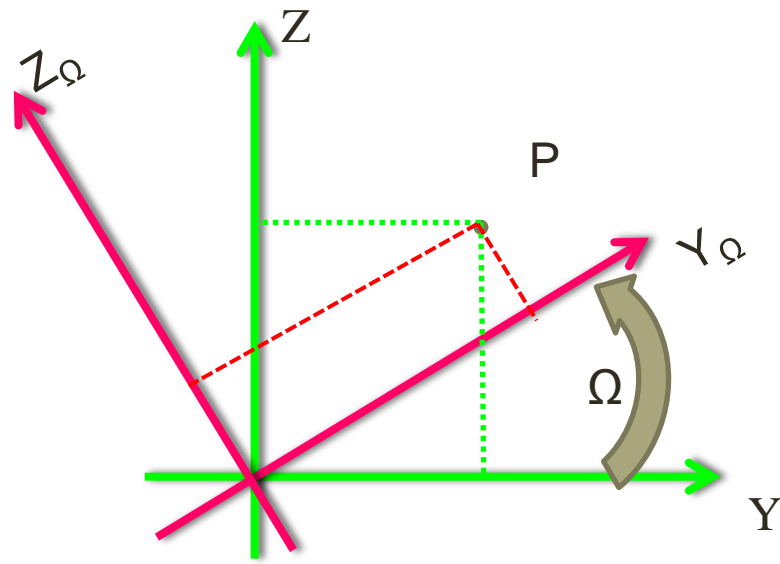
$$Y_\Omega^P = Y^P \cdot \cos \Omega + Z^P \cdot \sin \Omega$$

$$Z_\Omega^P = -Y^P \cdot \sin \Omega + Z^P \cdot \cos \Omega$$

بنابراین نقطه ای دلخواه مانند P پس از

دوران نخست در سیستم مختصات

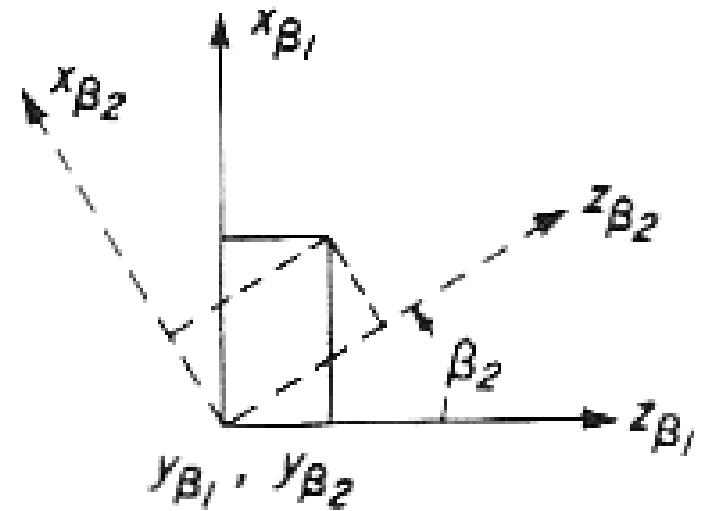
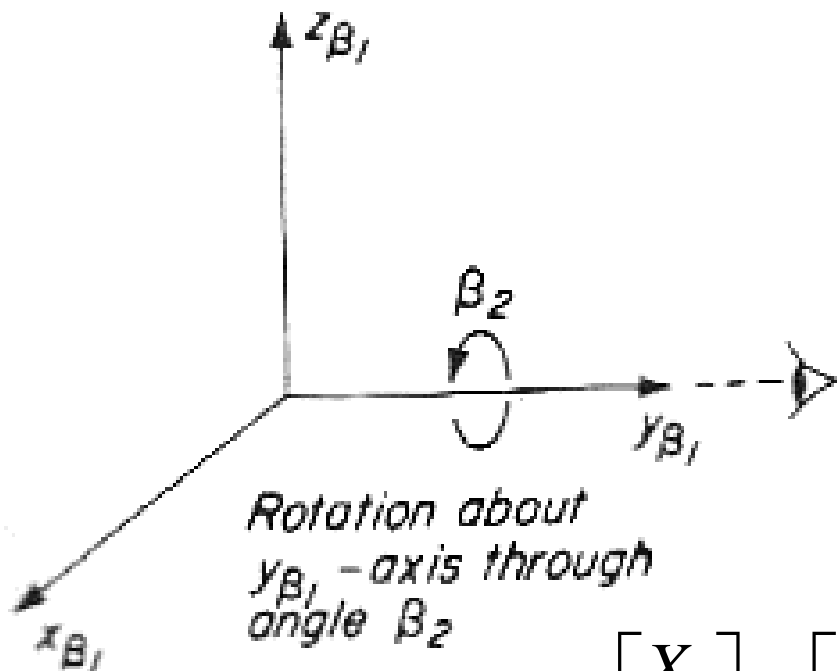
جدید، چنین مختصاتی خواهد داشت:



$$M_\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega & \sin \Omega \\ 0 & -\sin \Omega & \cos \Omega \end{bmatrix}$$

ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, Φ, K)

دوران حول محور دوم برای یک زاویه دلخواه مانند β



$$\vec{X} = M_{\beta_2} \cdot \vec{x} \rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, \emptyset, K)

❖ دوران حول محور Y (\emptyset)

تحت این دوران (دومین دوران) محورهای X_Ω و Z_Ω به ترتیب تبدیل به محورهای $X_{\Omega\emptyset}$ و $Z_{\Omega\emptyset}$ می شوند.

$$X_{\Omega\emptyset}^P = X_\Omega^P \cdot \cos \phi - Z_\Omega^P \cdot \sin \phi$$

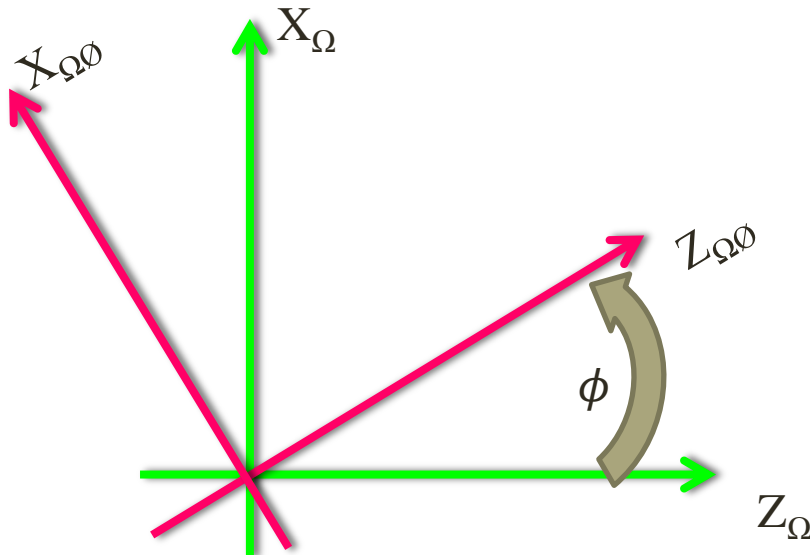
$$Y_{\Omega\emptyset}^P = Y_\Omega^P$$

$$Z_{\Omega\emptyset}^P = X_\Omega^P \cdot \sin \phi + Z_\Omega^P \cdot \cos \phi$$

بنابراین نقطه ی P پس از دومین دوران

در سیستم مختصات جدید،

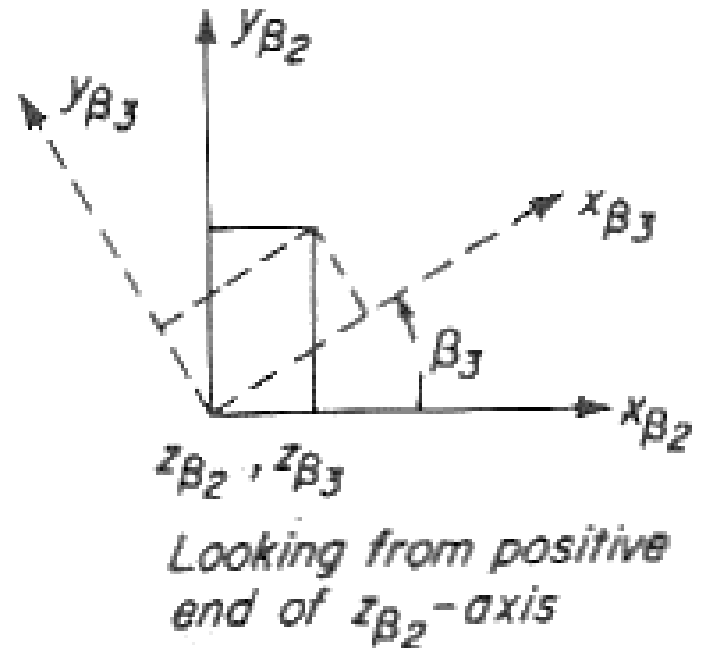
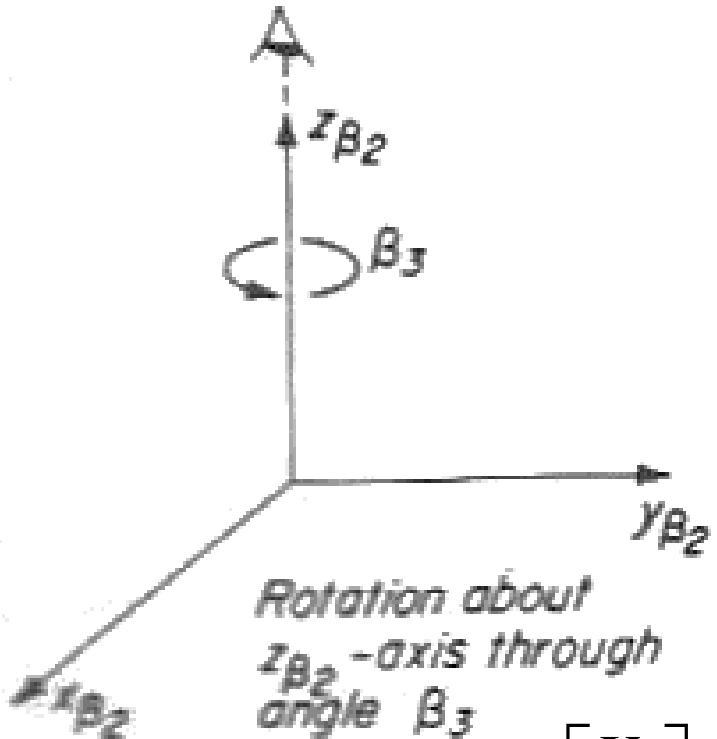
چنین مختصاتی خواهد داشت:



$$M_\phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}$$

ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, Φ, K)

دوران حول محور سوم برای یک زاویه دلخواه مانند β



$$\vec{X} = M_{\beta_3} \cdot \vec{x} \rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

ساخت ماتریس R توسط المان‌های اولری (Ω, ϕ, K)

❖ دوران حول محور Z (K)

تحت دوران سوم محورهای $X_{\Omega\phi}$ و $Y_{\Omega\phi}$ به ترتیب تبدیل به محورهای $X_{\Omega\phi K}$ و $Y_{\Omega\phi K}$ می‌شوند.

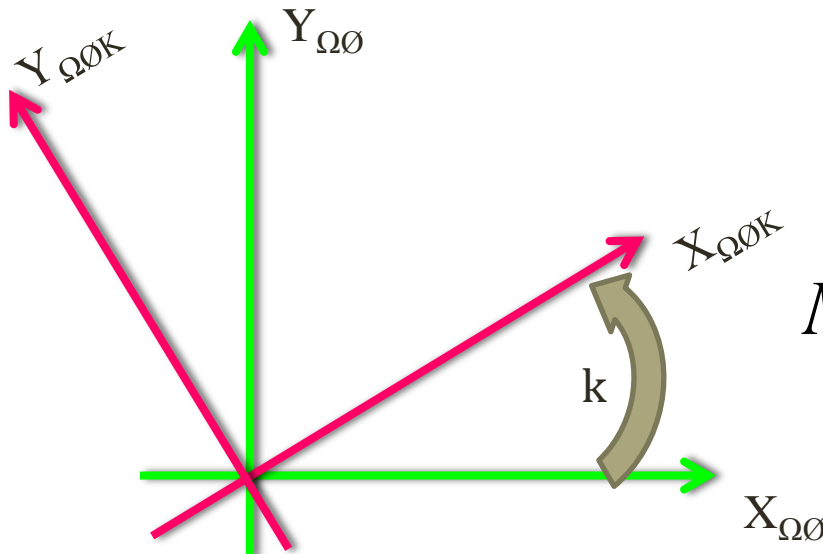
$$X_{\Omega\phi K}^P = X_{\Omega\phi}^P \cdot \cos K + Y_{\Omega\phi}^P \cdot \sin K$$

$$Y_{\Omega\phi K}^P = -X_{\Omega\phi}^P \cdot \sin K + Y_{\Omega\phi}^P \cdot \cos K$$

$$Z_{\Omega\phi K}^P = Z_{\Omega\phi}^P$$

بنابراین نقطه ی P پس از دوران سوم در سیستم مختصات جدید، چنین مختصاتی خواهد داشت:

مختصات جدید، چنین مختصاتی خواهد داشت:



$$M_K = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, ϕ, K)

• اثبات دوران حول محور Z در حالت دو بعدی (روش نخست)

$$u = X^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K$$

$$v = Y^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K$$

$$r = Y^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K$$

$$q = X^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K$$

$$X_{\Omega\phi K} = u + v$$

$$X_{\Omega\phi K} = X^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K + Y^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K$$

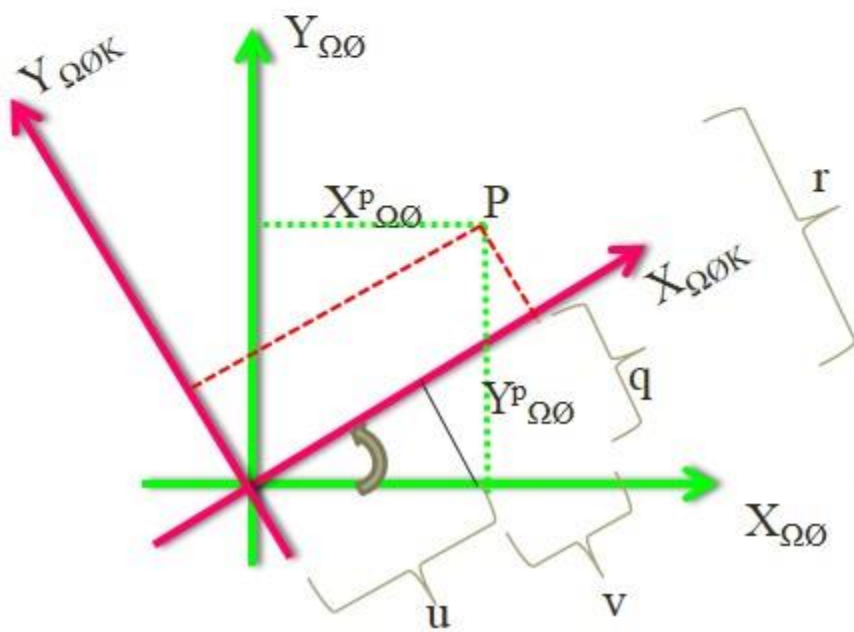
$$Y_{\Omega\phi K} = r - q$$

$$Y_{\Omega\phi K} = -X^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K + Y^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K$$

$$Z_{\Omega\phi K} = Z^P_{\Omega\phi}$$

از این سه رابطه
خواهیم داشت:

$$M_K = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, Φ, K)

• اثبات دوران حول محور Z در حالت دو بعدی (روش دوم)

$$\begin{aligned} x'_1 &= r \cos(\theta - \beta) \\ y'_1 &= r \sin(\theta - \beta) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x'_1 &= r \cos\theta \cos\beta + r \sin\theta \sin\beta \\ y'_1 &= r \sin\theta \cos\beta - r \cos\theta \sin\beta \end{aligned}$$



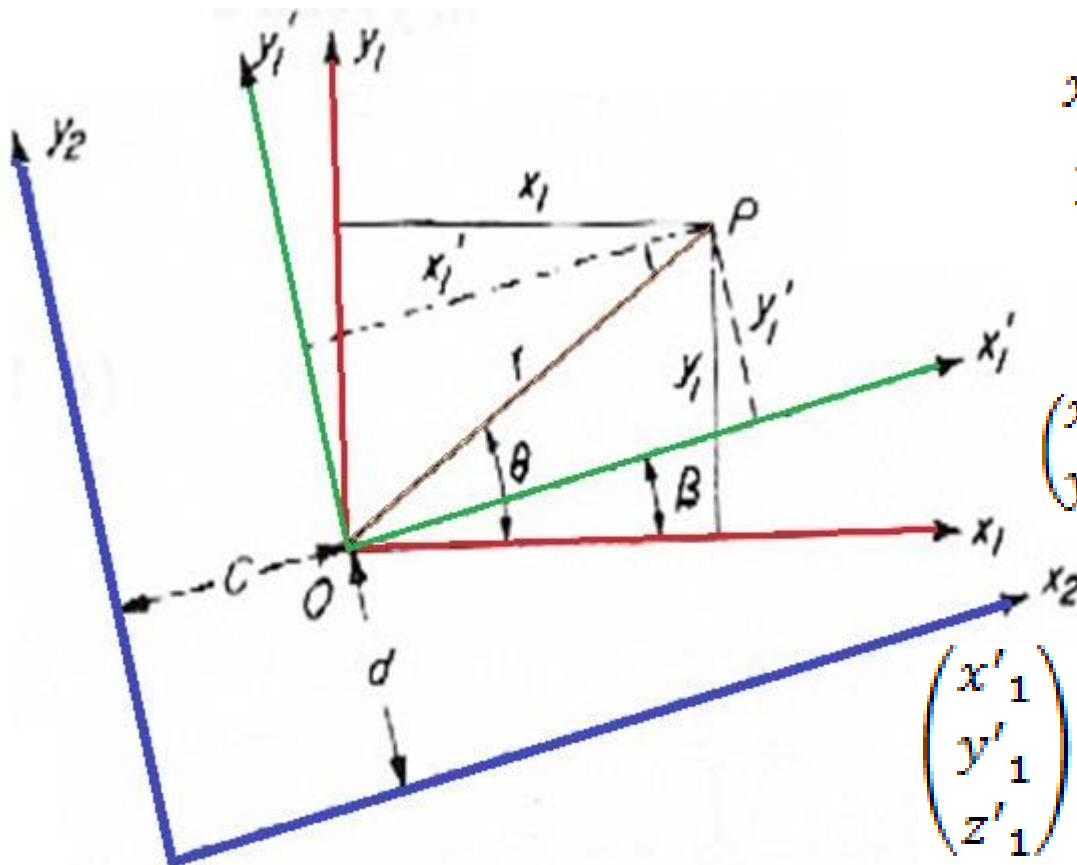
$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 \cos\beta + y_1 \sin\beta \\ y'_1 &= y_1 \cos\beta - x_1 \sin\beta \end{aligned}$$



$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ y'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

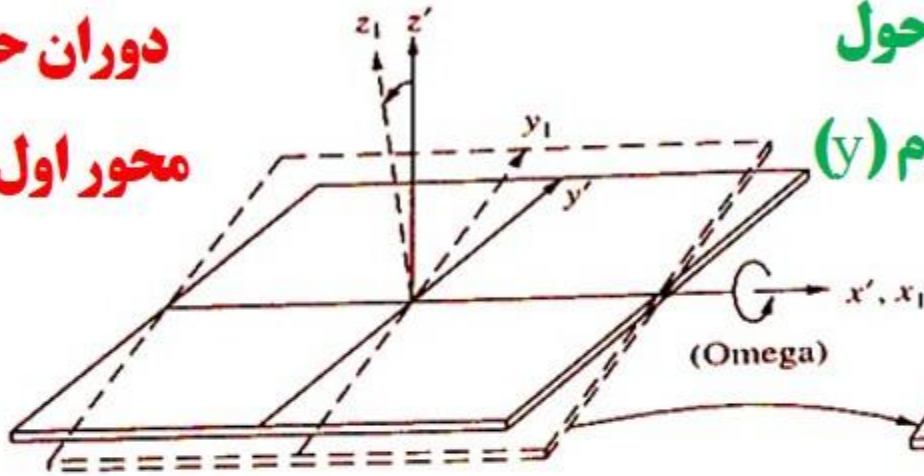


$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ z'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$



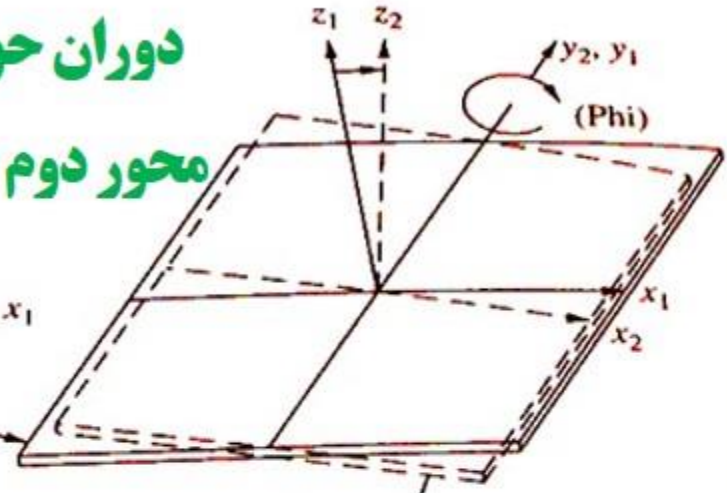
ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, Φ, K)

**دوران حول
محور اول (X)**



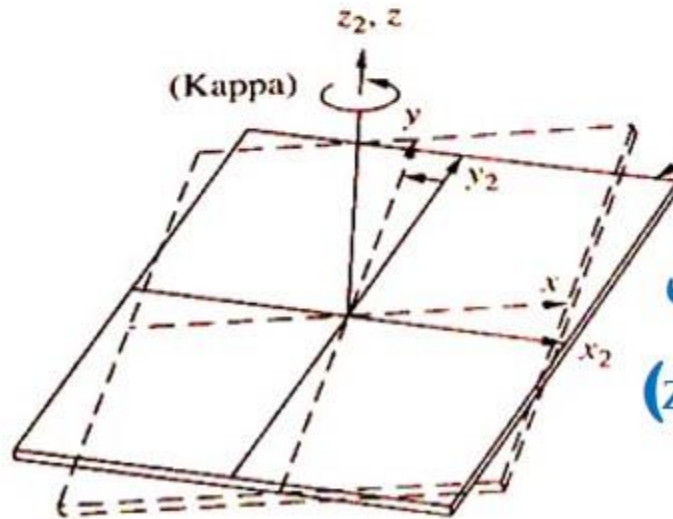
(a)

**دوران حول
محور دوم (Y)**

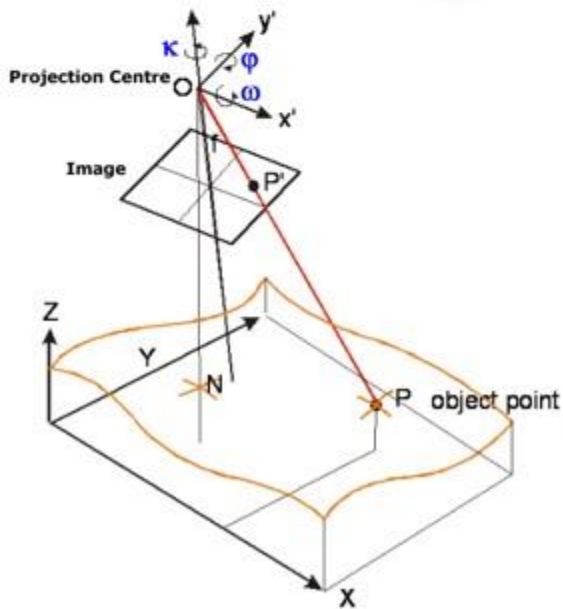


(b)

**دوران حول
محور سوم (Z)**



(c)



ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, ϕ, K)

- مختصات (X, Y, Z) پس از سه دوران مذکور، به مختصات (X', Y', Z') تبدیل می شود.

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = M_K \cdot M_\phi \cdot M_\Omega \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M_{\Omega\phi K} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$M_{\Omega\phi K} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$M_{\Omega\phi K} = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos K & \cos\omega\sin K + \sin\omega\sin\phi\cos K & \sin\omega\sin K - \cos\omega\sin\phi\cos K \\ -\cos\phi\sin K & \cos\omega\cos K - \sin\omega\sin\phi\sin K & \sin\omega\cos K + \cos\omega\sin\phi\sin K \\ \sin\phi & -\sin\omega\cos\phi & \cos\omega\cos\phi \end{bmatrix}$$

- چنانچه ترتیب دوران ها عوض شود، ماتریس M دورانی به فرم جدیدی تغییر می کند.

ساخت ماتریس R توسط المان های اولری (Ω, ϕ, K)

• از آنجا که M یک ماتریس اورتوگونال می باشد: $M^T = M^{-1}$

• در رابطه ی $\vec{X} = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0$ از M^T برای موازی کردن سیستم (x, y, z) با

سیستم (X, Y, Z) استفاده می کنیم.

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = M^T$$

• وقتی زوایای دورانی کوچک باشند با تقریب خوبی می توان به جای ماتریس M از

$$M = \begin{bmatrix} 1 & K & -\phi \\ -K & 1 & \Omega \\ \phi & \Omega & 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس تقریبی آن استفاده کرد.

$$\sin \theta \cong \theta$$
$$\cos \theta \cong 1$$
$$\sin^2 \theta \cong 0$$

ساخت ماتریس R توسط المان‌های اولری (Ω, ϕ, K)

تمرین ۱: صحت ماتریس زیر را به صورت پارامتریک بررسی نمایید.

$$M_{\Omega\phi K} = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos K & \cos\omega\sin K + \sin\omega\sin\phi\cos K & \sin\omega\sin K - \cos\omega\sin\phi\cos K \\ -\cos\phi\sin K & \cos\omega\cos K - \sin\omega\sin\phi\sin K & \sin\omega\cos K + \cos\omega\sin\phi\sin K \\ \sin\phi & -\sin\omega\cos\phi & \cos\omega\cos\phi \end{bmatrix}$$

تمرین ۲: برای المانهای ω , ϕ و K مقداری کمتر از شش درجه

انتخاب کرده و مقدار عددی ماتریس دورانی M را به دست آورید.

تمرین ۳: از طریق محاسبات عددی بررسی نمایید آیا رابطه $M^T = M^{-1}$ برقرار

است؟



ساخت ماتریس R توسط المان های (α, s, t)

مجموعه سه دوران آزیموت (α) ، تیلت (t) و سوئینگ (s)

نیز می توانند در توجیه دو سیستم به کار روند.

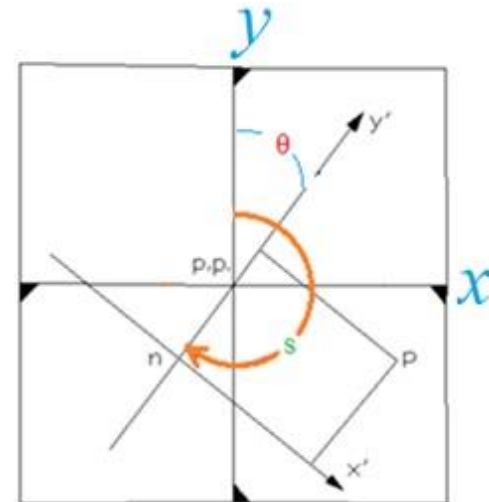
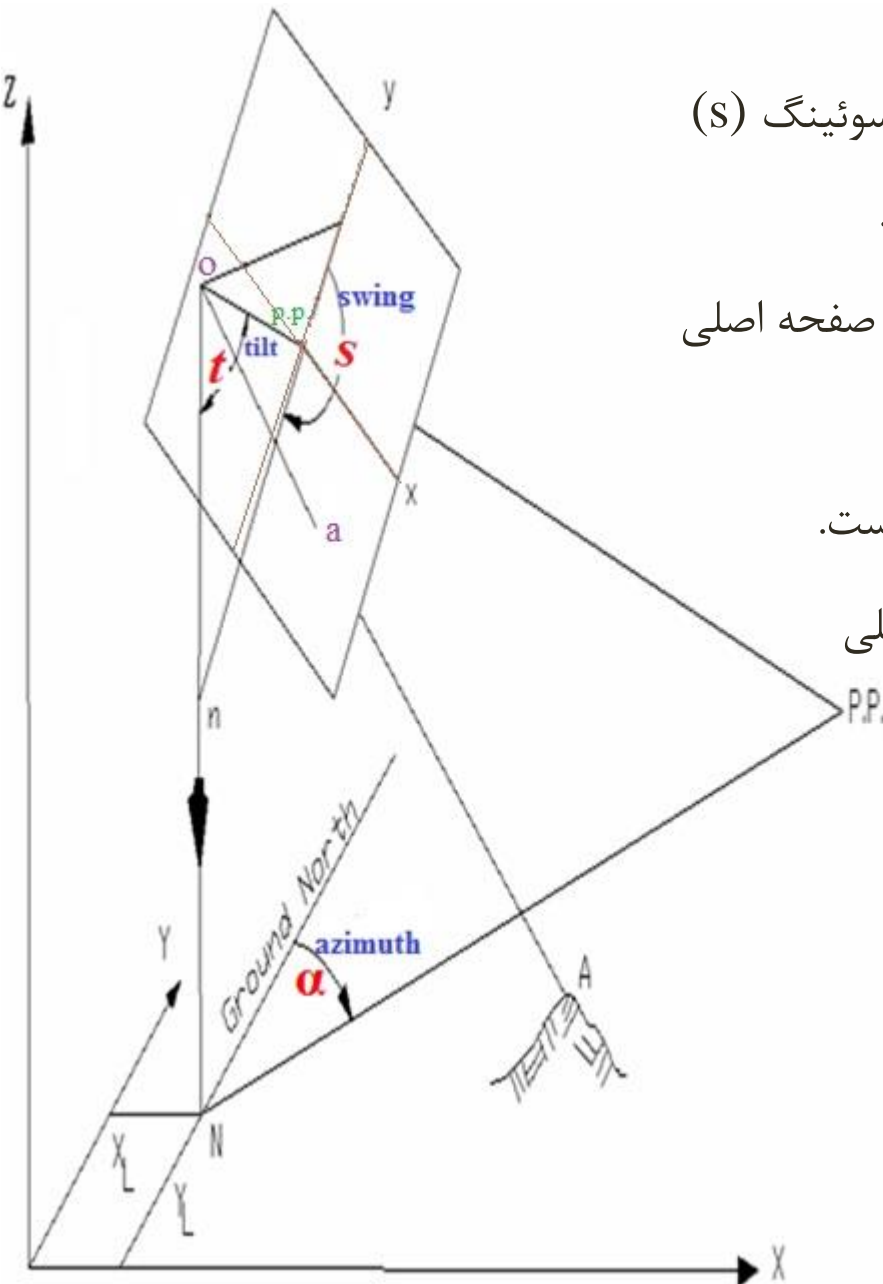
□ آزیموت: زاویه میان محور Y زمینی (شمال) و صفحه اصلی

در جهت عقربه های ساعت می باشد.

□ تیلت: زاویه ی بین محور نورانی و امتداد قائم است.

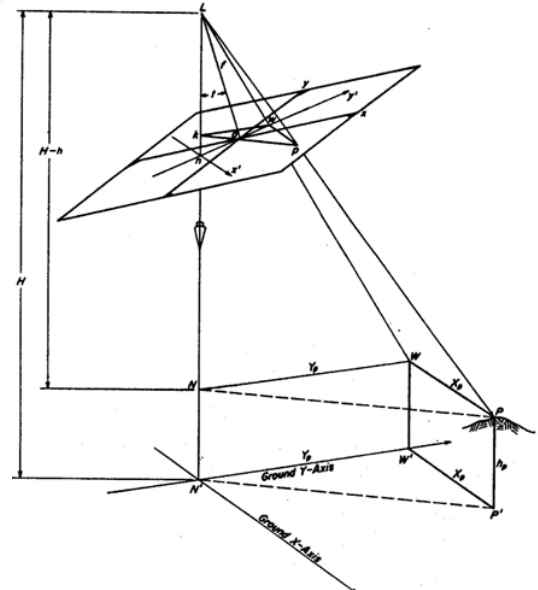
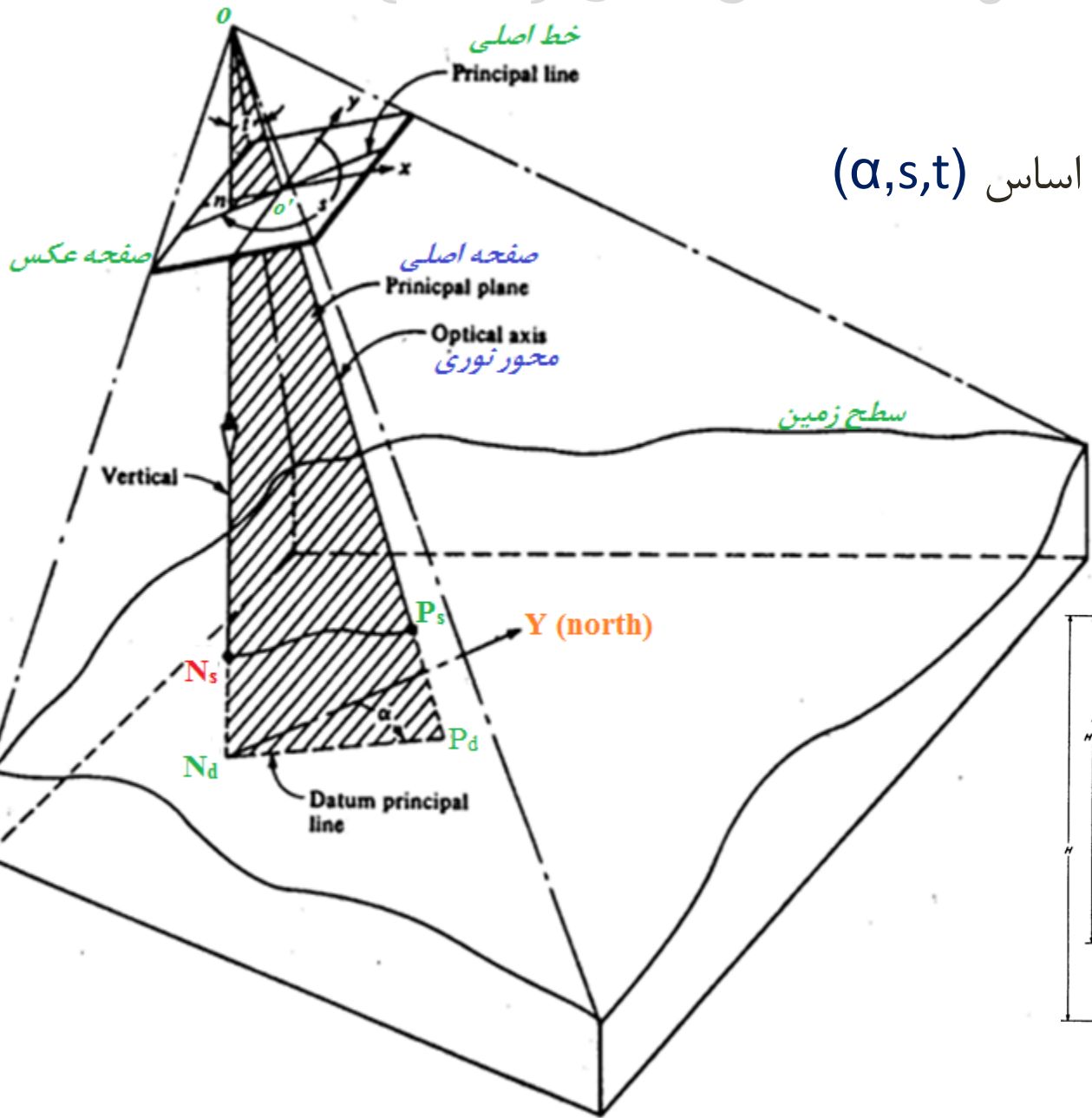
□ سوئینگ: زاویه میان محور Y عکسی و خط اصلی

در جهت حرکت عقربه های ساعت می باشد.



ساخت ماتریس R توسط المان های (α, s, t)

هندسه تک عکس بر اساس (α, s, t)



ساخت ماتریس R توسط المان های (α, s, t)

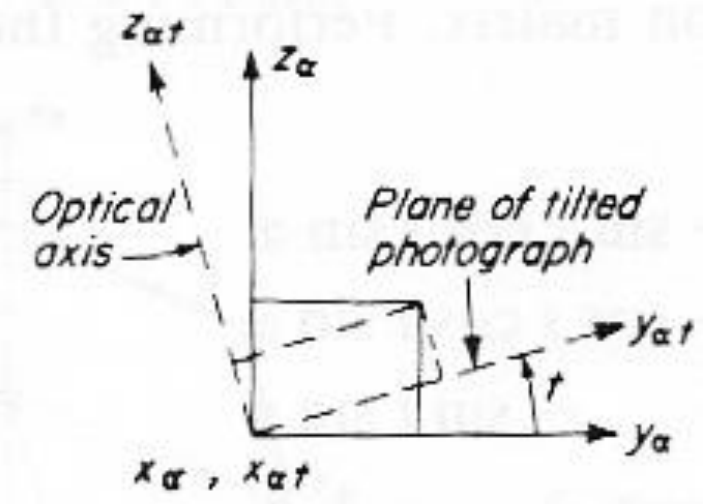
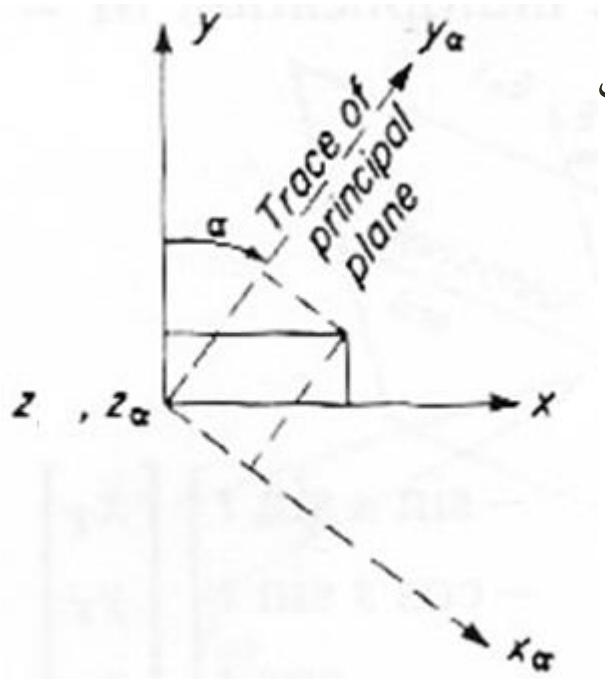
ماتریس وضعیت M بر اساس تیلت، سوئینگ و آزیموت

• دوران آزیموت (Azimuth)

$$\begin{pmatrix} x_\alpha \\ y_\alpha \\ z_\alpha \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_\alpha} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

• دوران تیلت (Tilt)

$$\begin{pmatrix} x_{\alpha t} \\ y_{\alpha t} \\ z_{\alpha t} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos t & \sin t \\ 0 & -\sin t & \cos t \end{pmatrix}}_{M_t} \begin{pmatrix} x_\alpha \\ y_\alpha \\ z_\alpha \end{pmatrix}$$



ساخت ماتریس R توسط المان های (α, s, t)

• دوران سوئینگ

$$\begin{pmatrix} x_{ats} \\ y_{ats} \\ z_{ats} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\text{coss} & -\text{sins} & 0 \\ \text{sins} & -\text{coss} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_s} \begin{pmatrix} x_{at} \\ y_{at} \\ z_{at} \end{pmatrix}$$

$$\theta = 180 - s$$

$$\theta = s - 180$$

• به کارگیری توام المان های تیلت، سوئینگ و آزیموت

$$M_{ats} = M_s \cdot M_t \cdot M_\alpha$$

$$\begin{pmatrix} x_{ats} \\ y_{ats} \\ z_{ats} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{coss} & -\text{sins} & 0 \\ \text{sins} & -\text{coss} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{cost} & \text{sint} \\ 0 & -\text{sint} & \text{cost} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{cosa} & -\text{sina} & 0 \\ \text{sina} & \text{cosa} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

ساخت ماتریس R توسط المان های (α, s, t)

• ماتریس M در حالت کلی

$$M = \begin{pmatrix} -\text{coss}.\text{cosa} - \text{sins}.\text{cost}.\text{sina} & \text{coss}.\text{sina} - \text{sins}.\text{cost}.\text{cosa} & -\text{sins}.\text{sint} \\ \text{sins}.\text{cosa} - \text{coss}.\text{cost}.\text{sina} & -\text{sins}.\text{sina} - \text{coss}.\text{cost}.\text{cosa} & -\text{coss}.\text{sint} \\ -\text{sint}.\text{sina} & -\text{sint}.\text{cosa} & \text{cost} \end{pmatrix}$$

تمرین ۱: صحت رابطه فوق را بررسی نمایید.

تمرین ۲: به ازای مقادیر دلخواه ماتریس M را محاسبه نمایید.

tilt: (0° to 180°)

omega: (-180° to 180°)

swing: (-180° to 180°)

phi: (-90° to 90°)

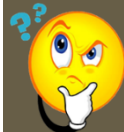
azimuth. (-180° to 180°)

kappa: (-180° to 180°)

تمرین ۳: ماتریس های وضعیت زیر را به لحاظ پارامتری و عددی با هم مقایسه نمایید.

$$M_{\Omega\phi K} = M_K \cdot M_\phi \cdot M_\Omega$$

$$M_{K\phi\Omega} = M_\Omega \cdot M_\phi \cdot M_K$$



مقایسه دو مجموعه المان دورانی (Ω, \emptyset, K) و (α, s, t)

✓ برای مشخص کردن وضعیت Platform کدام مجموعه بهتر است؟

مجموعه دوران های اولری (حول محورهای X, Y و Z) برتری دارد.

دلیل: تعریف خط بزرگترین شیب در حالت عکس برداری کاملاً قائم ($t=0$) امکان ناپذیر است (انطباق نقطه نادیر با نقطه p.p.).

در سیستم دورانهای اولری نیازی به مشخص کردن موقعیت نقطه نادیر نیست.

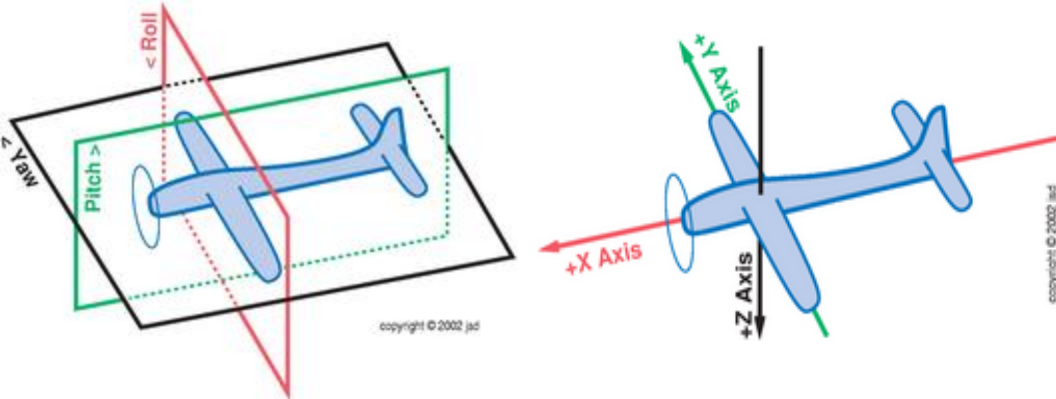
- با استفاده از هر دو مجموعه المان دورانی می توان ماتریس دورانی M را تولید کرد. که $R=M^T$ یک ماتریس متعامد است، بنابراین از خواص ماتریس متعامد پیروی می کند.
- ساخت ماتریس R توسط ماتریس های متعامد دیگری نیز می تواند صورت گیرد مانند:

ماتریس های متعامد رودریگز و کیلی

ماتریس کوسینوس های هادی

ساخت ماتریس R با دوران حول یک خط و ...

ماتریس متعامد اسخات



✓ انواع حرکت‌های متحرک در فضا:

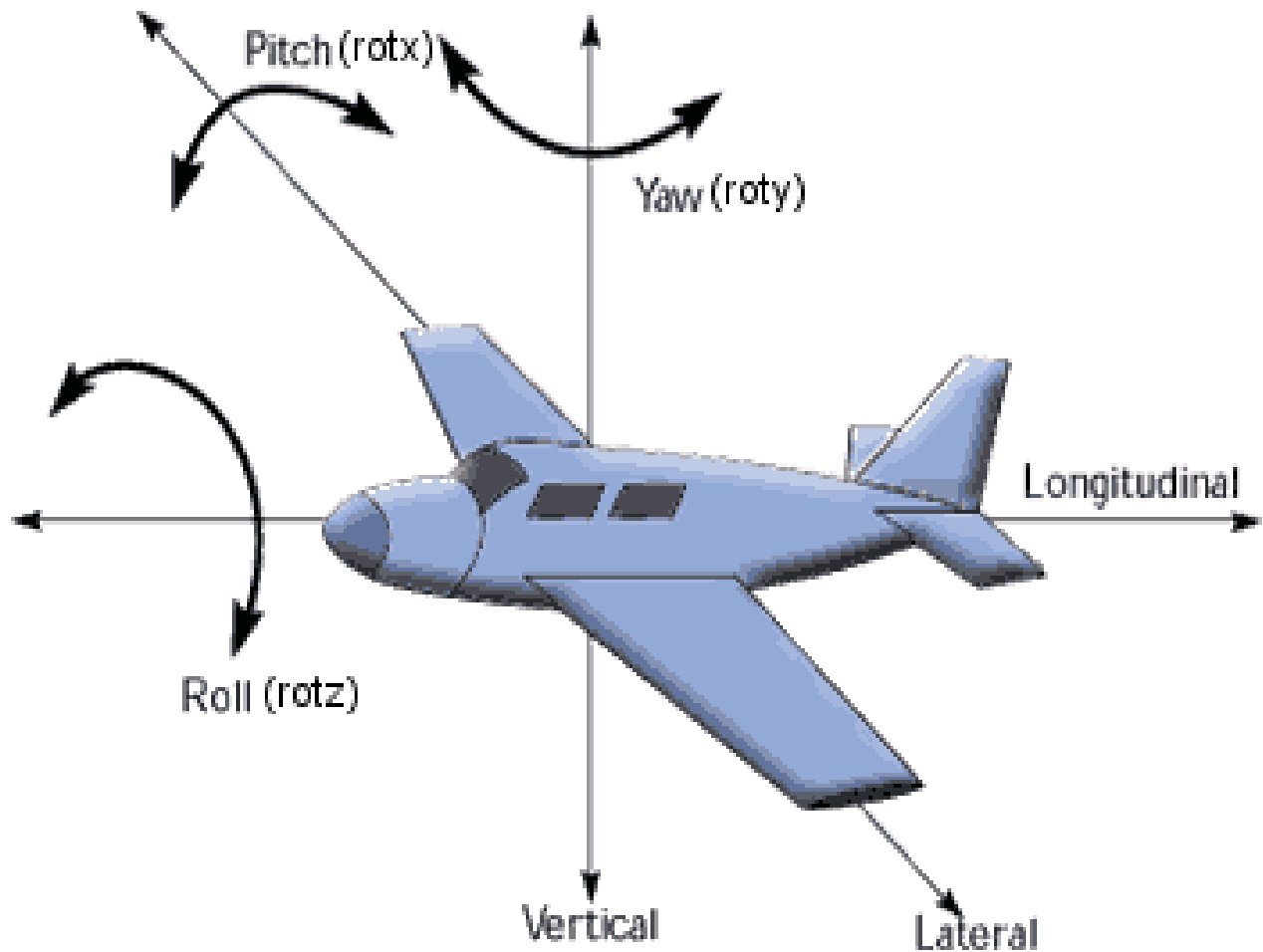
✓ هر متحرک در فضا ۶ درجه آزادی دارد که ۳ حرکت خطی و ۳ حرکت دورانی است برای مشخص نمودن حرکت دورانی متحرک در فضا از ۳ محور عمود بر هم استفاده می‌شود که عبارتند از: «محور رول یا محور طول»، «محور پیچ یا محور عرضی» و «محور یاو».

❖ **محور رول:** محور طولی یا محور جلو - عقب را محور رول می‌نامند و حرکت رول یعنی دوران متحرک حول محور طولی خودش.

❖ **محور پیچ:** محور عرضی یا جنبی را محور پیچ گویند. و حرکت پیچ دوران متحرک حول محور عرضی خودش است که محوری افقی است و عمود بر محور طولی می‌باشد.

❖ **محور یاو:** محور عمود بر دو محور یاو و پیچ است و دوران متحرک حول این محور قائم را دوران یاو گویند.

- اختلاف بین المان (Ω, Θ, K) و $(\text{Roll, pitch, yaw})$ را بوری sight angle گویند (در حالتی که دوربین و هواپیما کاملاً به هم فیکس شده باشند دیگر اختلافی وجود ندارد).



خواص ماتریس‌های متعامد (orthogonal matrix)

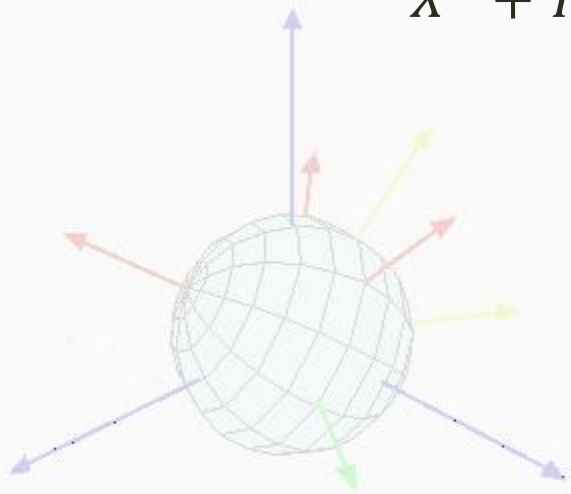
✓ یک تبدیل خطی وقتی متعامد است که طول بردارها تحت تبدیل تغییر نکند. اگر این

تبدیل توسط ماتریس R نمایش داده شود، دارای خواص زیر است:

$$R^T = R^{-1}, R \cdot R^T = R \cdot R^{-1} = I \quad \checkmark$$

آنچه $X^2 + Y^2 + Z^2 = x^2 + y^2 + z^2$ اگر \checkmark

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$



$$\vec{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = M^T$$

خواص ماتریس های متعامد

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

✓ مجموع مربعات هر سطر و ستون یک است. $r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{13}^2 = r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 = \dots = 1$

✓ حاصلضرب داخلی هر دو سطر و ستون مجاور صفر است. $(r_{11} \cdot r_{12}) + (r_{21} \cdot r_{22}) + (r_{31} \cdot r_{32}) = \dots = 0$

✓ برای هر عنصر داریم: $(r_{32})^2 = (r_{11} \cdot r_{23} - r_{21} \cdot r_{13})^2; \dots$

تمرین) در صورتی که M ماتریس دوران سه بعدی مورد استفاده برای برقراری ارتباط میان

فضای عکس و سیستم مختصات زمینی باشد، کدامیک از موارد زیر در مورد المان های این

ماتریس درست می باشد.

$$\begin{bmatrix} m_{11} & \frac{\sqrt{3}}{2} & m_{13} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & m_{22} & 0 \\ m_{31} & m_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

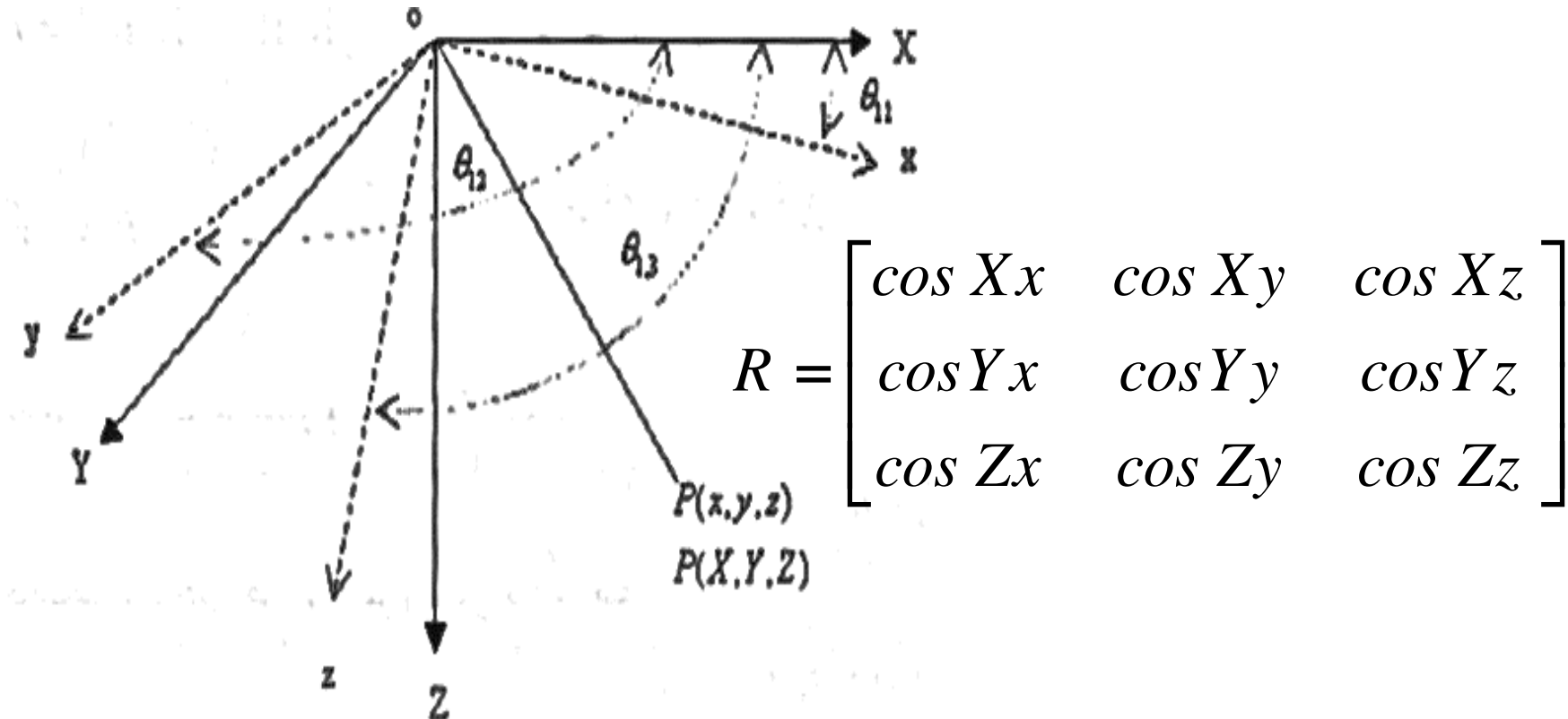
(الف) $m_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $m_{22} = \frac{1}{2}$ (ب) $m_{11} = \frac{1}{2}$ ، $m_{22} = \frac{1}{2}$

(ج) $m_{11} = \frac{1}{2}$ ، $m_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (د) $m_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $m_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



کسینوس های هادی

ماتریس دورانی R را می توان بر حسب کسینوس های هادی، که با زوایای دورانی بین محورهای نظیر در دو سیستم مرتبط است، بیان کرد. در این حالت المان های ماتریس R بر حسب کسینوس های هادی، به صورت زیر بیان می شوند:



در صورتی که $(\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13})$ زوایای دورانی باشند

که محورهای x, y, z با محور X می سازند و

$(\theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{23})$ زوایای دورانی باشند که محورهای x, y, z با محور Y می سازند و

$(\theta_{31}, \theta_{32}, \theta_{33})$ زوایای دورانی باشند که محورهای x, y, z با محور Z می سازند داریم:

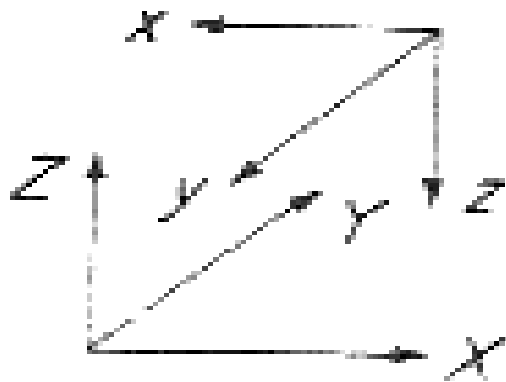
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos Xx & \cos Xy & \cos Xz \\ \cos Yx & \cos Yy & \cos Yz \\ \cos Zx & \cos Zy & \cos Zz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{11} & \cos \theta_{12} & \cos \theta_{13} \\ \cos \theta_{21} & \cos \theta_{22} & \cos \theta_{23} \\ \cos \theta_{31} & \cos \theta_{32} & \cos \theta_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

تمرین ۱: از طریق محاسبات عددی بررسی نمایید آیا رابطه زیر برقرار است؟

$$M^t = M^{-1}$$

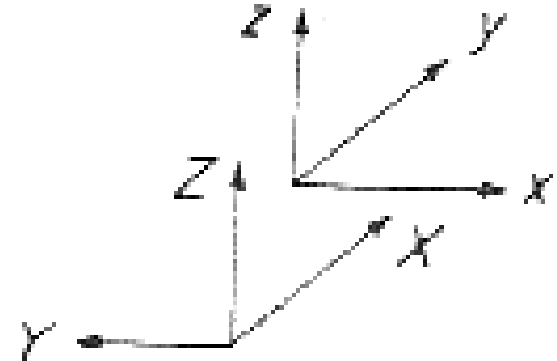
تمرین ۲: بر اساس کسینوس های هادی ارتباط میان مجموعه سیستم های مختصات زیر را به دست آورید (ماتریس M)؟



(a)



(b)



(c)



ماتریس متعامد رودریگز و کیلی

✓ اولین بار کیلی (cayley) نشان داد که ماتریس زیر همواره متعامد است:

$$R_c = (I - S)(I + S)^{-1}$$

✓ که I یک ماتریس یکه و S ماتریس قرینه ای به شکل زیر می باشند.

$$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & v & -\mu \\ -v & 0 & \lambda \\ \mu & -\lambda & 0 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(I - S)^T = (I + S)$$

✓ با توجه به خواص ماتریس S داریم:

$$(I + S)^T = (I - S)$$

$$R_c^T = (I - S)^{-1} (I + S)$$

✓ در نتیجه خواهیم داشت:

✓ بنابراین می توان گفت هر زوج به شکل زیر اورتوگونال است.

$$(I \mp S)(I \pm S)^{-1} = (I \pm S)^{-1}(I \mp S)$$



ماتریس متعامد رودریگز و کیلی

✓ با محاسبه R_c به فرم ماتریسی متعامد زیر که توسط رودریگز (Rodrigues) اشاره شد

$$R_c = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2}v & \frac{1}{2}\mu \\ \frac{1}{2}v & 1 & -\frac{1}{2}\lambda \\ -\frac{1}{2}\mu & \frac{1}{2}\lambda & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}v & -\frac{1}{2}\mu \\ -\frac{1}{2}v & 1 & \frac{1}{2}\lambda \\ \frac{1}{2}\mu & -\frac{1}{2}\lambda & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad \text{می‌رسیم:}$$

✓ در صورتی که θ دوران حول محور دورانی و با کسینوس های هادی مشخص باشد،

پارامترهای (λ, μ, v) تابعی از این زاویه و کسینوس های هادی محور به صورت (l, m, n)

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \\ v \end{bmatrix} = 2 \cdot \tan \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \quad \text{است، در این صورت داریم:}$$

✓ مزیت روش رودریگز این است که تقریبی نمی‌باشد و با یک تکرار به جواب می‌رسند. ولی

اگر θ به 180° نزدیک شوند یکی از مولفه ها یا هر سه (λ, μ, v) به بینهایت میل می‌کنند

که برای حل این مشکل ماتریس متعامد اسخات معرفی می‌شود.

ماتریس متعامد اسخات

✓ همانطور که در قسمت قبل دیدیم در صورتی که $\theta = \pi$ باشد، معادله برای استفاده مناسب نمی‌باشد. این مشکل با پیشنهاد ماتریس اسخات (schut) حل شد:

$$R_s = (dI - S)^{-1} (dI + S)$$

✓ که I یک ماتریس یکه و S به صورت روبرو تعریف می‌شود:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{bmatrix}$$

که با جایگذاری در معادله قبل خواهیم داشت:

$$R_s = \begin{bmatrix} d & c & -b \\ -c & d & a \\ b & -a & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d & -c & b \\ c & d & -a \\ -b & a & d \end{bmatrix}$$

$$R_s = \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} \begin{bmatrix} a^2 - b^2 - c^2 + d^2 & 2ab - 2cd & 2ac + 2bd \\ 2ab + 2cd & -a^2 + b^2 - c^2 + d^2 & 2bc - 2ad \\ 2ac - 2bd & 2bc + 2ad & -a^2 - b^2 + c^2 + d^2 \end{bmatrix}$$



(3D Affine Transformation)

در تبدیل ساده‌ی سه‌بعدی فرض بر این بود که در فضای سه‌بعدی مقیاس در تمام جهات یکسان است. در صورتی که مقیاس در امتداد محورهای سیستم‌های مختصات یکسان نباشد، تبدیل افاین سه‌بعدی مطرح می‌شود.

تغییر مقیاس در تمام جهات یکسان

uniform



$$\vec{X} = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0 \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \vec{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

nonuniform



بنابراین تعداد پارامترها در این تبدیل برابر خواهد بود با:

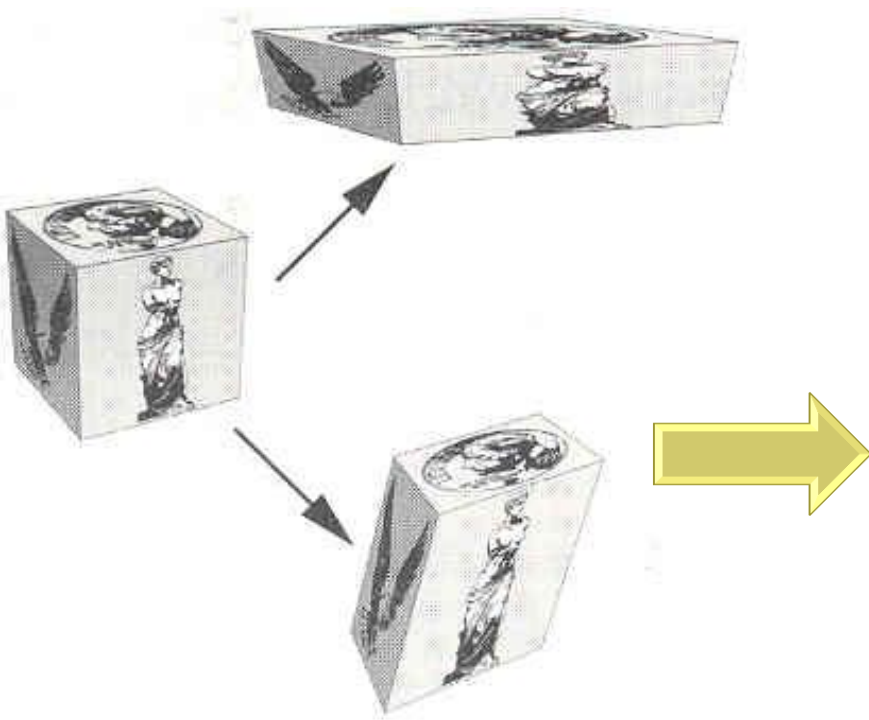
$$\lambda = 1, \quad \vec{x} = [\lambda_x \cdot x \quad \lambda_y \cdot y \quad \lambda_z \cdot z]^T = \begin{bmatrix} \lambda_x \cdot x \\ \lambda_y \cdot y \\ \lambda_z \cdot z \end{bmatrix}$$

سه دوران-سه انتقال-سه مقیاس (با فرض تعامد محورهای مختصات بر یکدیگر)

تبدیل افاین سه بعدی

البته در حالت ذکر شده فرض بر تعامد محورهای مختصات بر یکدیگر بوده است ($\varepsilon=0$) که به این حالت خاص از تبدیل افاین Orthogonal affine یا Helmert نیز گفته می شود.

در حالت عمومی در تبدیل افاین علاوه بر یکسان نبودن مقیاس در جهت محورها $(\lambda_x \ \lambda_y \ \lambda_z)$ ، سه پارامتر دیگر به نام عدم تعامد محورها $(\xi_x \ \xi_y \ \xi_z)$ نیز وجود دارد.



که در حالت کلی تبدیل افاین سه بعدی شامل ۱۲ پارامتر زیر خواهد بود:

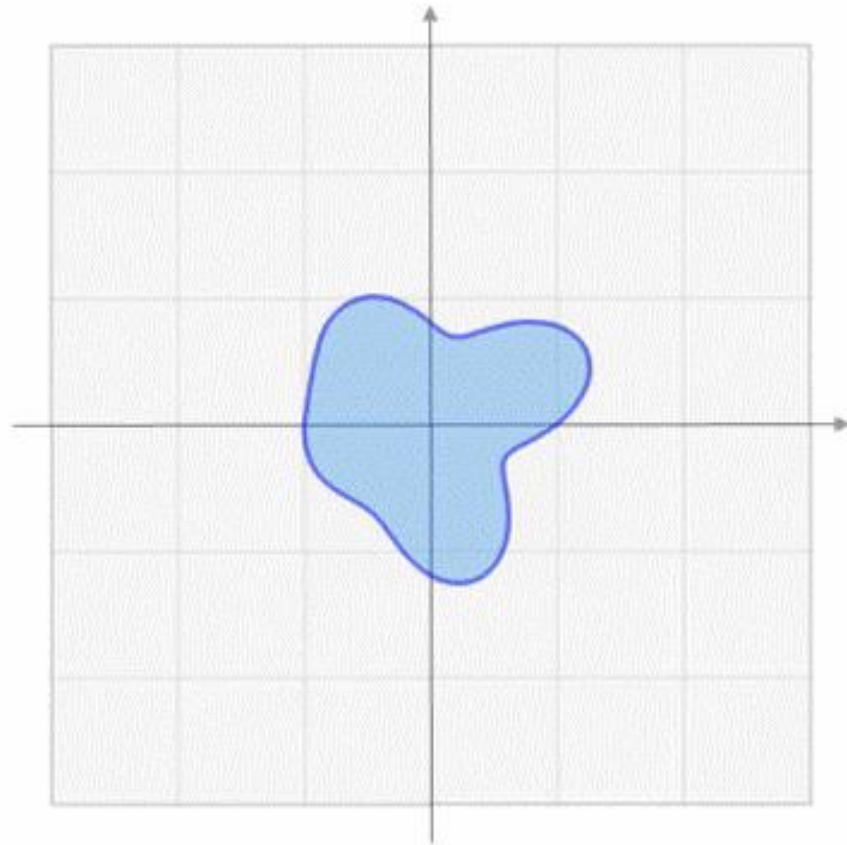
➤ سه پارامتر انتقال

➤ سه پارامتر دوران

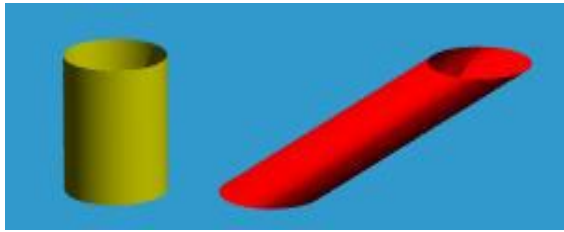
➤ سه پارامتر مقیاس

➤ سه پارامتر عدم تعامد محورها

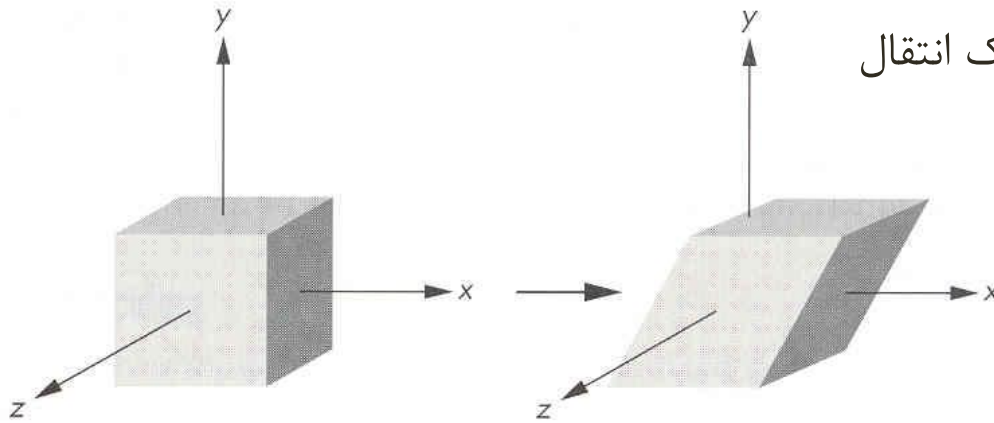
Affine transformations on the 2D plane can be performed in three dimensions. Translation is done by shearing along over the z axis, and rotation is performed around the z axis.



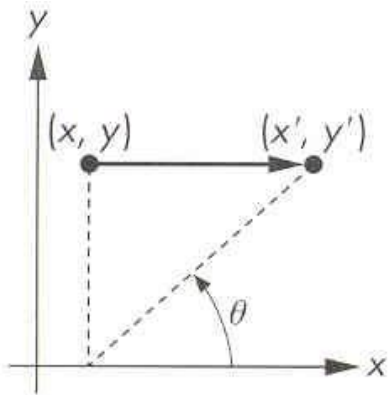
تبدیل افاین سه بعدی



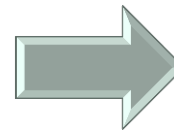
تأثیر shear مانند هل دادن یک شی هندسی در یک جهت موازی با یک صفحه سه بعدی (3D) یا در یک سیستم مختصات دو بعدی (2D) است. در شکل روبرو سیلندر قرمز نتیجه اعمال یک انتقال shear بر روی سیلندر زرد است.



shear the object in the x direction



$$\begin{aligned} x' &= \\ y' &= \\ z' &= \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x' &= x + y \cot \theta \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

- Shear in the x direction

$$\begin{aligned} x' &= x + y \cot \theta \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

$$H_x(\theta)$$

$$\mathbf{p}' = H_x \mathbf{p}$$



shearing matrix

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & \cot \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



- Inverse of a shearing matrix

$$H_x^{-1}(\theta) = H_x(-\theta) = ? \Rightarrow H_x^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & -\cot \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

تبدیل پروجکتیو سه بعدی

(3D Projective Transformation)

• پروجکتیو سه بعدی حالت خاصی از Rational Function می باشد.

$$\begin{cases} x = \frac{p_1(x, y, z)}{p_2(x, y, z)} = \frac{(1 \ z \ y \ x \ \dots \ z^3 \ y^3 \ x^3)(a_0 \ \dots \ a_{19})^T}{(1 \ z \ y \ x \ \dots \ z^3 \ y^3 \ x^3)(1 \ b_1 \ \dots \ b_{19})^T} \\ y = \frac{p_3(x, y, z)}{p_4(x, y, z)} = \frac{(1 \ z \ y \ x \ \dots \ z^3 \ y^3 \ x^3)(c_0 \ \dots \ c_{19})^T}{(1 \ z \ y \ x \ \dots \ z^3 \ y^3 \ x^3)(1 \ d_1 \ \dots \ d_{19})^T} \\ z = \frac{p_5(x, y, z)}{p_6(x, y, z)} = \frac{(1 \ z \ y \ x \ \dots \ z^3 \ y^3 \ x^3)(e_0 \ \dots \ e_{19})^T}{(1 \ z \ y \ x \ \dots \ z^3 \ y^3 \ x^3)(1 \ f_1 \ \dots \ f_{19})^T} \end{cases}$$

با پیدایش هندسه‌ی dynamic و فتوگرامتری فضایی معادلات توابع کسری رایج شده‌اند که از نوع پروجکتیونند.

$$\begin{cases} x = \frac{p_1(x, y, z)}{p_2(x, y, z)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2y + a_3z}{1 + b_0x + b_1y + b_2z} \\ y = \frac{p_3(x, y, z)}{p_4(x, y, z)} = \frac{c_0 + c_1x + c_2y + c_3z}{1 + d_0x + d_1y + d_2z} \\ z = \frac{p_5(x, y, z)}{p_6(x, y, z)} = \frac{e_0 + e_1x + e_2y + e_3z}{1 + f_0x + f_1y + f_2z} \end{cases}$$

معادله فوق ۱۱۷ (۳×۱۹+۳×۲۰) معادله درجه سه) پارامتر مجهول دارد.

پروجکتیو سه بعدی نمایش درجه یک از چند جمله های کسرهای فوق می باشد.

تبدیل پروجکتیو سه بعدی

در حالت کلی حالت کسری (تقسیم) چند جمله‌ای‌های درجه نخست به شکل زیر می‌باشد:

$$x = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + a_{44}} \quad y = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{51}X + a_{52}Y + a_{53}Z + a_{54}} \quad z = \frac{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}}{a_{61}X + a_{62}Y + a_{63}Z + a_{64}}$$

برای ساده تر شدن این معادلات مخرج‌ها را یکسان فرض می‌کنیم ($P_4=P_5=P_6$). به عبارتی ارتباط بین فضا را با ۱۶ پارامتر ایجاد می‌کنیم که از این تعداد a_{44} را می‌توان حذف نمود. اگر این کار را نکنیم و این را به شکل مجهول وارد محاسبات کنیم ماتریس سینگولار (singular) خواهد شد. بنابراین ارتباط بین فضاها با ۱۵ پارامتر مستقل برقرار می‌شود.

$$x = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1} \quad y = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1} \quad z = \frac{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1}$$

تبدیل پروجکتیو سه بعدی

$$x = a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}$$

$$y = a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}$$

$$z = a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}$$

➤ اگر $a_{41}=a_{42}=a_{43}=0$ به افاین سه بعدی خواهیم رسید:

که در افاین سه بعدی دوازده مجهول $\left(\begin{matrix} T_x, T_y, T_z & * & \omega, \varphi, \kappa \\ \xi_{xy}, \xi_{xz}, \xi_{yz} & * & \lambda_x, \lambda_y, \lambda_z \end{matrix} \right)$ داشتیم.

➤ اگر معادله ی این تبدیل به صورت $x=AX+A_0$ باشد، ماتریس ضرائب به صورت زیر می باشد:

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

➤ $|A|=1$ شکل الزاما حفظ نمی شود ولی مساحت حفظ می شود

➤ $|A|>1$ شکل بزرگتر می شود

➤ $|A|<1$ شکل کوچکتر می شود

➤ اگر $A^T A = K \cdot I$ نشان دهنده ی حالتی از تعامد کامل است و ضریب مقیاس در تمام جهات برابر و

یکسان است یعنی:

$$A^T A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}, \xi_{xy} = \xi_{xz} = \xi_{yz} = 0, \lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = k$$

در این حالت تعداد پارامترها به هفت عدد کاهش می یابد.

➤ اگر $A^T A = I$ تعداد پارامترها به شش عدد کاهش می یابد (که مخصوص اجسام صلب است و در آن

ضریب مقیاس یک است)

تبدیل پروژکتیو سه بعدی

مثال) معادلات افاین سه بعدی را مد نظر بگیرید. در صورتی که ماتریس ضرائب را با A نمایش

$$X_{3 \times 1} = A_{3 \times 3} x_{3 \times 1} + T_{3 \times 1}$$

دهیم، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) در صورتی که از بعد سوم یکی از فضاها صرف نظر شود، معادلات پروژکتیو ۲ بعدی حاصل می شود.

(۲) در صورتی که $A^T A = KI$ (ضریب ثابت)، و محورها عمود بر هم باشد، تعداد مجهولات به ۹ کاهش می یابد.

(۳) در صورتی که $|A|=1$ باشد، هر شکلی که وارد معادلات شود، با همان شکل خارج می شود، ولی مساحت آن تغییر می کند.

(۴) در صورتی که $A^T A = KI$ باشد (I ماتریس یکه)، مقیاس ها در تمام جهات برابر بوده و تعداد مجهولات برابر ۷ می باشد.

د

مثال) در معادلات افاین سه بعدی (3D affine) در صورتی که ماتریس ضرائب A متعامد گردد

$(A^T A = I)$ تعداد پارامترهای مستقل مجهول چه اندازه خواهد شد؟

الف

(۱) ۶ پارامتر (سه پارامتر انتقال، سه پارامتر دوران)

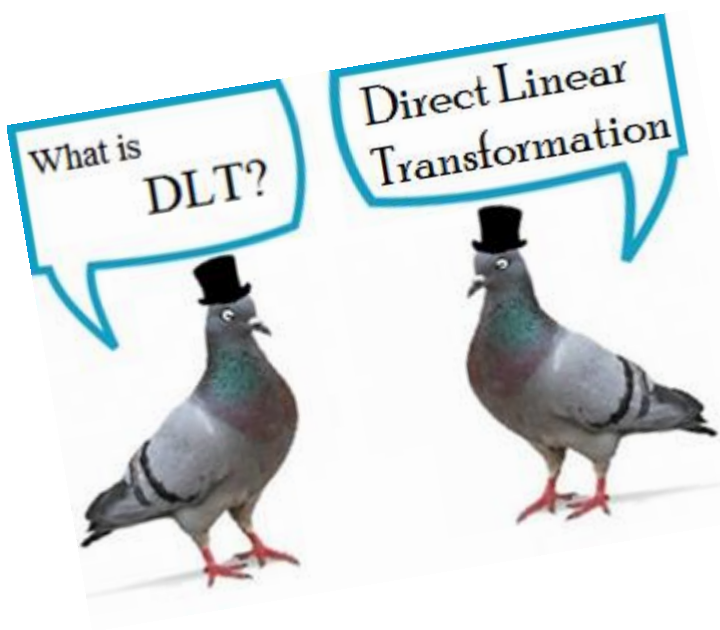
(۲) ۷ پارامتر (سه پارامتر انتقال، سه پارامتر دوران، ۱ پارامتر ضریب مقیاس)

(۳) ۹ پارامتر (سه پارامتر انتقال، سه پارامتر دوران، سه پارامتر عمود نمودن محورها (Non-orthogonality))

(۴) ۹ پارامتر (سه پارامتر انتقال، سه پارامتر دوران، سه پارامتر ضریب مقیاس)

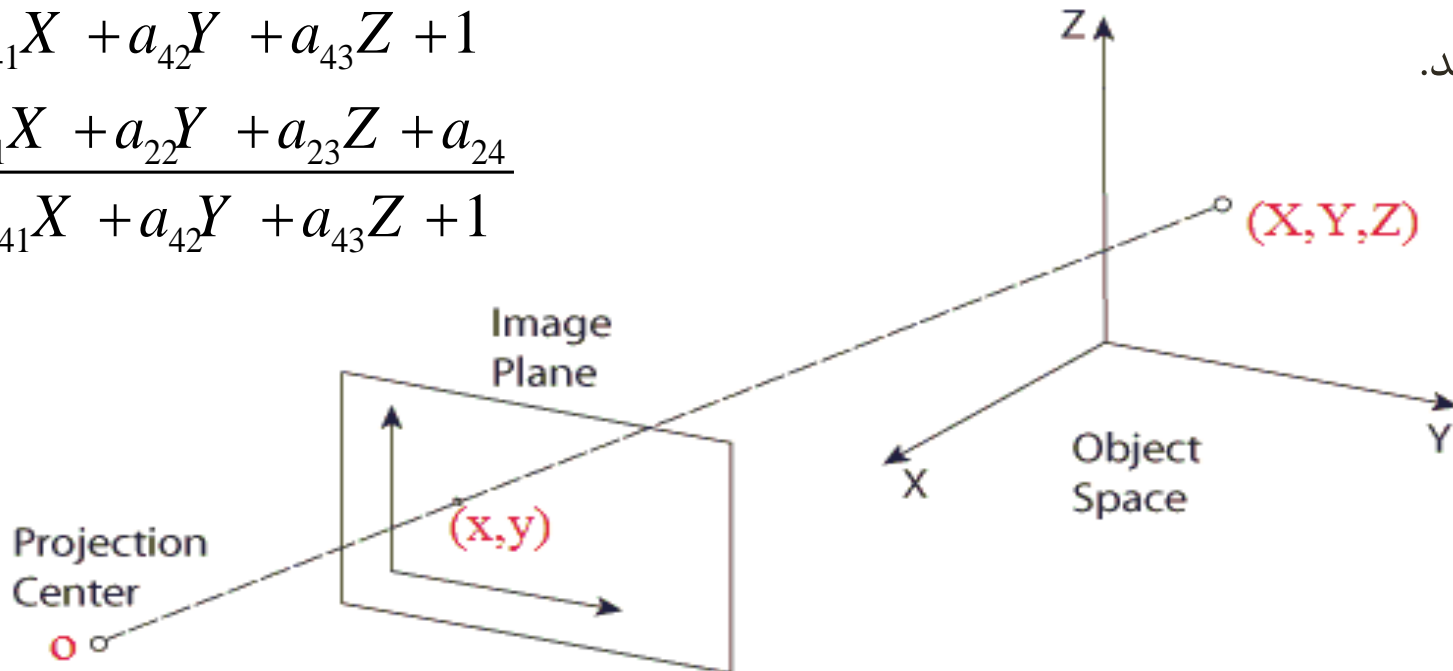


معادلات DLT

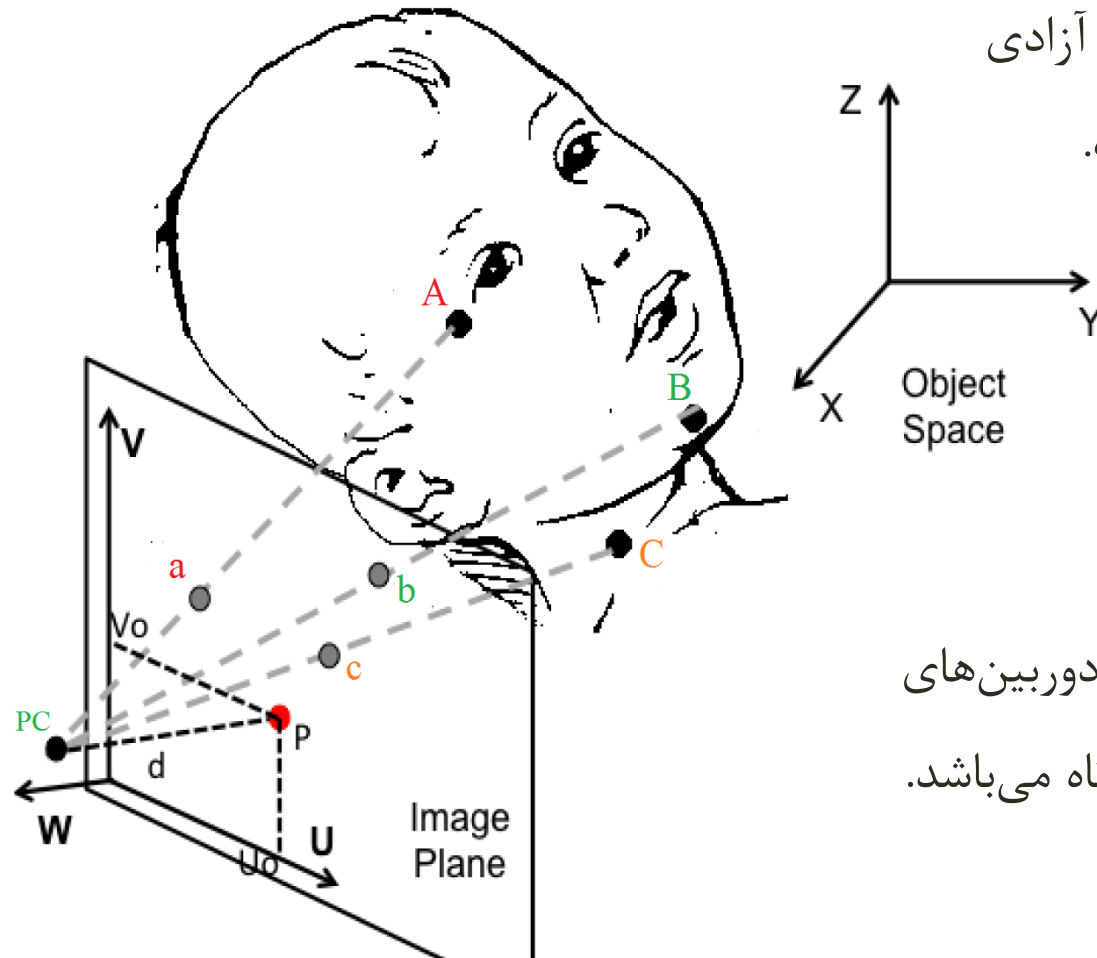


اگر در یکی از فضاها ابعاد کم شود مثل فتوگرامتری به معادلات DLT می‌رسیم، که مستقیماً از فضای تصویر به فضای زمین با ۱۱ پارامتر مستقل ارتباط برقرار می‌کند. به عبارتی معادلات DLT از فضای تصویری خام به فضای زمینی به طور مستقیم ارتباط برقرار می‌کند.

$$x = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1}$$
$$y = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1}$$



➤ در این معادله با ۶ نقطه کنترل زمینی (GCP) ۱۲ معادله خواهیم داشت، در نتیجه با یک درجه آزادی ($df=12-11=1$) پارامترهای DLT به دست خواهند آمد که با افزایش GCPها افزایش درجه آزادی و افزایش دقت را خواهیم داشت.



یکی از موارد کاربرد این معادله، در دوربین‌های غیر متریک در فتوگرامتری برد کوتاه می‌باشد.

تبدیل سه بعدی با استفاده از چند جمله‌ای‌ها

(3D Polynomial Transformation)

به منظور بررسی خطاهای انتشار داده شده یا تغییر شکل سیستماتیک در یک مدل سه بعدی یا اتصال مدل‌ها در یک نوار تشکیل شده در مثلث بندی مدل پیوسته، معمولاً استفاده از چند جمله‌ای‌ها به عنوان یک روش مناسب پیشنهاد می‌شود.

با توجه به کاربرد مورد نظر، چند جمله‌ای‌ها را می‌توان به شکل‌های مختلفی به کاربرد.

چند جمله‌ای‌های سه بعدی عمومی:

$$X = a_0$$

$$+ a_1 x + a_2 y + a_3 z$$

$$+ a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_7 z^2 + a_8 xy + a_9 xz + a_{10} yz + \dots$$

$$Y = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 z + \dots$$

$$Z = c_0 + c_1 x + c_2 y + c_3 z + \dots$$

تبدیل سه بعدی با استفاده از چندجمله‌ای‌ها

- تعداد پارامترها به صورت نامحدود می‌تواند افزایش یابد.

First order polynomial (4 coefficients per coordinate)

- $x' = k_{x1} + k_{x2}x + k_{x3}y + k_{x4}z$
- $y' = k_{y1} + k_{y2}x + k_{y3}y + k_{y4}z$
- $z' = k_{z1} + k_{z2}x + k_{z3}y + k_{z4}z$

Second order polynomial (10 coefficients per coordinate)

- $x' = k_{x1} + k_{x2}x + k_{x3}y + k_{x4}z + k_{x5}x^2 + k_{x6}xy + k_{x7}y^2 + k_{x8}xz + k_{x9}yz + k_{x10}z^2$
- $y' = k_{y1} + k_{y2}x + k_{y3}y + k_{y4}z + k_{y5}x^2 + k_{y6}xy + k_{y7}y^2 + k_{y8}xz + k_{y9}yz + k_{y10}z^2$
- $z' = k_{z1} + k_{z2}x + k_{z3}y + k_{z4}z + k_{z5}x^2 + k_{z6}xy + k_{z7}y^2 + k_{z8}xz + k_{z9}yz + k_{z10}z^2$

Third order polynomial (20 coefficients per coordinate)

Fourth order polynomial (35 coefficients per coordinate) and ...

در ادامه لیستی از مدل‌های شناخته شده تر ارائه شده است، تا به اینجا با تعدادی از این مدل‌ها و روابط مربوطه آشنا شده اید، برخی دیگر از آنها در ساعت عملی همین درس ارائه خواهد شد.

2D Mathematical Models

- *Parametric Models*
- *Interpolative Models*
 - ✓ *Global Polynomial*
 - ✓ *Piece-Wise Polynomial*
 - ✓ *Point-Wise Polynomial*
 - ✓ *Multi-Quadratic Transformation*
 - ✓ *2D-Projective Transformation*

3D Mathematical Models

- *Parametric Models*
 - ✓ *Co-linearity Condition Equation*
 - ✓ *Co-planarity Condition Equation*
- *Interpolative Models*
 - ✓ *Rational Functions*
 - ✓ *3D projective Transformation*
 - ✓ *3D Affine Transformation*
 - ✓ *3D Similarity Transformation*
 - ✓ *Direct Linear Transformation*



ضروری اجمالی

بر مبحث خطاهای سیستماتیک

در فتوگرامتری

- خطای تغییر بُعد فیلم
- خطای اعوجاج عدسی
- خطای عدم انطباق مرکز عکس
- خطای انکسار اتمسفر
- خطای ناشی از کرویت زمین
- خطای ناشی از ناهمواری زمین
- خطای ناشی از دوران زمین
- خطای ناشی از تیلت
- خطای کشیدگی تصویر
- خطای تغییر مقیاس در اثر تغییر ارتفاع پرواز



خطای سیستماتیک

خطای منظم یا سیستماتیک دارای جهت یا الگوی مشخص می‌باشد.
الگوی این خطا قابل پیش بینی می‌باشد، به عبارتی می‌توان برای آن
فرمول ریاضی یا فیزیکی نوشت.



خطای عدم انطباق مرکز عکسی

عدم انطباق نقطه اصلی و محل تقاطع علائم کناری :

نقطه اصلی، پای عمود از نودال عقبی عدسی بر روی صفحه کانونی است که اگر سیستم ایده ال باشد مشکلی به وجود نمی آید و با مرکز تقاطع علائم کناری یکسان می شود.

ولی همیشه شرایط ایده ال نیست.

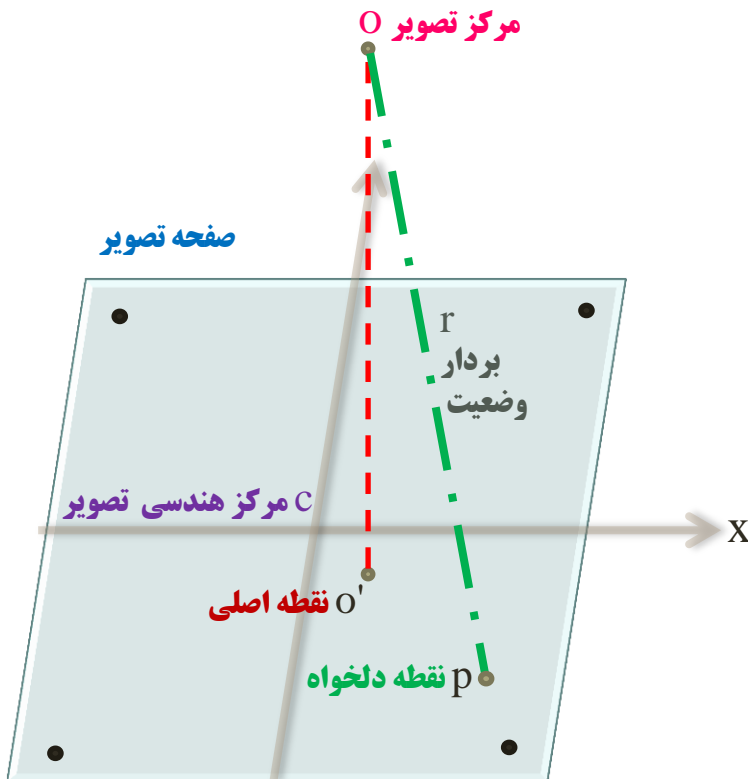
عدم انطباق نقطه اصلی و

محل تقاطع علائم کناری

در اکثر محاسبات به صورت زیر اعمال می شود :

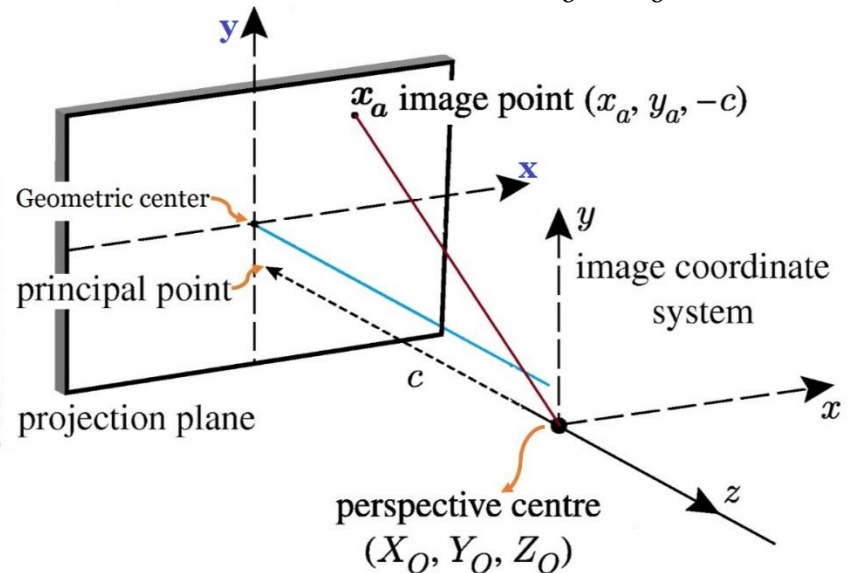
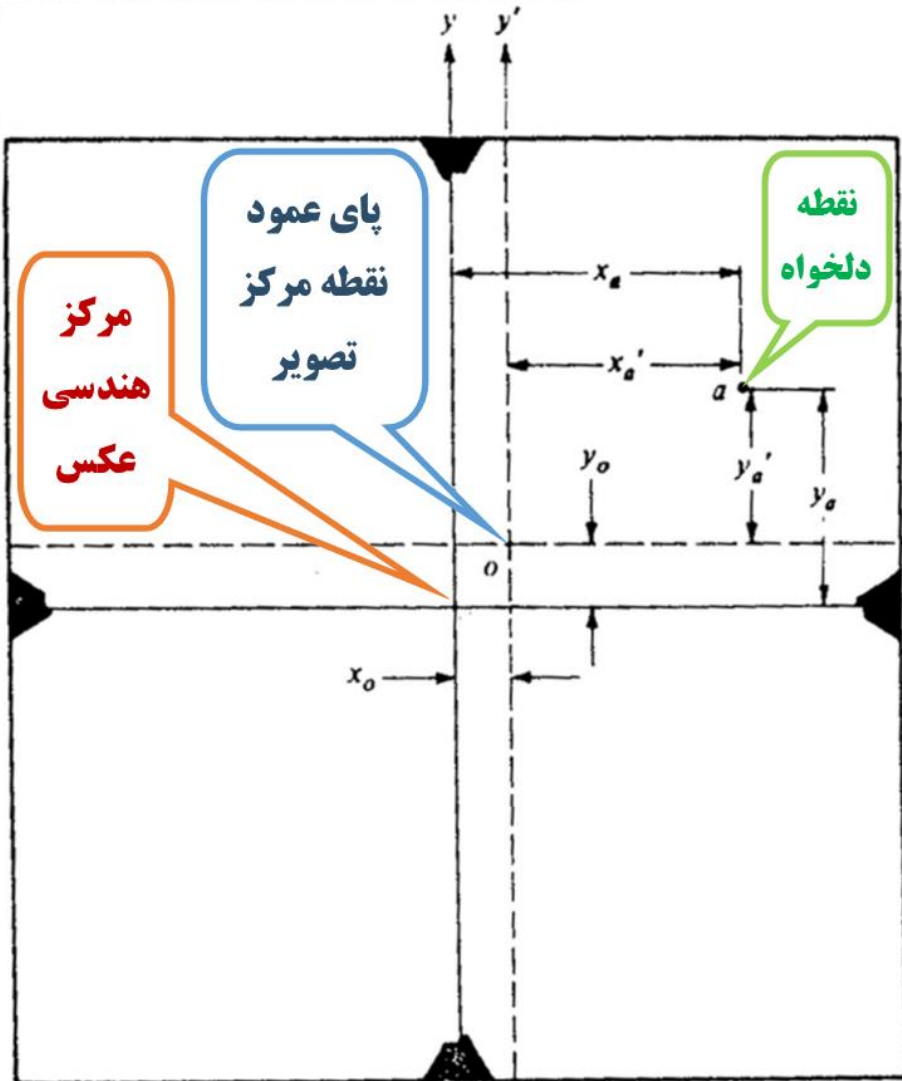
$$X' = X - X_0$$

$$Y' = Y - Y_0$$



خطای عدم انطباق مرکز عکسی

محل تلاقی خطوطی که از به هم وصل کردن نقاط حاشیه عکس بدست می آید لزوماً منطبق بر نقطه اصلی نخواهد شد. مختصات واقعی نقطه اصلی مطابق شکل (x_0, y_0) می باشد.



خطای تغییر بُعد فیلم (Film deformation)

فیلم در اثر عوامل محیطی نظیر: دما، رطوبت، فشار و مواد مصرفی در موقع ظهور تغییر بُعد پیدا می‌کند. از این رو عکس مثبتی که از آن تهیه می‌شود دارای خطا است. این خطا عمدتاً به جنس فیلم و ضخامت آن بستگی دارد.

• موادی که از آن می‌توان به عنوان برگه حامل مواد حساس استفاده نمود:

1. شیشه: کمترین تغییر بعد را دارد.
2. پلاستیک پولیستر: نسبت به کاغذ بهتر است.
3. کاغذ: تغییر بعد زیادی دارد، عوامل تغییر بعد کاغذ حرارت، رطوبت جنس و ضخامت هستند.

این تغییر بُعد در سه حالت رخ می‌دهد:

(1)	تغییر بُعد یکنواخت فیلم
(2)	تغییر بُعد غیر یکنواخت فیلم
(3)	تغییر بُعد نامنظم فیلم

خطای تغییر بُعد فیلم

در حالت کلی با اندازه‌گیری فواصل نقاط فیدوشل مارک بر روی عکس (x_m OR y_m) و مقایسه آن با همین فاصله که مقدار آن در کالیبره نمودن دوربین (x_c OR y_c) به دست می‌آید می‌توان به مقدار تغییر بعد دست یافت:

$$\frac{x'_a}{x_a} = \frac{x_c}{x_m} \qquad \frac{y'_a}{y_a} = \frac{y_c}{y_m}$$

مختصات
تصحیح
شده

$$x'_a = \left(\frac{x_c}{x_m} \right) x_a$$



$$y'_a = \left(\frac{y_c}{y_m} \right) y_a$$

مختصات
اندازه‌گیری
شده

به نسبت‌های داخل پرانتز در فرمول‌های فوق ضریب مقیاس در جهت‌های x و y گفته می‌شود. البته این کار را می‌توان در کامپیوتر و به روش فتوگرامتری تحلیلی (از طریق ماتریس‌های ترانسفورماسیون) نیز انجام داد که در ادامه به این موضوع پرداخته می‌شود.

تغییر بُعد یکنواخت فیلم

اگر تغییرات فیلم در جهت محورهای (x) و (y) یکسان باشد،

یعنی $(\Delta x = \Delta y)$ در این صورت از معادله کانسورمال یا متشابه جهت تصحیح

مختصات عکس استفاده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

مختصات
اندازه‌گیری
شده

مختصات
کالیبره
شده

پارامترهای
تبدیل

تعداد
پارامترهای
مجهول: ۴

تغییر بُعد غیر یکنواخت فیلم

اگر تغییرات فیلم در راستای دو محور (x) و (y) یکسان نباشد یعنی $(\Delta x \neq \Delta y)$

آنگاه تغییرات فیلم غیر یکنواخت است. و برای بدست آوردن مختصات

تصحیح شده نقاط در این نوع فیلم از معادله افاین استفاده می شود.

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x & y & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

مختصات اندازه گیری شده

مختصات کالیبره شده

تعداد پارامترهای مجهول: 6

پارامترهای تبدیل

تغییر بُعد نامنظم فیلم

اگر تغییرات فیلم در جهت‌های مختلف، متفاوت باشد به آن تغییر بُعد نامنظم فیلم می‌گویند.
عوامل ایجاد کننده:

- خاصیت الاستیسیته مواد روی فیلم
- غیر هم سطح بودن سطح حامل لایه حساس

که به دو صورت دسته بندی می‌شوند:

(1) غیر یکسان و خطی در راستای دو محور X و Y

(2) غیر یکسان و غیر خطی در راستای دو محور X و Y

معادله پروجکتیو دوبعدی

معادله چند جمله‌ای
دوبعدی

➤ غیر یکسان و خطی در راستای دو محور x و y

برای بدست آوردن مختصات تصحیح شده نقاط در این نوع فیلم از معادله پروجکتیو

$$x_c = \frac{a_1 x + a_2 y + a_3}{c_1 x + c_2 y + 1} \quad \text{دوبعدی استفاده می شود.}$$

$$y_c = \frac{b_1 x + b_2 y + b_3}{c_1 x + c_2 y + 1}$$

➤ غیر یکسان و غیر خطی در راستای دو محور x و y

برای بدست آوردن مختصات تصحیح شده نقاط در این نوع فیلم از معادله چند

$$\begin{cases} x_c = a + bx + cy + dxy + \dots \\ y_c = e + fx + gy + hxy + \dots \end{cases} \quad \text{جمله‌ای استفاده می شود.}$$

تغییر بُعد فیلم

مثال) در عکسی، فواصل اندازه‌گیری شده X و Y نقاط فیدوشال به ترتیب $۲۳۳/۸۵$ و $۲۳۳/۴۶$ میلی‌متر است. همین فاصله‌ها در تنظیم دوربین $۲۳۲/۶۰$ و $۲۳۲/۶۲$ میلی‌متر می‌باشند. مطلوبست مقادیر تصحیحات برای مختصات اندازه‌گیری شده جدول زیر.

شماره نقطه	x .mm	y .mm
1	-102.57	95.18
2	-98.43	-87.77
3	16.28	-36.06
4	65.72	61.84
5	104.88	-73.49



تغییر بُعد فیلم

$$x_a' = \left(\frac{x_c}{x_m} \right) x_a = \left(\frac{232.60}{233.85} \right) x_a$$

$$y_a' = \left(\frac{y_c}{y_m} \right) y_a = \left(\frac{232.62}{233.46} \right) y_a$$

هر یک از مقادیر اندازه‌گیری شده در فرمول‌های روبرو جایگذاری شده و مختصات تصحیح شده در ستون مختصات تصحیح شده جدول نوشته می‌شود.

شماره نقطه	مختصات اندازه‌گیری شده		مختصات تصحیح شده	
	x .mm	y .mm	x' .mm	y' .mm
1	-102.57	95.18	-102.02	94.84
2	-98.43	-87.77	-97.9	-87.45
3	16.28	-36.06	16.19	-35.93
4	65.72	61.84	65.37	61.62
5	104.88	-73.49	104.32	-73.23



تغییر بُعد فیلم

مثال) کدام روش کمترین دقت را در رابطه با تصحیح خطاهای مربوط به تغییر ابعاد

فیلم (Film shrinkage) یک عکس هوایی در فرآیند پالایش تصویر ارائه می‌دهد؟

الف) استفاده از یک شبکه‌ی نقاط توزیع شده در سطح فیلم (Reseau grid)

ب) مقایسه فواصل اندازه‌گیری شده و کالیبره شده نقاط فیدوشیال

ج) استفاده از تبدیل افاین

د) هیچکدام



تغییر بُعد فیلم

در تصحیح خطاهای مربوط به تغییر ابعاد فیلم توسط دوربین‌های هوایی غیر متریک استفاده از یک شبکه گرید منظم در سطح فیلم بیشترین دقت را دارد. چون به صورت محلی (Local) اعوجاجات را حذف می‌کنیم.

استفاده از تبدیل افاین می‌تواند تغییر بعد غیریکنواخت را حل کند، یعنی اعوجاج را به صورت کلی (global) گرفته و اعوجاج بستگی به جای مشخص نقطه در عکس ندارد، بنابراین از روش قبل دقت کمتری دارد.

در مقایسه فواصل اندازه‌گیری شده و کالیبره شده‌ی فیدوشیال، تنها می‌توان خطاهای مربوط به کشیدگی تصویر را حذف کرد. این روش نیز

یک روش global است. بنابراین گزینه ب جواب سوال است.

Reseau grid



تغییر بُعد فیلم

مثال) برای دو نقطه مختصات نقاط عکسی و کالیبره مطابق جدول زیر می باشد، مطلوب است محاسبه مختصات تصحیح شده ی نقطه ای مانند C با مختصات عکسی زیر:

$$x_c=120$$

$$y_c=20$$

اگر تغییرات فیلم در جهت محورهای (x) و (y) یکسان باشد.

شماره نقطه	مختصات اندازه گیری شده		مختصات کالیبره نقاط	
	x_{mm}^m	y_{mm}^m	x_{mm}^c	y_{mm}^c
A	10	10	350	190
B	80	60	250	300
	x_{mm}	y_{mm}	x'_{mm}	y'_{mm}
C	120	20	?	?



تغییر بُعد فیلم

مختصات
کالیبره
شده

مختصات
اندازه‌گیری
شده

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

برای حل دستگاه مطابق جزوه معادله دو بعدی روبرو را خواهیم داشت:

پارامترهای
تبدیل

$$\begin{bmatrix} 350 \\ 190 \\ 250 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & -10 & 0 & 1 \\ 80 & 60 & 1 & 0 \\ 60 & -80 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

تعداد پارامترهای مجهول: ۴

با حل معادله ی ماتریسی قبل پارامترهای معادله

مشابه زیر محاسبه خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & -10 & 0 & 1 \\ 80 & 60 & 1 & 0 \\ 60 & -80 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 350 \\ 190 \\ 250 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.203 \\ -1.716 \\ 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix}$$

(اگر ماتریس وارون پذیر نباشد

از روش های سرشکنی

استفاده می نماییم).



حال با استفاده از پارامترهای بدست آمده، مختصات زمینی برای نقطه‌ی C به راحتی قابل محاسبه خواهد بود.

مختصات اندازه‌گیری
شده نقطه C

پارامترهای
تبدیل بدست آمده از
اسلاید قبل

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c & y_c & 1 & 0 \\ y_c & -x_c & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 & 20 & 1 & 0 \\ 20 & -120 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.203 \\ -1.716 \\ 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 310.509 \\ 376.725 \end{bmatrix}$$

مختصات تصحیح شده‌ی
نقطه‌ی C



خطای CCD Calibration

در سیستم‌های دیجیتال وجود دارد.

برای حالت‌های Line Type و Frame Type برای دوربین‌های دیجیتال وجود دارد.

با در نظر گرفتن یک پیکسل مرکزی میزان جابه‌جایی پیکسل‌ها را نسبت به یک پیکسل محاسبه می‌کنند.

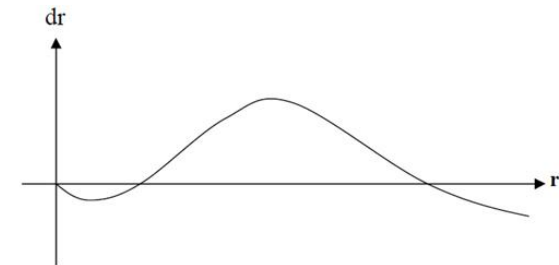
خطای اعوجاج عدسی (Lens distortion)

اعوجاج عدسی در اثر کیفیت ساخت عدسی به وجود می‌آید. اگر عدسی ایده‌آل باشد دقیقاً بر طبق قوانین نور در عدسی‌ها رفتار می‌کند. ولی به علت اینکه عدسی‌ها به دست انسان ساخته می‌شوند، خطاهایی به وجود می‌آید و نور همانند قانون عدسی‌ها عبور نمی‌کند که در این صورت اعوجاج عدسی پدید می‌آید.



خطای اعوجاج عدسی

خطای ناشی از عدسی نسبت به نقطه اصلی عکسی شعاعی می‌باشد. چنانچه مقدار این خطا در اثنای کالیبره نمودن دوربین معلوم گردد در آن صورت می‌توان موقعیت نقاط را تصحیح نمود.



$$x_c = x(1 - \frac{\Delta}{r}) \quad y_c = y(1 - \frac{\Delta}{r})$$

$$r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

r: فاصله تا نقطه اصلی (عکس)

r(mm)	10	20	30	...
dr (μ)	2	4	5	...

سه روش جهت تصحیح عدسی وجود دارد:

✓ بهره‌گیری از منحنی خطای عدسی

✓ بهره‌گیری از جدول

✓ روش‌های عددی حل مساله $(\partial r)\Delta = k_0 r + k_1 r^3 + k_2 r^5 + \dots$

در تمام این روش‌ها فرض بر این است که تغییر موقعیت نقاط نسبت به نقطه اصلی شعاعی است. معمولاً تصحیحات مربوط به خطای عدسی بعد از اعمال تصحیحات تغییر بعد عکس صورت می‌گیرد.

خطای اعوجاج عدسی

سه نوع اعوجاج عدسی داریم :

- اعوجاج شعاعی متقارن (Symmetric Radial Distortion)

عوارض به فاصله یکسان در جلو و پشت عدسی قرار دارند (در تمام جهات میزان جابجایی یکسان است).

Radial vs. Tangential Lens Distortion

اعوجاج شعاعی اعوجاجی است که نسبت به مرکز عدسی جابجایی ایجاد می کند.

- اعوجاج شعاعی نامتقارن (Asymmetric Radial Distortion)

در این نوع از اعوجاج میزان جابجایی یکسان نیست.

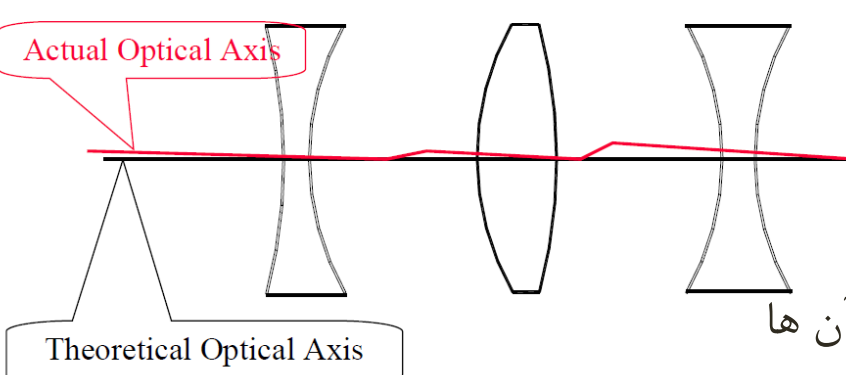
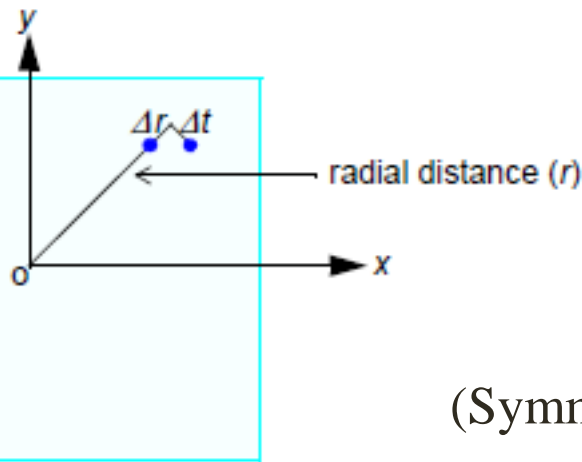
- اعوجاج مماسی (Tangential Distortion)

این اعوجاج در جهت عمود بر اعوجاج شعاعی است.

این اعوجاج در عدسی های مرکب در صورتی که مرکز آن ها

در یک امتداد قرار نداشته باشند اتفاق می افتد.

اعوجاج مماسی در لنزهای آماتور وجود دارد و فقط در فتوگرامتری برد کوتاه با آن برخورد می کنیم.



خطای اعوجاج شعاعی متقارن

- خطاهای شماره ۲ و ۳ بسیار کوچک هستند و به همین دلیل در پروژه‌های با دقت بسیار بالا به کار می‌روند. این خطاها در دوربین‌های جدید تقریباً به صفر رسیده است. در زیر روش بدست آوردن خطا با استفاده از چند جمله‌ای‌ها آورده شده است.

$$(\partial r)\Delta = k_0 r + k_1 r^3 + k_2 r^5 + \dots$$

- در این رابطه، Δr خطای عدسی نقطه‌ای است که به فاصله‌ی r از نقطه‌ی اصلی واقع شده است. k ها ضرایبی هستند که شکل منحنی را تعیین می‌نمایند.

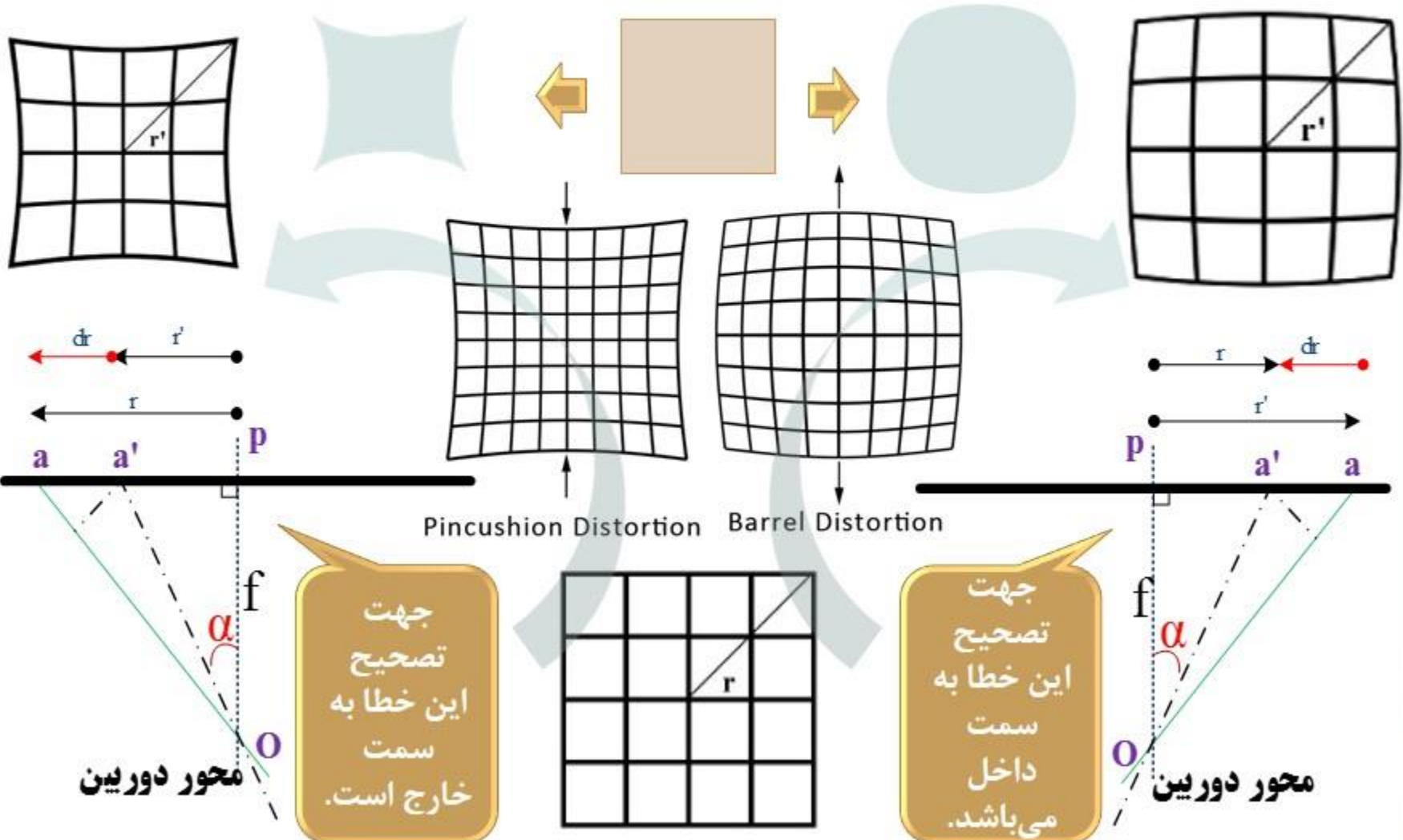
- ضرایب k با استفاده از داده‌های معلوم به دست می‌آید.

- پارامتر r با استفاده از رابطه‌های زیر بدست می‌آید:

$$r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{or} \quad r = f \times \tan(\alpha)$$

خطای اعوجاج شعاعی متقارن

• اعوجاج اگر از نقطه اصلی دور شود مثبت و اگر نزدیک شود منفی خواهد بود.



خطای اعوجاج شعاعی متقارن

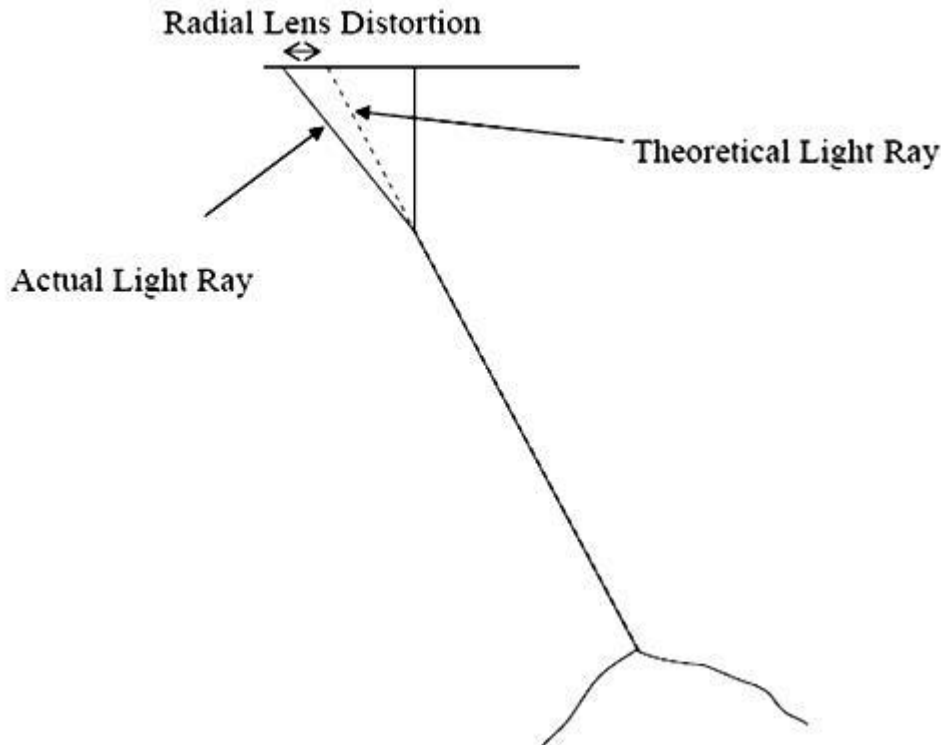
• اعوجاج شعاعی در مرحله کالیبراسیون دوربین تعیین می‌گردد.

مقادیر اعوجاج شعاعی می‌توانند مثبت یا منفی باشند، در حالت مثبت، راستای خطا در جهت دور شدن از نقطه اصلی است و در حالت منفی راستای خطا در جهت نزدیک

شدن به نقطه اصلی می‌باشد،

بدیهی است که جهت تصحیح خطا

در جهت مخالف بردار خطا می‌باشد.

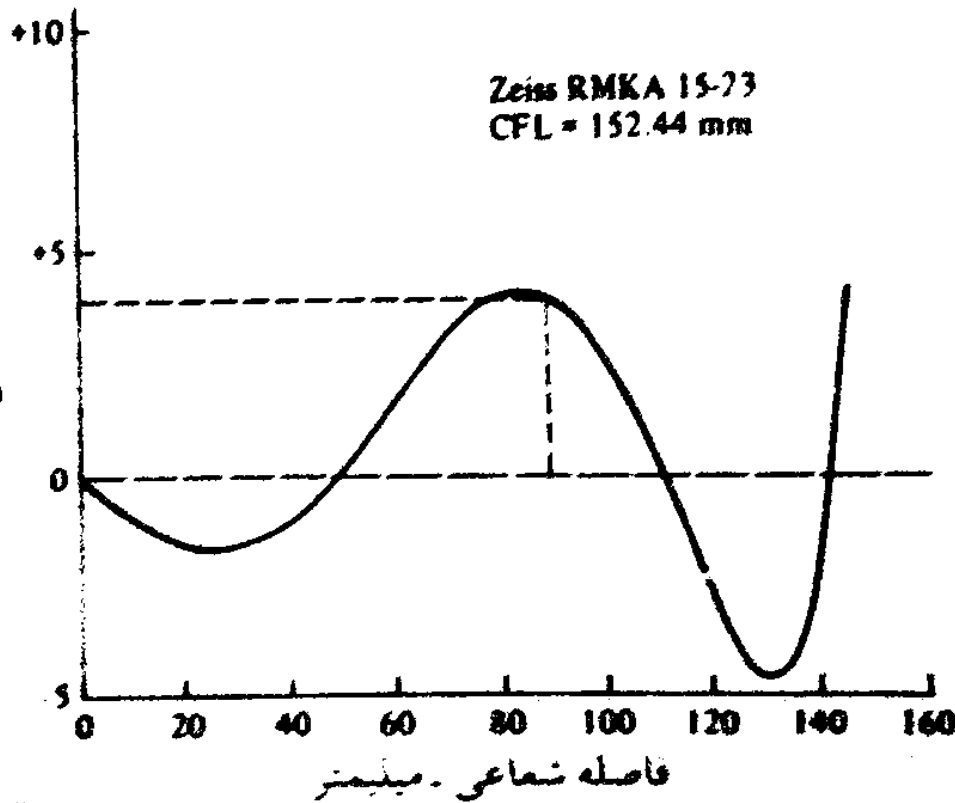


خطای اعوجاج عدسی

مثال) مختصات عکسی مثال اسلاید ۱۱ از دوربینی اخذ شده است که منحنی خطای عدسی آن مطابق شکل روبروست. مطلوبست محاسبه مختصات نقطه ۴ بعد از اعمال

تصحیح خطای عدسی.

Zeiss RMKA 15-73
CFL = 152.44 mm



جدول مختصات تصحیح شده‌ی

خطای تغییر بُعد فیلم:

شماره نقطه	x .mm	y .mm
1	-102.02	94.84
2	-97.9	-87.45
3	16.19	-35.93
4	65.37	61.62
5	104.32	-73.23

منحنی اعوجاج شعاعی عدسی برای عدسی پلیگون رایس



اعوكآ عكسب در اثر كبفبف سآآ عكسب به وءوء مب آبء. اگر عكسب ابءهآل باشء ءقبقآ بر طبق قوانبف نور در عكسب هآ رفءار مب كءء. ولب به علت ابفكه عكسب هآ به ءسء انساف سآآءه مب شونءء، آطاهاببب به وءوء مب آبء و نور همآنء قآنون عكسب هآ عبور نمب كءء كه در ابف صورء اعوكآ عكسب ٱءبء مب آبء.

سه نوع اعوكآ عكسب ءاربم:

١- اعوكآ شعاعب مقآارن (Symmetric Radial Distortion): عوارض به فاصله بفساف در ءلو و ٱشء عكسب قرار ءارنء. (در تمام ءهآء مبزان ءابءاببب بفساف اسء) اعوكآ شعاعب اعوكآ ءب اسء كه نسبء به مركز عكسب ءابءاببب ابءاء مب كءء.

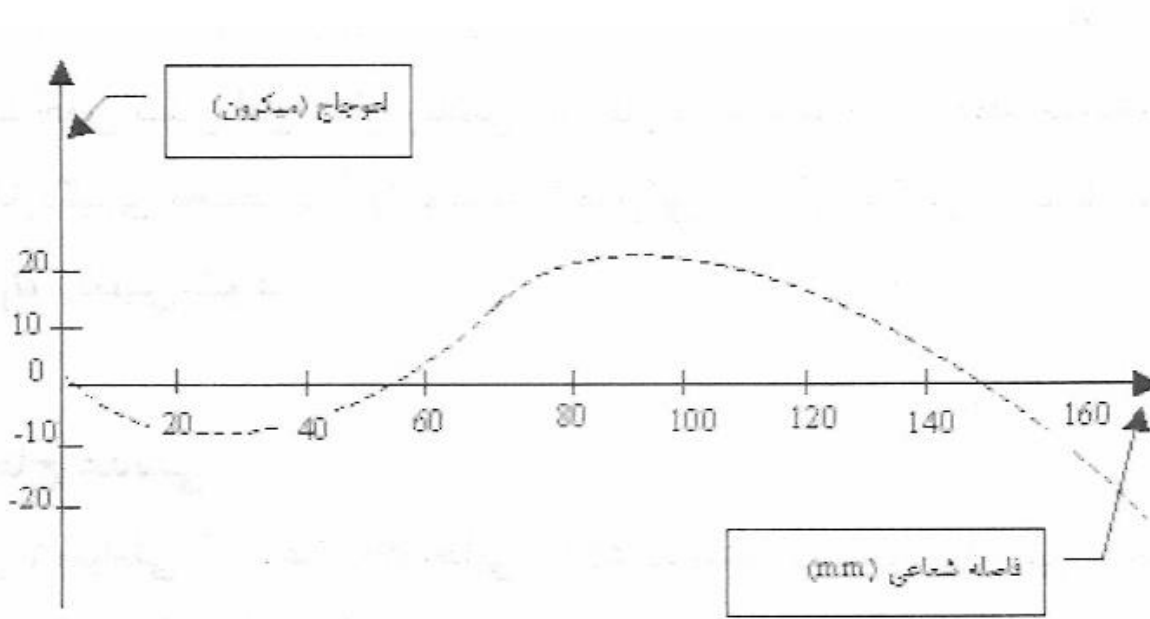
٢- اعوكآ شعاعب نامقآارن (Asymmetric Radial Distortion): در ابف نوع از اعوكآ مبزان ءابءاببب بفساف نبسء.

٣- اعوكآ مماسب (Tangential Distortion): ابف اعوكآ در ءهء عموء بر اعوكآ شعاعب اسء.

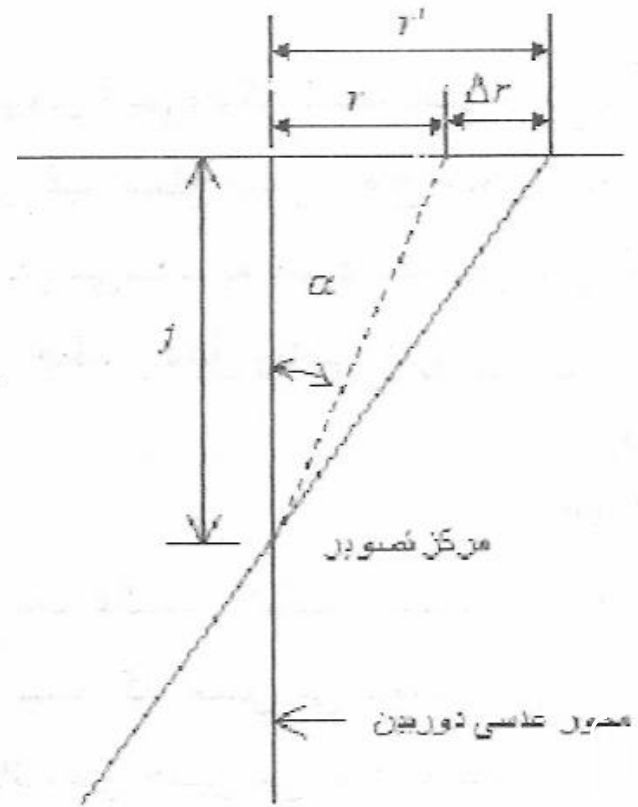
آطاهابب شماره ٢ و ٣ بسبء كوآك هسءنء و به همبف ءلبءل در ٱروژه هآب با ءقء بسبءر بالا به كار مب رونء. ابف آطاها در ءورببف هآب ءءبء تقرببآ به صفر رسبءه اسء. ولب آطاب شماره ١ (شعاعب مقآارن) در ءءوء 5μ اسء و ببشءربف ءابءاببب در اثر ابف اعوكآ به وءوء مب آبء. در ءورببف هآب قءبمببب تا 40μ نبف ءابءاببب در اثر اعوكآ به وءوء ءاسء كه با ٱبشرفء ءكنولوءبب از مبزان اعوكآ عكسب هآ كاسءه شءه اسء. اعوكآ عكسب باءآ مب شوءءا نور ٱس از وروء به عكسب از مسبء آوء كمب منآرف كرءء.

لأهأ سآسآمآآآك آأآر كذآر بر مآآصآآ عكسآ - آعوكآ عكسآ - آعوكآ شعاعآ مآقآرن

آعوكآ شعاعآ در مرآلأ كآلآبرآسآون ءورآآن آعآآن مآ كركء. آك نمونآ از منآآنآ آعوكآ شعاعآ در شكل ٢-٣ نشان ءآه آه. در آآن شكل، محور آفقآ، معرف فآصلأ شعاعآ نآآ از نآآأ آصلآ آسآ و محور عموءآ معرف آعوكآ شعاعآ مآ آآشء.

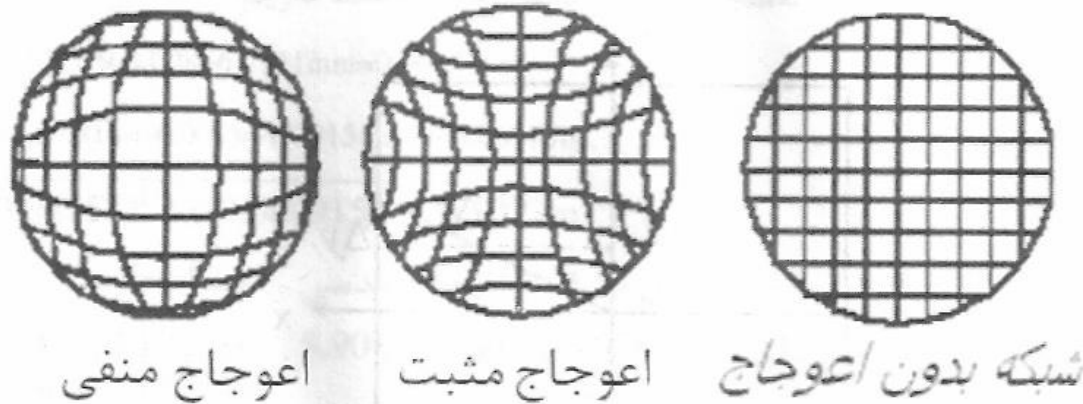


شكل ٢-٣- آك نمونآ از منآآنآ آعوكآ شعاعآ



شكل ٢-٢- آعوكآ عكسآ به صورآ شعاعآ

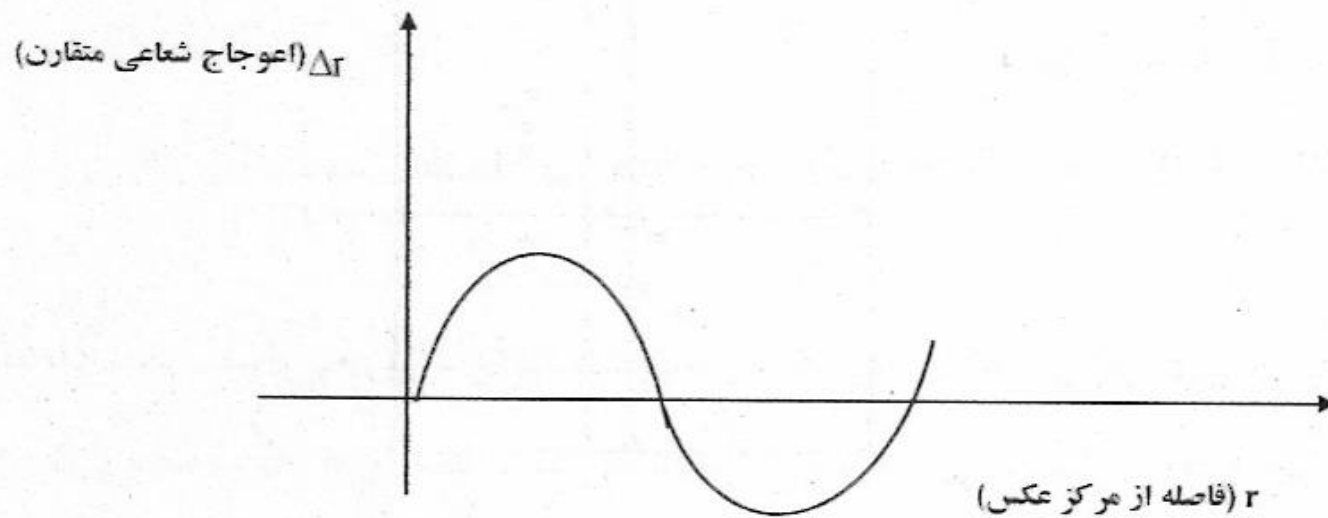
مقادیر اعوجاج شعاعی می‌توانند منفی و یا مثبت باشند. در حالت مثبت، راستای خطا در جهت دور شدن از نقطه اصلی است و در حالت منفی راستای خطا در جهت نزدیک شدن به نقطه اصلی می‌باشد. در شکل ۲-۴، اعوجاج شعاعی برای دو حالت مثبت^۱ و منفی^۱ برای یک شبکه مربعی شکل که تصویر شده نشان داده شده است.



شکل ۲-۴- اعوجاج شعاعی برای یک شبکه مربع شکل

جابجایی که با Δr نمایش داده می شود، توسط رابطه زیر تعیین می شود.

$$\Delta r = k_1 r^1 + k_2 r^2 + k_3 r^3 + k_4 r^4$$



$$\Delta r = k_1 r^1 + k_2 r^2 + k_3 r^3 + k_4 r^4 \quad (4-4)$$

در رابطه (4-4) مقدار Δr خطای شعاعی عدسی، r فاصله شعاعی از نقطه اصلی و k_1 و k_2 و k_3 و k_4 ضرایب چند جمله‌ای می‌باشند. ضرایب چند جمله‌ای با بهره‌گیری از روش کمترین مربعات بدست می‌آیند که خطا از گزارش کالیبراسیون جایگذاری می‌شود. برای تصحیح موقعیت X و Y نقطه تصویر ابتدا فاصله r یعنی فاصله نقطه تا نقطه اصلی محاسبه می‌شود. با توجه به رابطه (4-4) از این مقدار برای تعیین Δr بهره‌گیری می‌گردد. با استفاده از معادلات (4-5) و (4-6) و نسبت به نقطه اصلی، مختصات X و Y فیدوشال تبدیل به مختصات \bar{x} و \bar{y} می‌گردد. سپس از معادله (4-7) برای محاسبه r استفاده می‌شود تا بتوان آن را در معادله (4-4) قرار داد.

$$\bar{x} = x - x_p \quad (4-5)$$

$$\bar{y} = y - y_p \quad (4-6)$$

$$r = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} \quad (4-7)$$

بعد از تعیین مقدار خطای شعاع عدسی یعنی Δr ، اجزای x و y آن (تصحیحات δx و δy) محاسبه می‌شود و به ترتیب از \bar{x} و \bar{y} کسر می‌گردد. تصحیحات δx و δy بر مبنای رابطه تشابه مثلث‌هایی است که در شکل (۴-۱۲) نشان داده شده است. با تشابه مثلث‌ها در شکل مذکور داریم:

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\delta x}{\bar{x}} = \frac{\delta y}{\bar{y}}$$

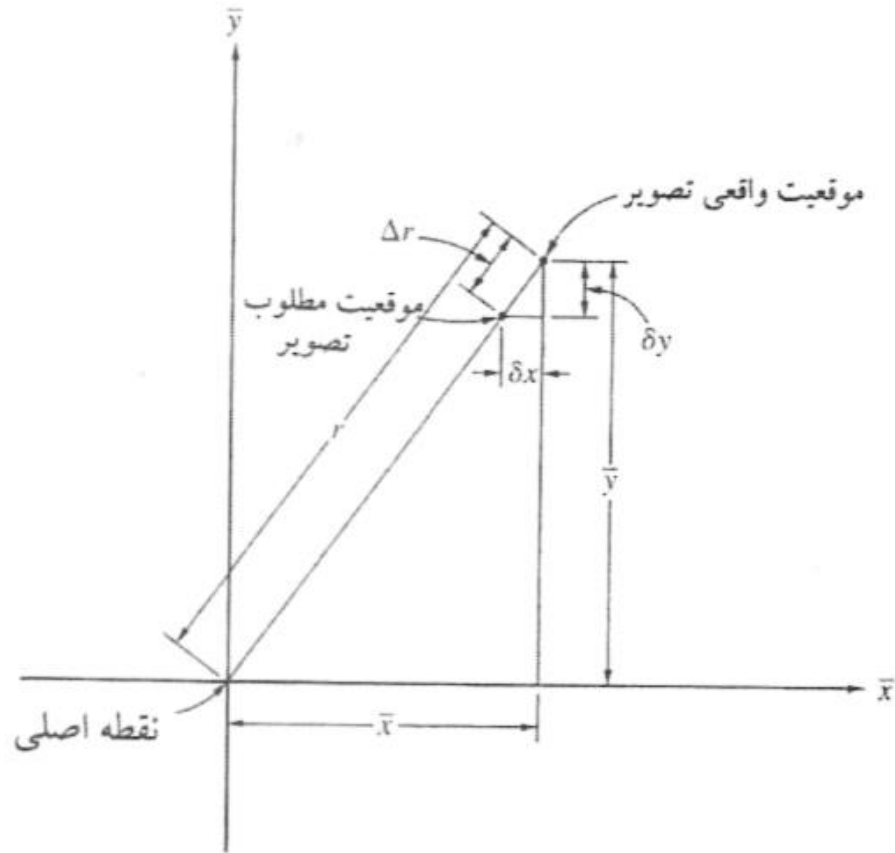
$$\delta x = \bar{x} \frac{\Delta r}{r} \quad (۸-۴)$$

$$\delta y = \bar{y} \frac{\Delta r}{r} \quad (۹-۴)$$

مختصات تصحیح شده x_c و y_c بدین ترتیب محاسبه می‌شود:

$$x_c = \bar{x} - \delta x \quad (۱۰-۴)$$

$$y_c = \bar{y} - \delta y \quad (۱۱-۴)$$



شکل ۴-۱۲- رابطه بین خطای شعاعی عدسی و تصحیحات مختصات X و Y

مثال ۴-۳- یک گزارش کالیبراسیون دوربین اظهار می‌دارد که فاصله کانونی کالیبره شده برابر با $f=152/206$ میلیمتر و مختصات نقطه اصلی برابر است با میلیمتر $x_p=0/008$ و $y_p=-0/001$ میلیمتر.

$$k_1 = 0/2296 \quad , \quad k_2 = 1018$$

$$k_3 = -35/89 \quad , \quad k_4 = 12/100$$

با بهره‌گیری از این مقادیر کالیبره شده، مختصات تصحیح شده نقطه تصویر به مختصات میلیمتر $x=62/579$ و $y=-80/916$ را نسبت به محورهای فیدوشال محاسبه نمایید.

با استفاده از معادلات (۴-۵)، (۴-۶) و (۴-۷) فاصله نقطه تصویر تا نقطه اصلی محاسبه می شود.

$$\bar{x} = x - x_p = 62/579 - 0/008 = 62/571 \text{ میلیتر} = 0/062571 \text{ متر}$$

$$\bar{y} = y - y_p = -80/916 - (-0/001) = -80/915 \text{ میلیتر} = -0/080915 \text{ متر}$$

$$r = \sqrt{0/062571^2 + (-0/080915)^2} = 0/1023 \text{ متر}$$

با معلوم بودن r و ضرایب k مقدار Δr با استفاده از معادله (۴-۴) قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned} \Delta r &= (0/2296)(0/1023) + (-35/89)(0/1023)^2 + (1018)(0/1023)^3 \\ &+ (12/100)(0/1023)^4 = -0/0021 \end{aligned}$$

با استفاده از معادله (۸-۴) و (۹-۴) به ترتیب δx و δy محاسبه می شود:

$$\delta x = 0/062571 \left(\frac{-0/0021}{0/1023} \right) = -0/0013 \text{ میلیمتر}$$

$$\delta y = -0/080915 \left(\frac{-0/0021}{0/1023} \right) = 0/0017 \text{ میلیمتر}$$

با استفاده از معادلات (۱۰-۴) و (۱۱-۴) به ترتیب مختصات x_c و y_c تصحیح شده بدست می آید:

$$x_c = 62/571 - (-0/0013) = 62/572 \text{ میلیمتر}$$

$$y_c = -80/915 - 0/0017 = -80/917 \text{ میلیمتر}$$

خطای اعوجاج عدسی

فاصله شعاعی r از نقطه اصلی تا نقطه ۴: $r = \sqrt{(65.37)^2 + (61.62)^2} = 89.83mm$

با تقاطع نقطه ۸۹/۷۳ با نمودار و محور y ها، رقم $+0.004$ میلی‌متر بدست آمده خطای

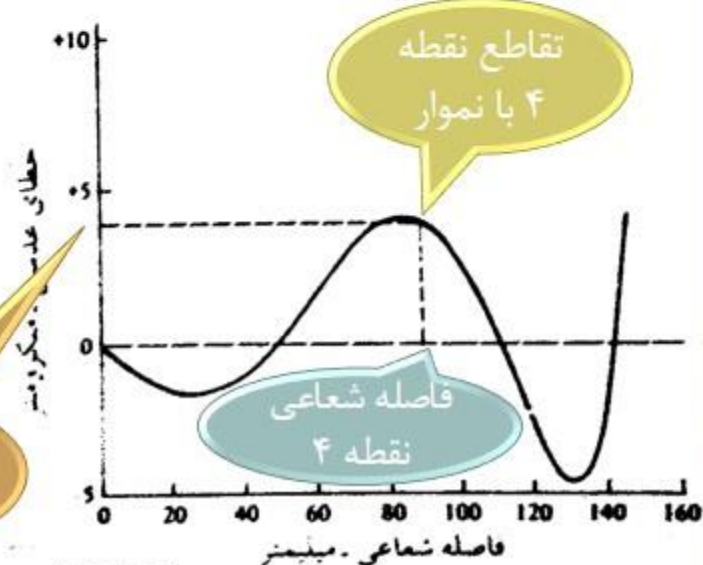
عدسی (Δr) می‌باشد. $r' = r - \Delta r \Rightarrow r'_4 = 89.83 - 0.004 = 89.826mm$

حال مختصات تصحیح شده با استفاده از فرمول مطابق زیر محاسبه خواهد شد:

$$x' = \left(\frac{r'}{r}\right)x = \left(\frac{89.826}{89.83}\right)65.37 = 65.367mm$$

$$y' = \left(\frac{r'}{r}\right)y = \left(\frac{89.826}{89.83}\right)61.62 = 61.617mm$$

تقاطع نقطه
با محور y ها



خطای اعوجاج عدسی و عدم انطباق مرکز

مثال) برای نقطه‌ای به مختصات عکسی $x=62/579$ و $y=-80/916$ میلی‌متر نسبت به محل تقاطع علایم کناری در صورتی که دارای خطای اعوجاج عدسی باشد و فاصله کانونی کالیبره شده $153/206$ میلی‌متر و مختصات کالیبره شده‌ی نقطه اصلی $x_p=0/008$ و $y_p=-0/001$ میلی‌متر باشد و خطای متوسط اعوجاج عدسی برای چند زاویه، طبق جدول زیر در ستون‌های جدول گزارش شده باشد. مختصات تصحیح شده نقطه مزبور را نسبت به نقطه اصلی تعیین کنید.

شماره نقطه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
α زاویه (degree)	7/5	15	22/5	30	35	40
Δr (mm)	0.004	0.007	0.007	0.001	-0.003	-0.004



خطای اعوجاج عدسی و عدم انطباق مرکز

$$r = f \times \tan \alpha \Rightarrow \begin{cases} r_1 = 0.153206 \times \tan 7 / 5^\circ = 0.0202^m \\ \dots \\ r_6 = 0.153206 \times \tan 40^\circ = 0.1286^m \end{cases}$$

شماره نقطه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
α (degree)	7/5	15	22/5	30	35	40
Δr (mm)	0.004	0.007	0.007	0.001	-0.003	-0.004
r (m)	0.0202	0.0411	0.0635	0.0885	0.1073	0.1286

با انتخاب معادله $\Delta r = a_0 r + a_1 r^3 + a_2 r^5 + a_3 r^7$ و تشکیل شش معادله مشاهده و

حل به روش کمترین مربعات، مقادیر ضرایب معادله چنین محاسبه می شود:

$$a_0 = 0.2296, \quad a_1 = -35.89$$

$$a_2 = 1018, \quad a_3 = 12100$$



خطای اعوجاج عدسی و عدم انطباق مرکز

مختصات نقطه مورد نظر $X' = X - X_0 = 62.579 - 0.008 = 62.571mm$

نسبت به نقطه اصلی $Y' = Y - Y_0 = -80.916 - (-0.001) = -80.915mm$

محاسبه فاصله شعاعی نقطه مورد نظر نسبت به نقطه اصلی $r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

$$r = \sqrt{(0.062571)^2 + (-0.80915)^2} = 0.1023mm$$

با استفاده از ضرایب بدست آمده در اسلاید قبل و فاصله

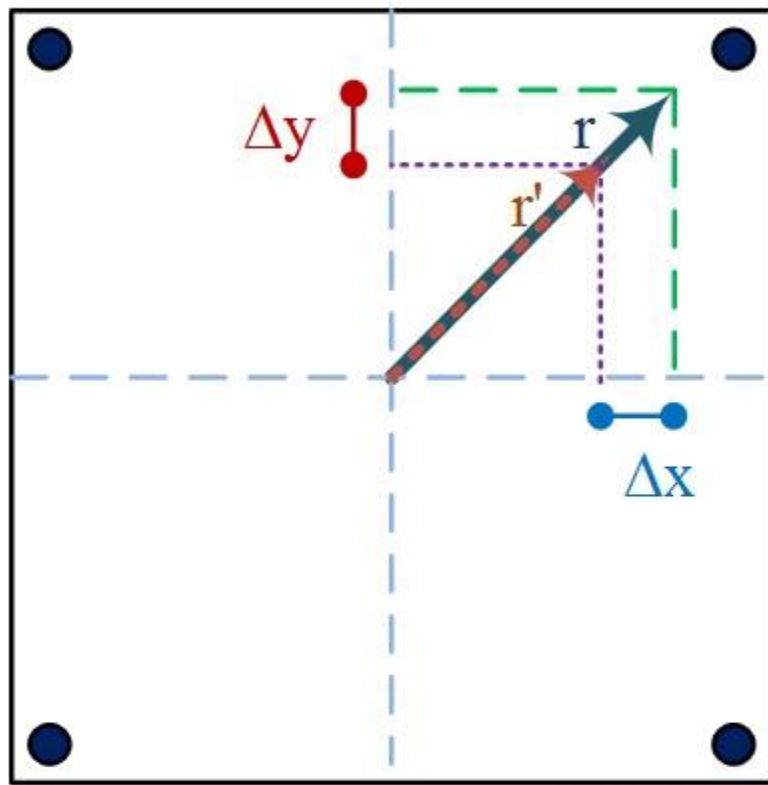
شعاعی محاسبه شده در فوق خواهیم داشت: $\Delta r = a_0 r + a_1 r^3 + a_2 r^5 + a_3 r^7$

$$\Delta r = (0.2296)r + (-35.89)r^3 + (1018)r^5 + (12.100)r^7$$

اعوجاج اگر از نقطه اصلی دور شود مثبت و اگر نزدیک شود منفی خواهد بود. $\Delta r = -0.0021^{mm}$



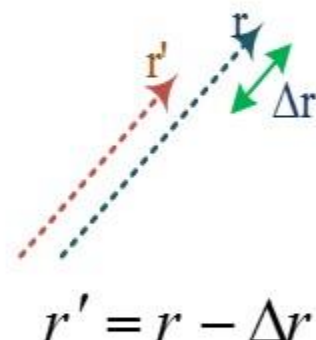
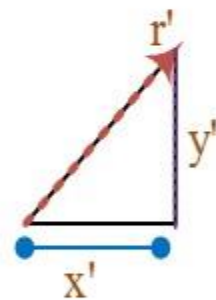
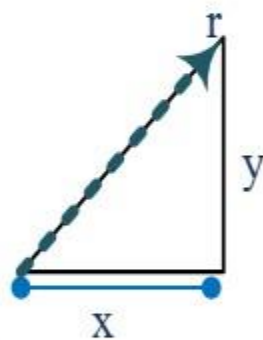
خطای اعوجاج عدسی و عدم انطباق مرکز



بین اعوجاج ها و مولفه هایشان رابطه‌ی

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta y}{y}$$

روبرو برقرار است:



$$r' = r - \Delta r$$

$$x' = x - \Delta x = x - x \frac{\Delta r}{r} = x \left(1 - \frac{\Delta r}{r} \right) = x \left(\frac{r - \Delta r}{r} \right) = x \left(\frac{r - (r - r')}{r} \right) = x \left(\frac{r'}{r} \right)$$

$$y' = y - \Delta y = y - y \frac{\Delta r}{r} = y \left(1 - \frac{\Delta r}{r} \right) = y \left(\frac{r - \Delta r}{r} \right) = y \left(\frac{r - (r - r')}{r} \right) = y \left(\frac{r'}{r} \right)$$



خطای اعوجاج عدسی

مثال) اگر برای یک دوربین متریک، اعوجاج شعاعی عدسی را بتوان با تقریب مناسب به صورت $\Delta r = k_1 \times r^3$ نشان داد. برای دو نقطه عکسی زیر کدام یک از گزینه ها صحیح است؟

نقطه شماره ۱: $x_1 = 10 \text{ mm}$ $y_1 = 0$

نقطه شماره ۲: $x_2 = 0$ $y_2 = 5 \text{ mm}$

(Δx و Δy تصحیحات اعوجاج شعاعی بر روی مختصات عکسی است.)

الف) $\Delta y_1 = 0$, $\Delta x_2 = 4 \times \Delta y_1$

ب) $\Delta y_1 = 0$, $\Delta x_1 = 8 \times \Delta y_2$

ج) $\Delta x_1 = 0$, $\Delta x_2 = 8 \times \Delta y_1$

د) $\Delta x_2 = 0$, $\Delta y_2 = 8 \times \Delta x_2$



$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta x}{x}$$

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta y}{y}$$

$$r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \Delta r = k_1 r^3$$

$$r_1 = \sqrt{(10)^2 + (0)^2} = 10$$

$$\frac{k_1 \times 10^3}{10} = \frac{\Delta x}{10} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = k_1 \times 10^3 \\ \Delta y_1 = 0 \end{cases}$$

$$r_2 = \sqrt{(0)^2 + (5)^2} = 5$$

$$\frac{k_1 \times 5^3}{5} = \frac{\Delta y}{5} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_2 = 0 \\ \Delta y_2 = k_1 \times 5^3 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta y_2} = \frac{k_1 \times 10^3}{k_1 \times 5^3} = 8 \Rightarrow \Delta x_1 = 8 \Delta y_2 \\ \Delta y_1 = 0 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ب جواب سوال است.



خطای انکسار اتمسفر (Atmospheric refraction)

خطای انکسار بر اثر عبور نور از لایه‌های مختلف جو به وجود می‌آید و نور به جای مسیر مستقیم مسیر منحنی شکلی را طی می‌کند.

• با افزایش ارتفاع، تراکم و فشردگی اتمسفر کاهش می‌یابد. به همین خاطر نور به جای اینکه مسیر مستقیمی را داشته باشد مسیر منحنی را طی می‌کند.

• در معادلات فتوگرامتری مسیر عبور نور را مستقیم فرض می‌نماییم و جهت جبران

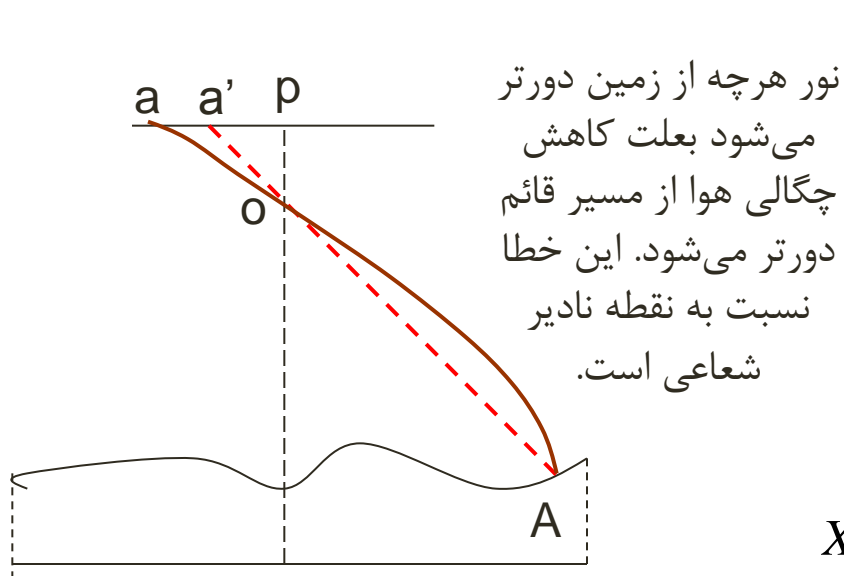
خطای ناشی از انکسار، معمولاً تصحیحات انکسار بر روی مختصات نقاط عکسی

اعمال می‌شود.

خطای انکسار اتمسفر

• خطای انکسار نسبت به نقطه نادیر حالت شعاعی داشته و در نقطه نادیر مقدار آن صفر می‌باشد.

• به علت آن که جو رفتار ثابتی ندارد فرمول‌های مختلفی برای محاسبه خطای انکسار وجود دارد .



نور هرچه از زمین دورتر می‌شود بعلت کاهش چگالی هوا از مسیر قائم دورتر می‌شود. این خطا نسبت به نقطه نادیر شعاعی است.

$$\hat{a o a'} = \theta \quad \hat{a o p} = \alpha$$

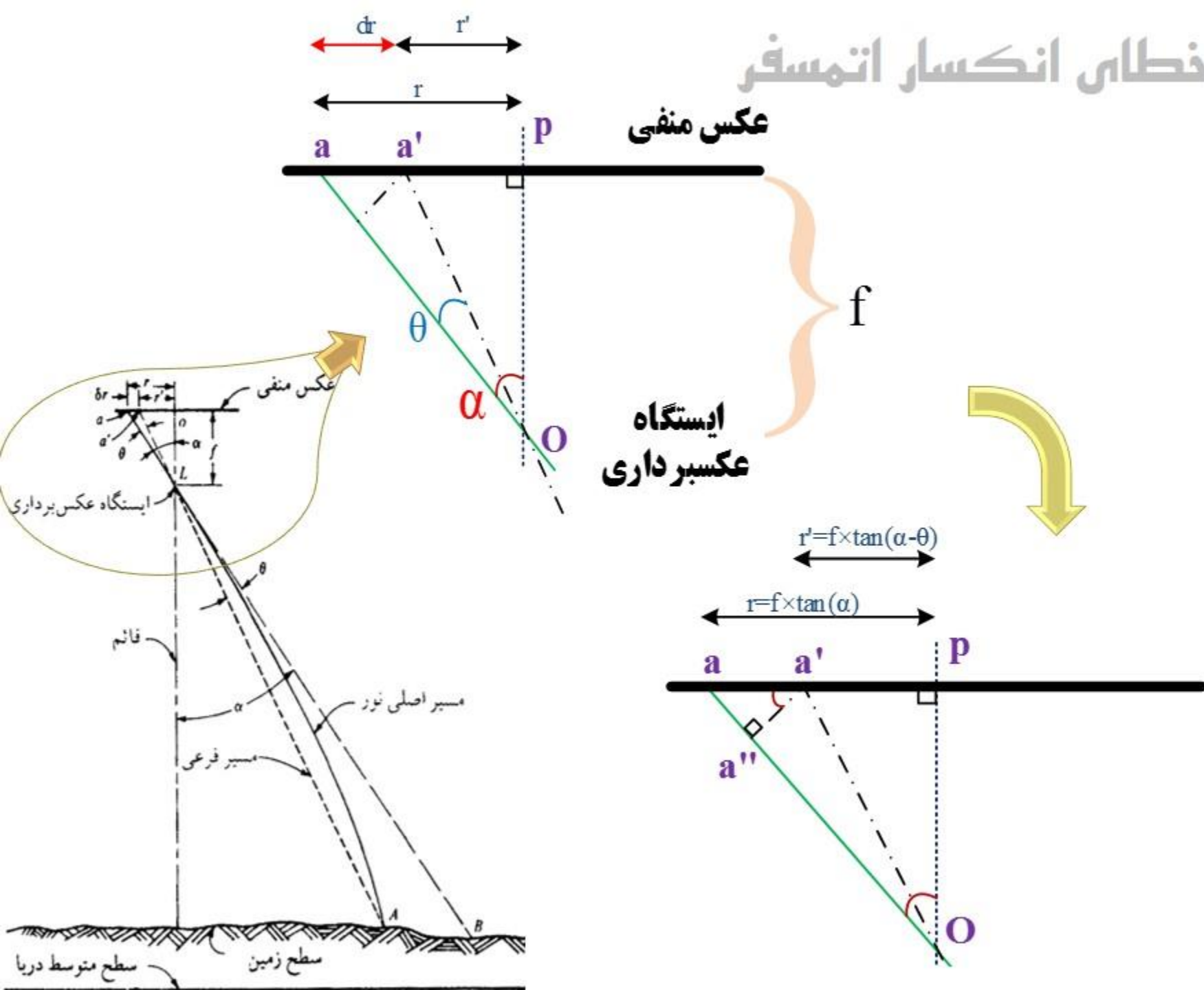
$$ap=r \quad a'p=r' \quad aa' = \Delta r$$

$$\Delta r = \left(\frac{r^2 + f^2}{f} \right) \theta$$

$$X'_{(a)} = \frac{r'}{r} x_{(a)}$$

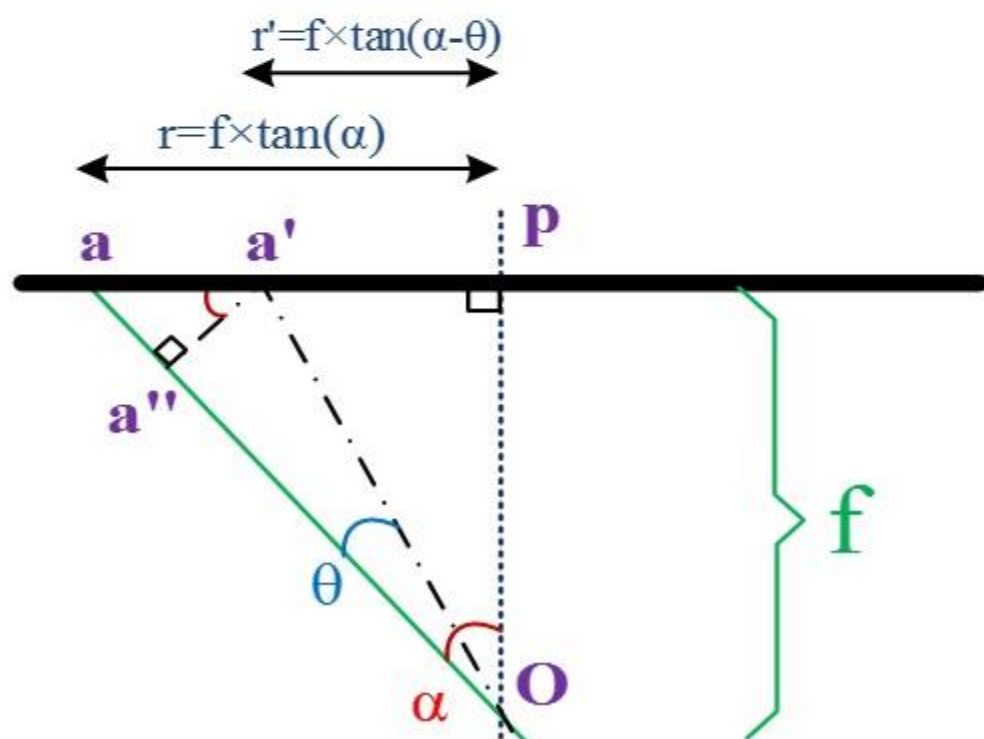
$$Y'_{(a)} = \frac{r'}{r} y_{(a)}$$

خطای انکسار اتمسفر



$$a'a'' \approx Oa \times \theta$$

$$\Delta(aa'a'') \rightarrow \cos \alpha = \frac{a'a''}{\delta_r} \rightarrow \delta_r = \frac{Oa \times \theta}{\cos \alpha}$$



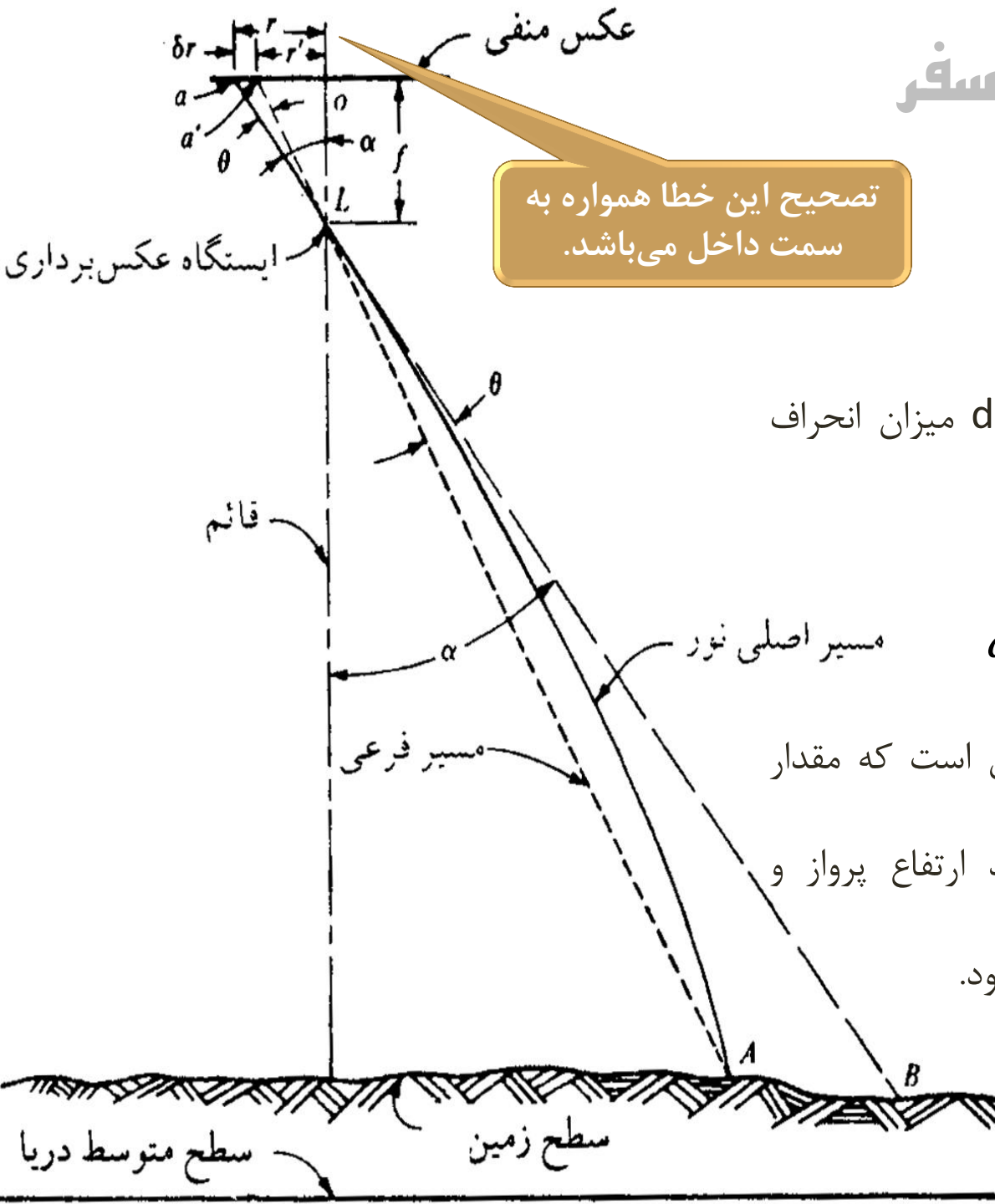
$$\Delta(apO) \rightarrow \cos \alpha = \frac{f}{Oa}$$

$$\delta_r = \frac{Oa^2 \times \theta}{f}$$

$$Oa = \sqrt{r^2 + f^2}$$

$$\Rightarrow \delta_r = \left(\frac{r^2 + f^2}{f} \right) \theta$$

خطای انکسار اتمسفر



θ مقدار انحراف زاویه انحراف و dr میزان انحراف

خطی روی عکس می باشد.

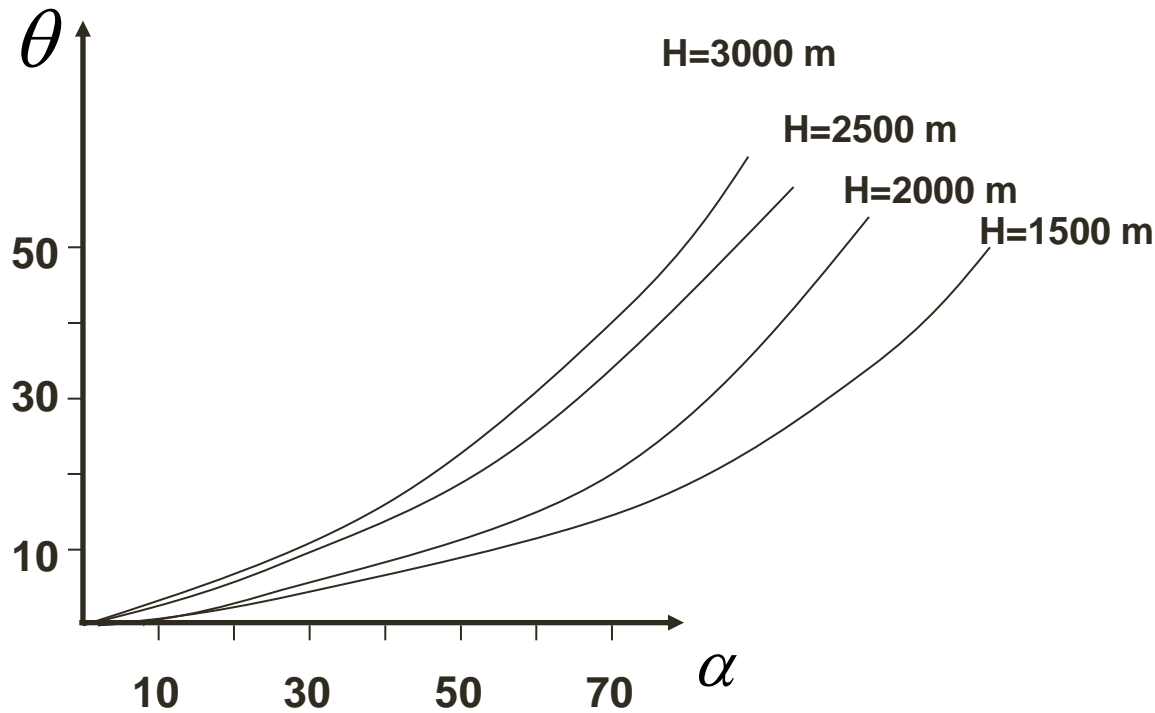
$$dr = \theta \left(\frac{r^2 + f^2}{f} \right)$$

با توجه به فرمول و شکل مشخص است که مقدار

جابه جایی انکسار نسبت به ازدیاد ارتفاع پرواز و

همچنین افزایش زاویه α زیاد می شود.

خطای انکسار اتمسفر



در صورت نداشتن منحنی بالا برای محاسبه Δr از این فرمول استفاده می شود:

$$\Delta r = k \left(r + \frac{r^3}{f^2} \right)$$

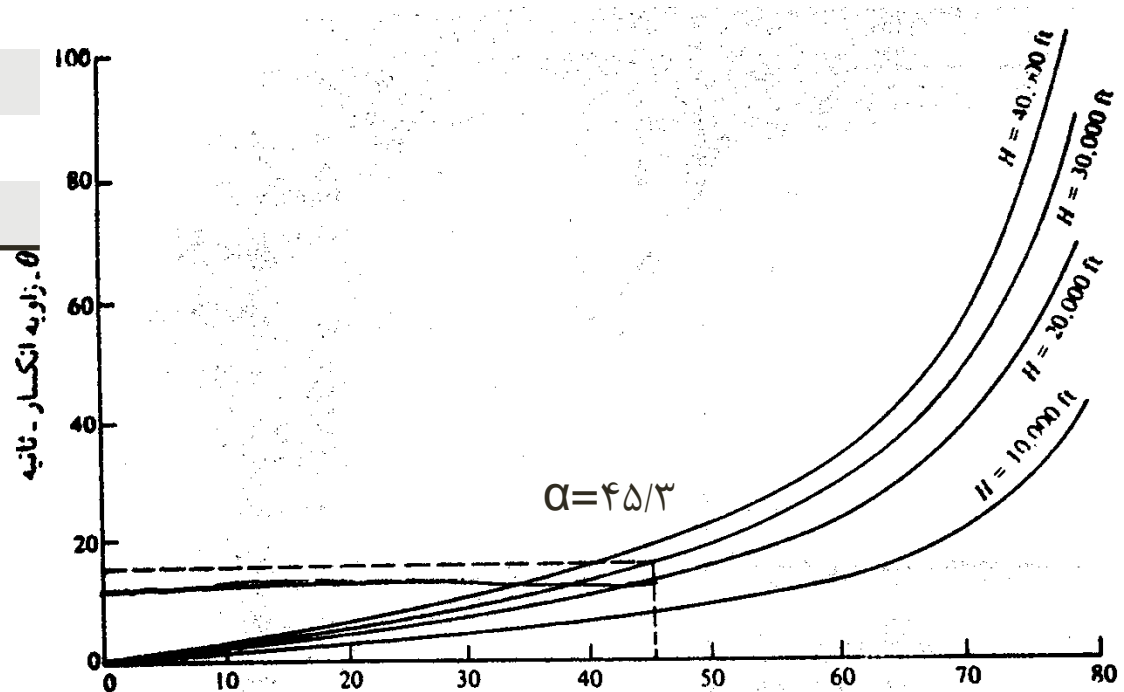
$$K = \left(\frac{2410H'}{H'^2 - 6H' + 250} - \frac{2410h^2}{H'(h^2 - 6h + 250)} \right)$$

خطای انکسار اتمسفر

مثال) مختصات عکسی دوربینی که دارای فاصله کانونی ۸۸/۹۲ میلی‌متر و در فاصله ۲۰۰۰۰ پایی از سطح دریاها اخذ شده مطابق جدول زیر است. مطلوبست محاسبه مختصات نقطه

۴ بعد از اعمال تصحیح انکسار اتمسفر.

شماره نقطه	x .mm	y .mm
1	-102.02	94.84
2	-97.9	-87.45
3	16.19	-35.93
4	65.37	61.62
5	104.32	-73.23



α - زاویه بین اشعه تابشی از نقطه مورد نظر و امتداد قائم - درجه





مطابق سوال H برابر ۲۰۰۰۰ پا می باشد
از رابطه مقدار α برابر ۴۵/۳ محاسبه
شد در نتیجه مطابق شکل مقدار θ برابر
۱۶ ثانیه بدست خواهد آمد.

$$r = \sqrt{(65.37)^2 + (61.62)^2} = 89.93mm$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{r}{f}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{89.83}{88.92}\right) = 45.3^\circ$$

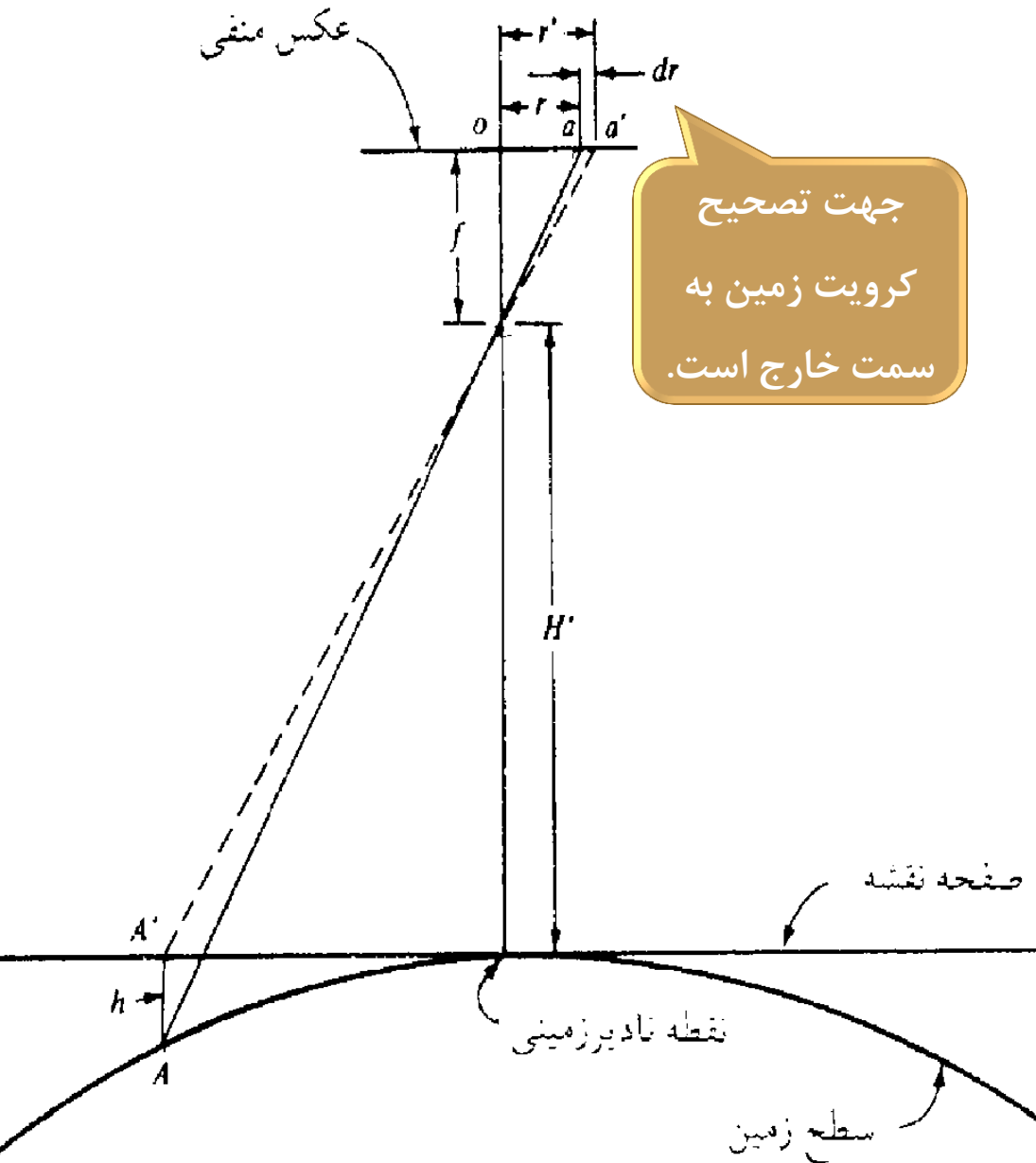
$$dr = \theta \left(\frac{r^2 + f^2}{f} \right) = \frac{16''}{206265'' / rad} \left(\frac{(89.83)^2 + (88.92)^2}{88.92} \right) = 0.014mm$$

$$r' = r - dr = 89.83 - 0.014 = 89.816mm$$

$$x' = \left(\frac{r'}{r}\right)x = \left(\frac{89.816}{89.83}\right)65.37 = 65.360mm$$

$$y' = \left(\frac{r'}{r}\right)y = \left(\frac{89.816}{89.83}\right)61.62 = 61.610mm$$

خطای ناشی از کرویت زمین (Earth Curvature)



جهت تصحیح
کرویت زمین به
سمت خارج است.

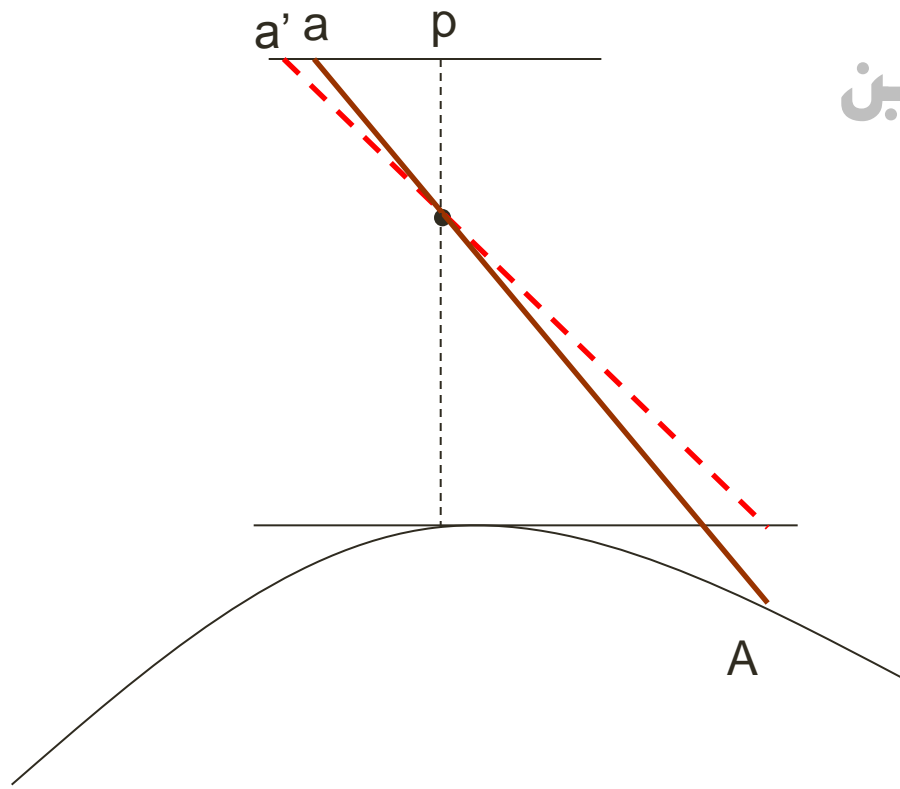
فاصله aa' برابر است با dr که همان خطای ناشی از کرویت زمین است.

$$dr = \frac{H'r^3}{2Rf^2}$$

این خطا نسبت به نقطه نادیر شعاعی است.

اگر سیستم مختصات شیئی یک سیستم ۳ بعدی اورتوگونال باشد تصحیح کرویت الزامی نمی باشد.

خطای ناشی از کرویت زمین



در رابطه قبل

$H \square$: ارتفاع پرواز از سطح منطقه

f : فاصله کانونی R : شعاع زمین

r : فاصله نقطه تا نقطه شاغولی

فاصله aa' برابر است با dr که همان خطای ناشی از کرویت زمین است.

✓ این خطا نسبت به نقطه نادیر شعاعی است.

✓ جهت تصحیح کرویت زمین به سمت خارج است.

تمرین: رابطه‌ی خطای ناشی از کرویت زمین را اثبات نمایید.



خطای ناشی از کرویت زمین

نکات:

- در صورتی که سیستم مختصات زمینی مورد استفاده در پروژه سیستم زمین مرکز جهانی یا سیستم قائم الزاویه محلی باشد، اعمال تاثیر انحنای زمین به عنوان یک عامل اعوجاج وجود ندارد.
- اگر سیستم مورد استفاده سیستم مختصات صفحه ای دوبعدی نسبت به سطح مبنای معلوم باشد اعمال این اعوجاج لازم است.
- اگر صفحه تصویر یک سطح کروی باشد این خطا وجود ندارد.
- اگر صفحه تصویر دوبعدی باشد این خطا معنی دار است.
- مقدار خطای کرویت با ازدیاد فاصله نقطه از نقطه نادیر افزایش می یابد. همچنین با افزایش ارتفاع پرواز و کوتاهتر شدن فاصله کانونی مقدار خطای کرویت زیاد می شود.

خطای اعوجاج عدسی و کرویت زمین

مثال) فرض کنیم جابه جایی ناشی از اعوجاج شعاعی عدسی را بتوان با تقریبی مناسب تنها توسط یک ترم با ضریب $K_1 > 0$ ($\Delta r = k_1 r^3$) بیان کرد. در صورتی که بدانیم تصحیحات مربوط به جبران اثر کرویت زمین بزرگتر از تصحیحات مربوط به جبران اثر اعوجاج شعاعی عدسی باشد، کدامیک از روابط زیر صحیح است؟ (S: مقیاس عکس، f: فاصله کانونی، R: شعاع زمین)

$$\text{الف) } k_1 s > \frac{f}{2R} \quad \text{ب) } k_1 < \frac{s}{2Rf} \quad \text{ج) } k_1 s > \frac{1}{2Rf} \quad \text{د) } k_1 < \frac{1}{2Rfs}$$

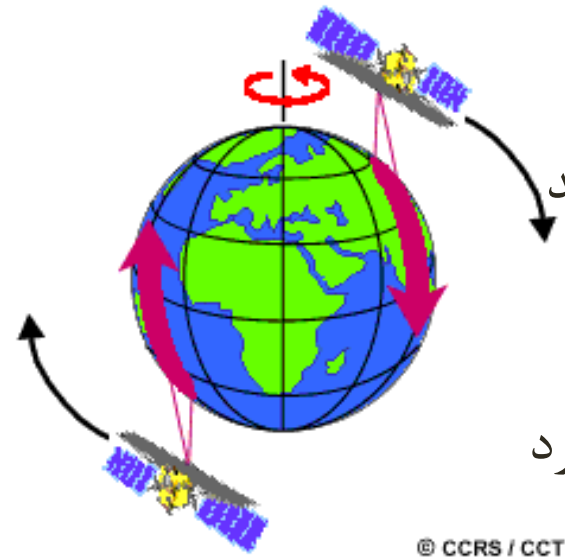
$$\text{اثر کرویت زمین} = \frac{hr^3}{2Rf^2} = \Delta r = k_1 r^3 <$$

$$\frac{hr^3}{2Rf^2} > k_1 r^3 \rightarrow \frac{h}{2Rf^2} > k_1 \xrightarrow{s = \frac{f}{h}} \frac{1}{2Rfs} > k_1$$

بنابراین گزینه د صحیح است.



خطای ناشی از دوران زمین (Earth Rotation)



ماهواره‌ها در حال تصویربرداری از بالا به پایین حرکت می‌کنند و زمین در حال دوران از غرب به شرق است، پس هر خط که جارب می‌شود با خط قبلی مقداری شیفت دارد و در نهایت فریم ایجاد می‌گردد که به شکل مربع نیست.

- این خطا در فتوگرامتری فضایی ایجاد می‌گردد و در فتوگرامتری هوایی و برد کوتاه وجود ندارد.
- در تصاویر Frame type این خطا محسوس نمی‌باشد منتهی در تصاویر point type و Line type اثر گذار است و باید محاسبه گردد.

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

خطای ناشی از ناهمواری زمین یا جابجایی ارتفاعی (Relief Displacement) عبارتست از:

پدیده‌ای بر روی عکس که در اثر اختلاف ارتفاع عوارض

و جابجایی ارتفاعی برای نقاط مرتفع به سمت خارج نادیر

و پای نقاط گود بر عکس می‌باشد.

جابجایی ارتفاعی به عواملی نظیر:

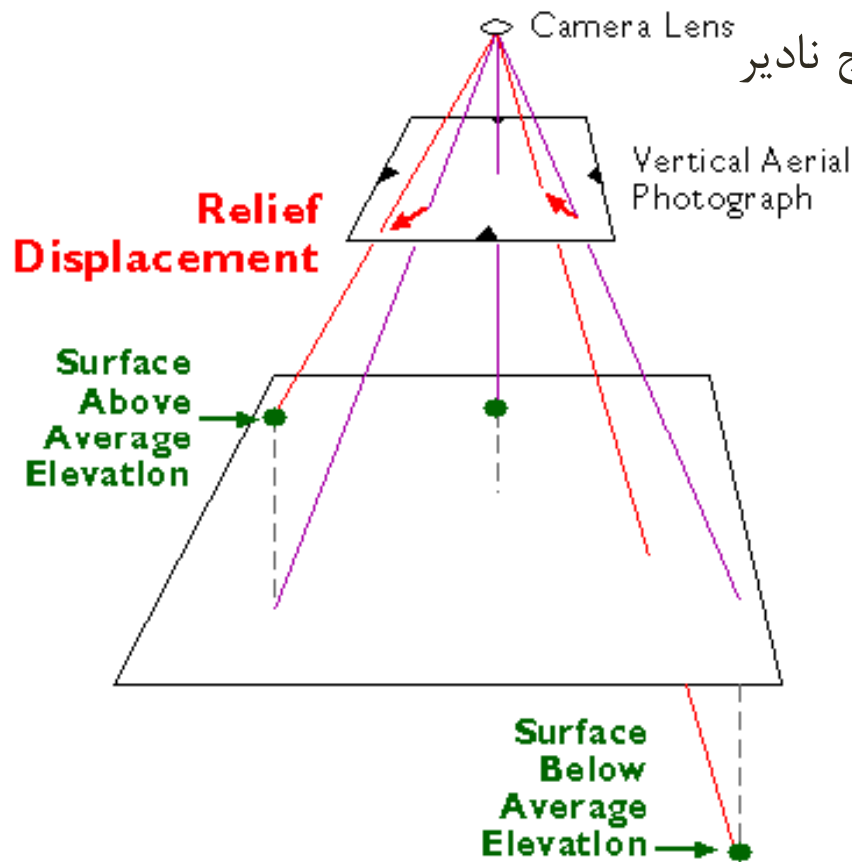
۱- ارتفاع پرواز

۲- فاصله کانونی

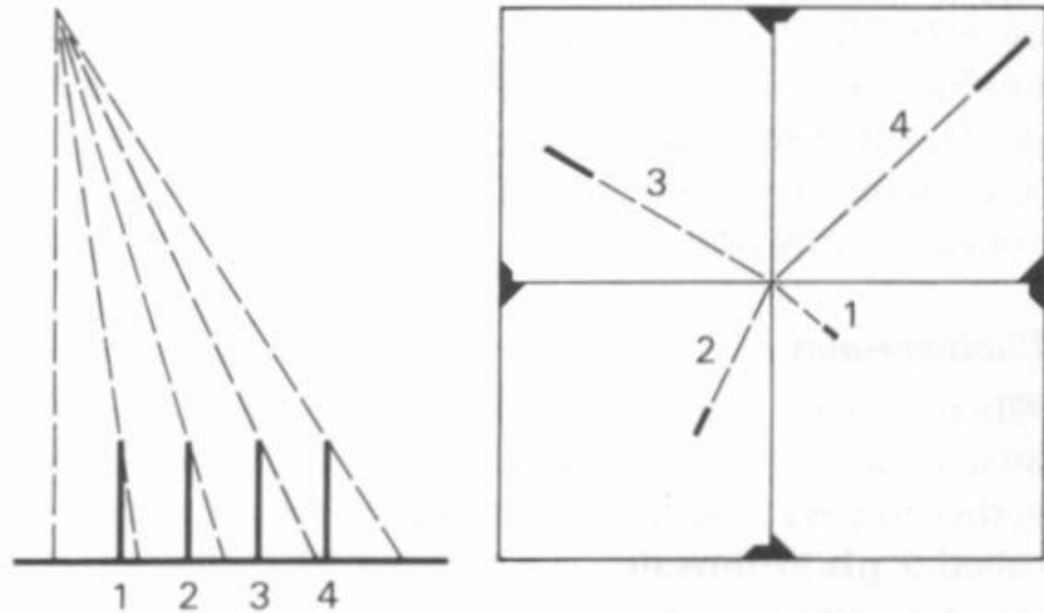
۳- ارتفاع عارضه

۴- محل عارضه نسبت به مرکز بستگی دارد.

• هر چه مقیاس کوچکتر باشد جابجایی کمتر می‌شود.



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

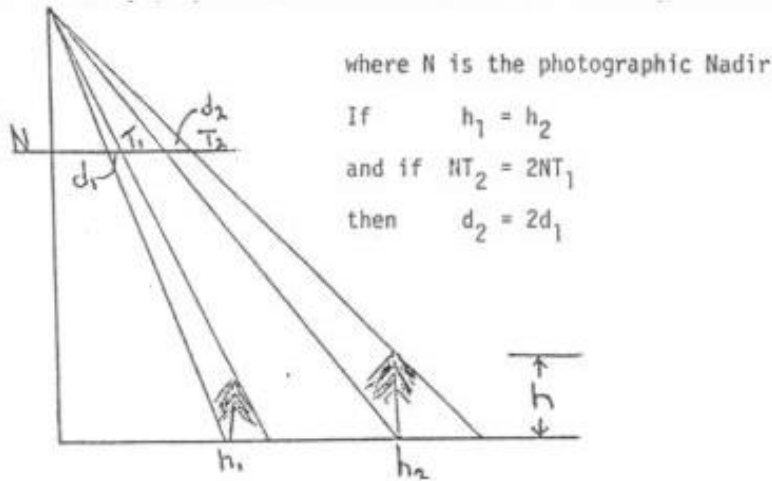


- با نزدیک شدن به مرکز عکس جابه جایی ارتفاعی کمتر می شود.
- هر چه ارتفاع پرواز بیشتر باشد جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع کمتر است.
- در مناطق کوهستانی برای کم کردن اثر جابجایی از دوربین هایی با فاصله کانونی بزرگ استفاده می شود.
- جابجایی ناشی از عوارض مرتفع تر همیشه بیشتر است.

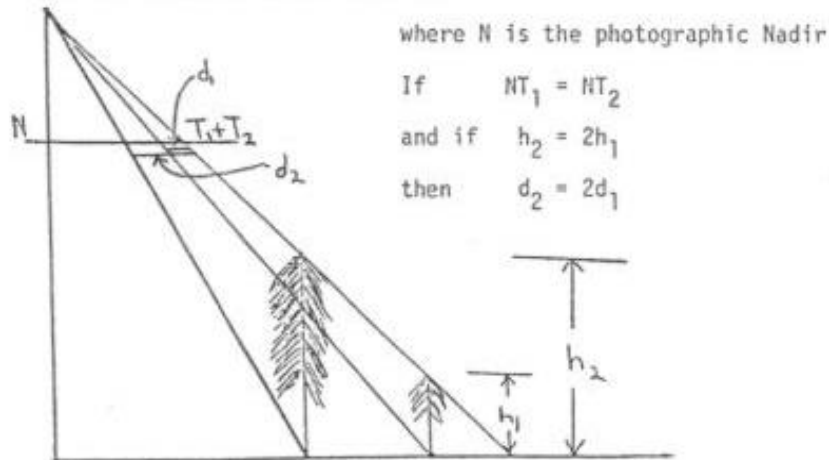
خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

Relief Displacement

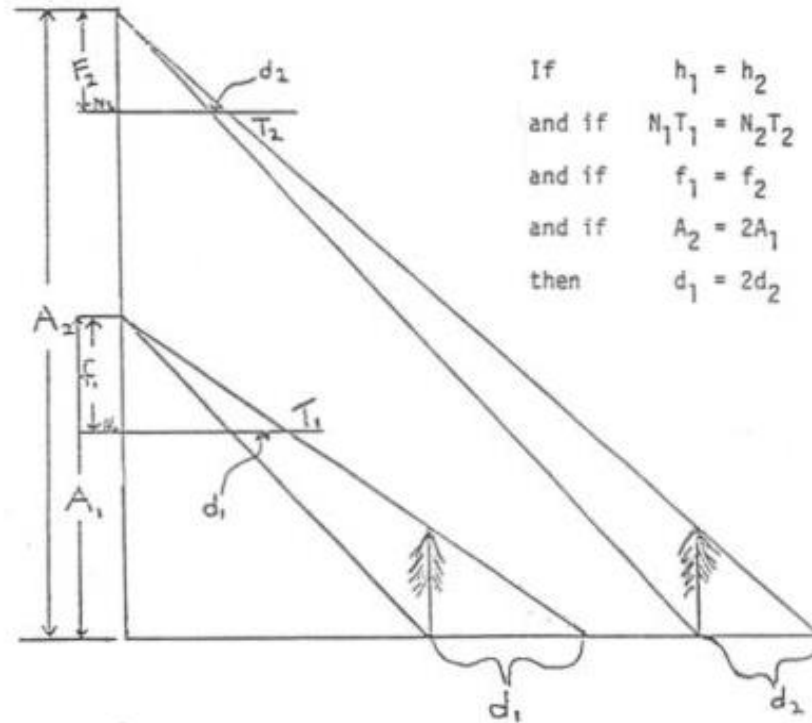
A. directly proportional to the distance of the displaced image from the photo nadir.



B. directly proportional to the height of the displaced image above the datum (or its depth below the datum).



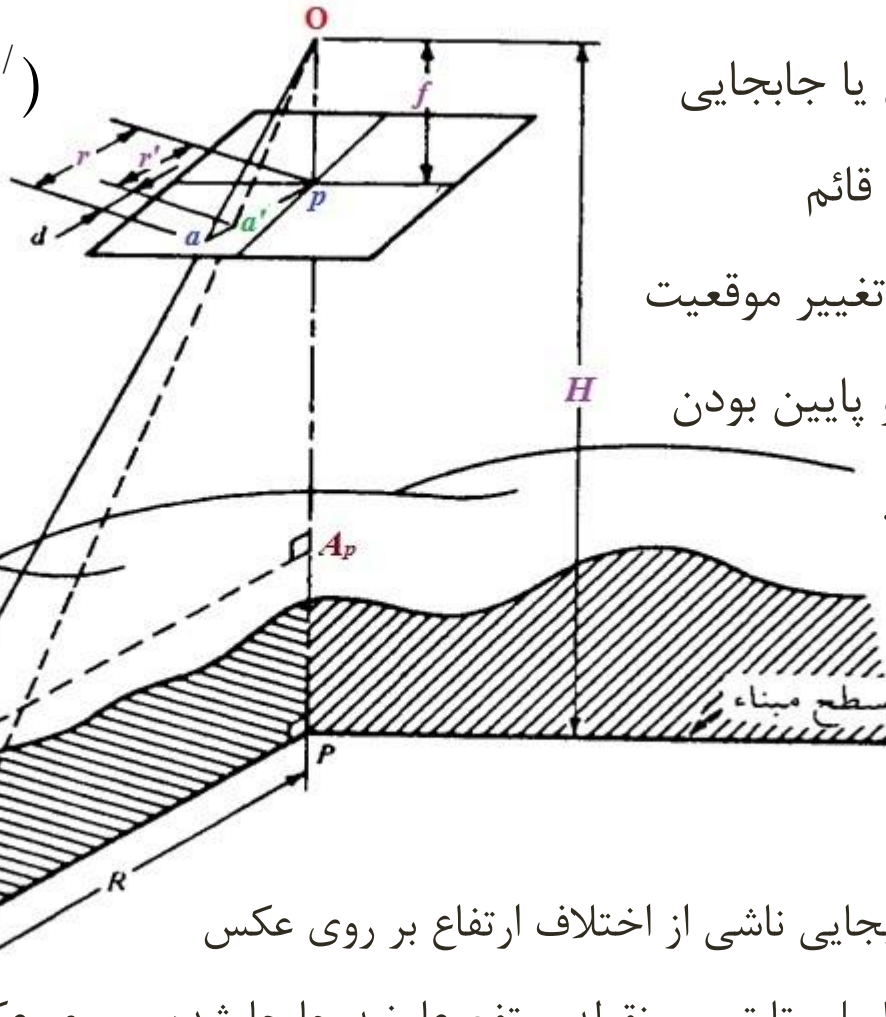
C. Inversely proportional to flight altitude above the datum.



Topographic displacement varies inversely with the flying height of the base of the object. As a result there is little apparent topographic displacement on space photography. The reason for small relief displacement from space is that to achieve a given scale a shorter focal length lens requires flying at a lower altitude. The effect of using short focal length lenses is to increase topographic displacement, distortion and the apparent depth of the third dimension (vertical exaggeration) in stereoscopic images).

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

$$d = (r - r')$$



خطای ناشی از ناهمواری زمین یا جابجایی

ارتفاعی در عکس قائم

جابجایی ارتفاعی عبارت است از تغییر موقعیت

عکس یک عارضه به دلیل بالا و پایین بودن

عارضه از سطح مبنا.

$$\frac{d}{r} = \frac{h}{H}$$

d : جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع بر روی عکس

r : فاصله شعاعی نقطه اصلی تا تصویر نقطه مرتفع عارضه جابجا شده بر روی عکس

h : ارتفاع واقعی عارضه جابجا شده بر روی زمین

H : ارتفاع پرواز هواپیما از سطح متوسط منطقه

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

$$\left. \begin{array}{l} \Delta_{pao} \approx \Delta_{A_pAo} \rightarrow \frac{r}{R} = \frac{f}{H - h_A} \\ \Delta_{pa'o} \approx \Delta_{PA'o} \rightarrow \frac{r'}{R} = \frac{f}{H} \end{array} \right\} \rightarrow r(H - h_A) = r'(H)$$

$$\xrightarrow{d=(r-r')} r(H - h_A) = (r - d)(H) \Rightarrow d = \frac{r \times h_A}{H}$$

• جابه‌جایی ارتفاعی نسبت به نقطه نادیر حالت شعاعی دارد.

همچنین از این رابطه می‌توان دریافت که:

• با افزایش فاصله شعاعی و ارتفاع شیئی از سطح مبنا، مقدار جابه‌جایی ارتفاعی زیاد می‌شود.

• از طرف دیگر جابه‌جایی ارتفاعی با افزایش ارتفاع پرواز از سطح مبنا، کاهش می‌یابد.

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

مثال) هرگاه ارتفاع پرواز از سطح زمین ۳۰۰۰ متر و زمین **مسطح** فرض شود، مطلوبست ارتفاع تقریبی یک دکل برق که جابه‌جایی تصویری ناشی از ارتفاع آن بر روی عکس ۰/۱ میلی‌متر و فاصله تصویر نوک دکل تا نقطه نادیر ۸ میلی‌متر باشد؟

$$d = 0.1^{mm} = 0.0001^m$$

$$r = 8^{mm} = 0.008^m$$

$$H \approx 3000^m$$

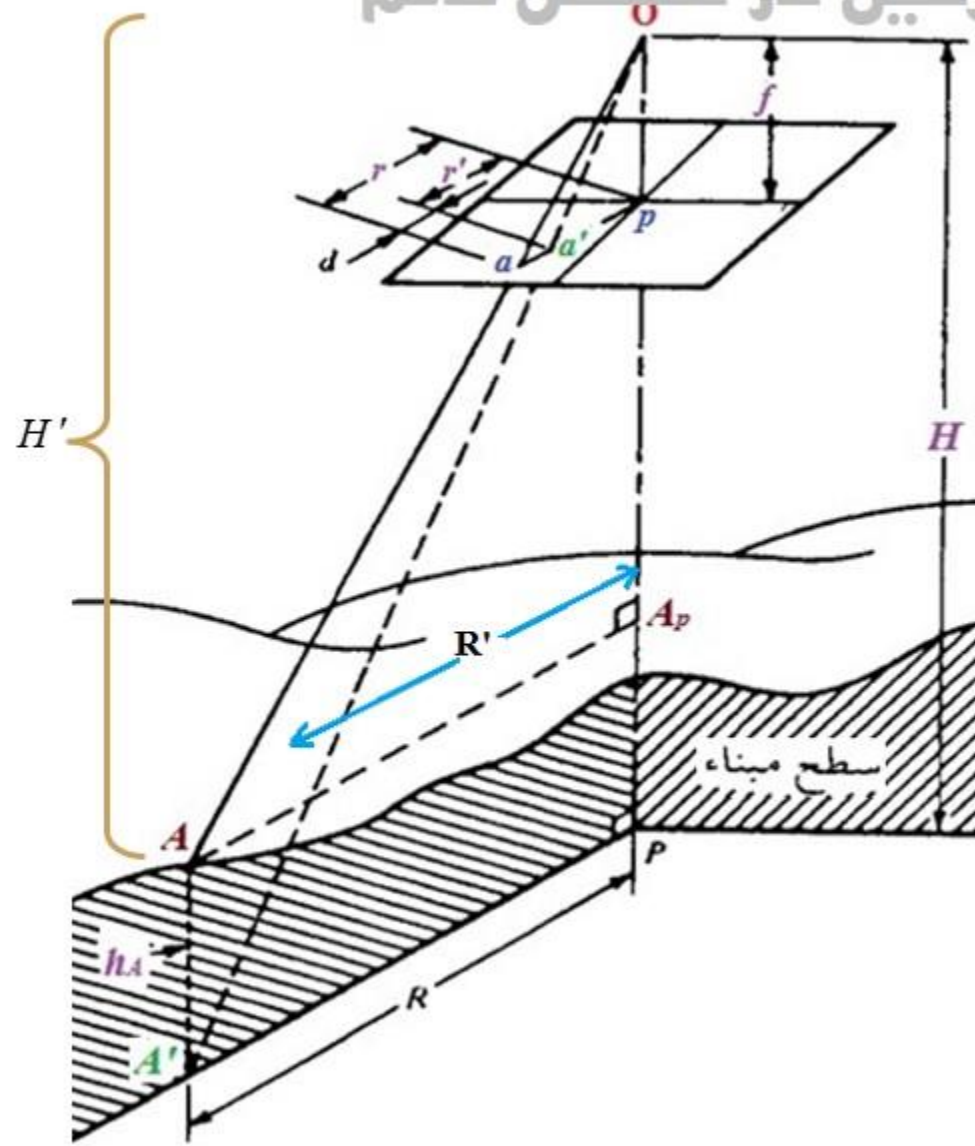
$$h = \frac{H \times d}{r}$$

$$h = \frac{0.1 \times 10^{-3} \times 3000}{8 \times 10^{-3}} = 37.5^m$$



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

نکته: از شکل داریم



$$\frac{f}{H'} = \frac{r'}{R'}$$

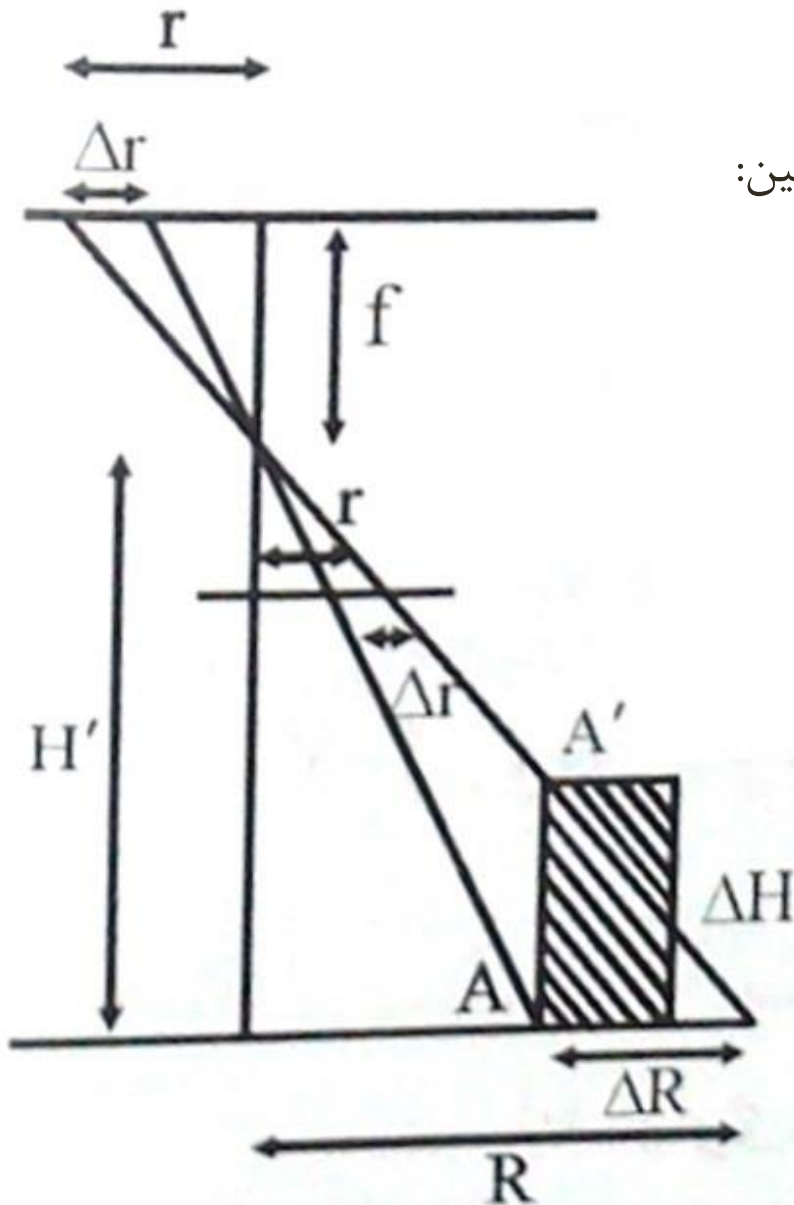
$$\frac{f}{H} = \frac{r'}{R} \rightarrow r' = \frac{Rf}{H}$$

$$\frac{f}{H'} = \frac{r}{R} \rightarrow r = \frac{Rf}{H-h}$$

$$d = (r - r') = \frac{Rf}{H} - \frac{Rf}{H-h} \quad \text{or} \quad d = \frac{r \times h}{H} \quad \text{or} \quad d = \frac{r' \times h}{H-h}$$



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم



برای اندازه‌گیری ارتفاع نسبی عوارض روی سطح زمین:

$$\frac{f}{H'} = \frac{r}{R}$$

$$\frac{\Delta H}{H'} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\rightarrow \Delta r = r \frac{\Delta H}{H'}$$

$$\rightarrow \Delta r(H - h_A) = r(h'_A - h_A)$$

$\Delta r(d)$: جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع بر روی عکس

ارتفاع پرواز هواپیما از سطح منطقه: H'

ارتفاع عارضه: ΔH



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

مثال) از فاصله‌ای به اندازه ۱۷۵۰ فوت از سطح دریا عکسبرداری صورت گرفته است. ارتفاع پای دودکش موجود در منطقه ۸۵۰ فوت از سطح دریا است. جابه‌جایی ارتفاعی اندازه‌گیری شده روی عکس ۲/۱۳ اینچ باشد و فاصله شعاعی نوک دودکش تا مرکز عکس ۴/۷۹ اینچ است. مطلوبست ارتفاع دودکش؟ (مبانی فتوگرامتری-دکتر مجید همراه-مثال ۴-۷)

$$\Delta r = 2.13^{inch}$$

$$r = 4.79^{inch}$$

$$h_A = 850^{ft}$$

$$H = 1750^{ft}$$

$$H' = H - h$$

$$\rightarrow H' = 1750 - 850 = 900^{ft}$$

$$\frac{\Delta H}{H'} = \frac{\Delta r}{r'} \rightarrow$$

$$\frac{\Delta H}{900} = \frac{2.13}{4.79} \rightarrow \Delta H = 400^{ft}$$

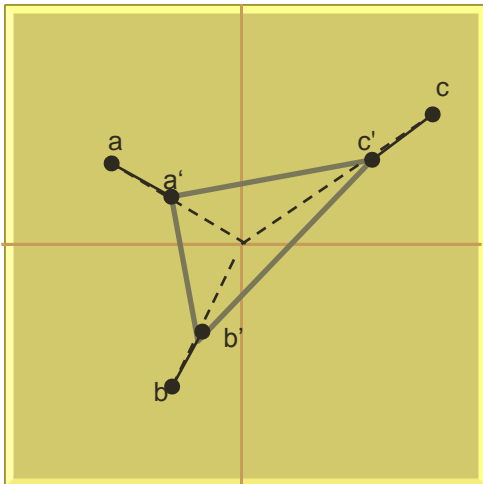


خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

مثال) شکل عکس قائمی را نشان می‌دهد که با دوربینی به فاصله کانونی ۶ اینچ (۱۵۲.۴ میلی‌متر) و از فاصله‌ی ۶۵۰۰ فوتی از سطح منطقه اخذ شده است. در عکس نقاط a ، b و c نقاطی هستند که فاصله شعاعی آنها از نقطه اصلی به ترتیب $۹۱/۴۲$ ، $۸۳/۵۰$ و ۷۰.۰۶ میلی‌متر می‌باشد.

ارتفاع همین نقاط یعنی A ، B و C از سطح دریا به ترتیب عبارتست از ۸۳۵ ، ۶۰۰ و ۴۵۰ فوت. مطلوبست جابه‌جایی ارتفاعی aa' ، bb' و cc' جهت تصحیح موقعیت نقاط و همچنین محاسبه

مقیاس منطقه؟ (مبانی فتوگرامتری-دکتر مجید همراه-مثال ۴-۸)



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

$$h_A = 835^{ft} \quad r_a = 91.42^{mm} \quad H = 6500^{ft}$$

$$h_B = 600^{ft} \quad r_b = 83.50^{mm}$$

$$h_C = 450^{ft} \quad r_c = 70.06^{mm} \quad f = 6^{inch}$$

$$d = r \frac{h}{H}$$

$$aa' = r_a \frac{h_A}{H} = 91.42 \frac{835}{6500} = 11.73 \text{ mm}$$

$$bb' = r_b \frac{h_B}{H} = 83.50 \frac{600}{6500} = 7.71 \text{ mm}$$

$$cc' = r_c \frac{h_C}{H} = 70.06 \frac{450}{6500} = 4.85 \text{ mm}$$

$$Scale = \frac{f}{H'} = \frac{6 \text{ in}}{6500 \text{ ft}} = \frac{0.1524 \text{ m}}{1981.2 \text{ m}} = \frac{1}{13000}$$

حال جابه‌جایی تصویری را می‌توان به صورت شعاعی در جهت نقطه اصلی تصحیح نمود (مشابه شکل اسلاید قبل)
چنین تصویر تصحیح شده‌ای نظیر نقشه دارای موقعیت مسطحاتی نسبی دقیقی است.



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

در یک عکسبرداری کاملاً قائم توسط دوربینی با فاصله کانونی ۱۵۰ میلی‌متر، اگر اختلاف ارتفاع دو نقطه زمینی A و B، ۷۵ متر باشد ($h_B - h_A = 75\text{m}$) کدامیک از گزینه‌های زیر در مورد عدد مقیاس صحیح است؟

- (الف) عدد مقیاس در نقطه A، ۲۰۰۰ واحد بزرگتر از عدد مقیاس در نقطه B است.
- (ب) عدد مقیاس در نقطه A، ۲۰۰۰ واحد کوچکتر از عدد مقیاس در نقطه B است.
- (ج) عدد مقیاس در نقطه B، ۵۰۰ واحد کوچکتر از عدد مقیاس در نقطه A است.
- (د) عدد مقیاس در نقطه B، ۵۰۰ واحد بزرگتر از عدد مقیاس در نقطه A است.

$$S_A = \frac{H - h_A}{f} \quad S_B = \frac{H - h_B}{f}$$

بنابراین گزینه ج صحیح است.

$$\rightarrow S_A - S_B = \frac{H - h_A - H + h_B}{f} = \frac{h_B - h_A}{f} = \frac{75\text{m}}{150\text{mm}} = 500$$



خطای ناشی از ناهمواری زمین

مثال) جابجایی تصویر روی عکس هوایی در یک مقیاس ثابت به چه عواملی بستگی دارد؟

الف- ارتفاع جسم و تیلت

ب- فاصله کانونی

ج- ارتفاع پرواز

د- ارتفاع متوسط منطقه

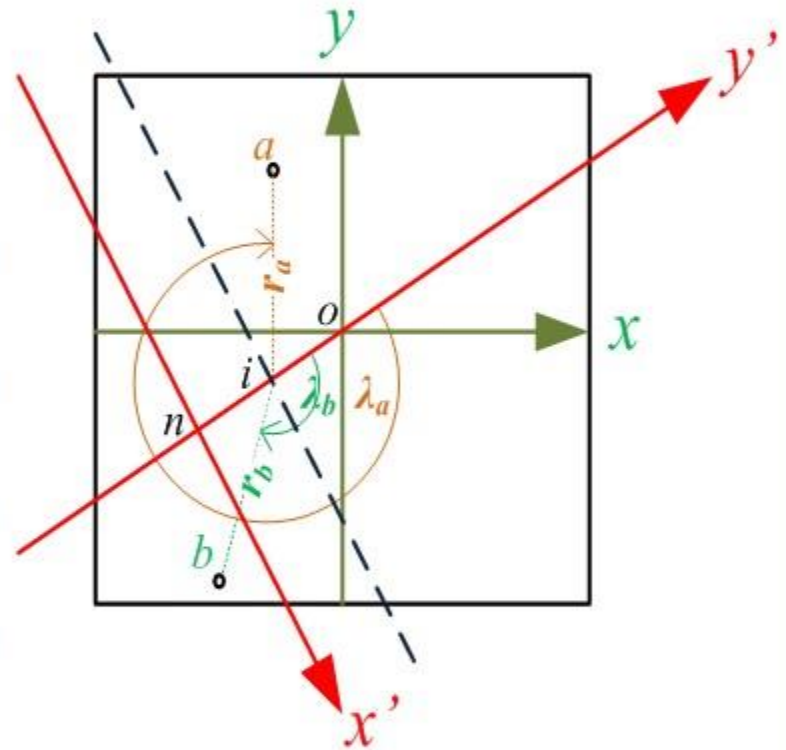
الف

تمرین) اگر در یک عکسبرداری قائم با دوربینی به فاصله کانونی ۱۵۰ میلی‌متر، عدد مقیاس در نقطه‌ی عکسی a ، ۲۰۰ واحد بزرگتر از عدد مقیاس در نقطه عکسی b باشد، مطلوبست محاسبه‌ی اختلاف ارتفاع نقاط زمینی متناظر با آنها بر حسب متر.



خطای ناشی از تیلت

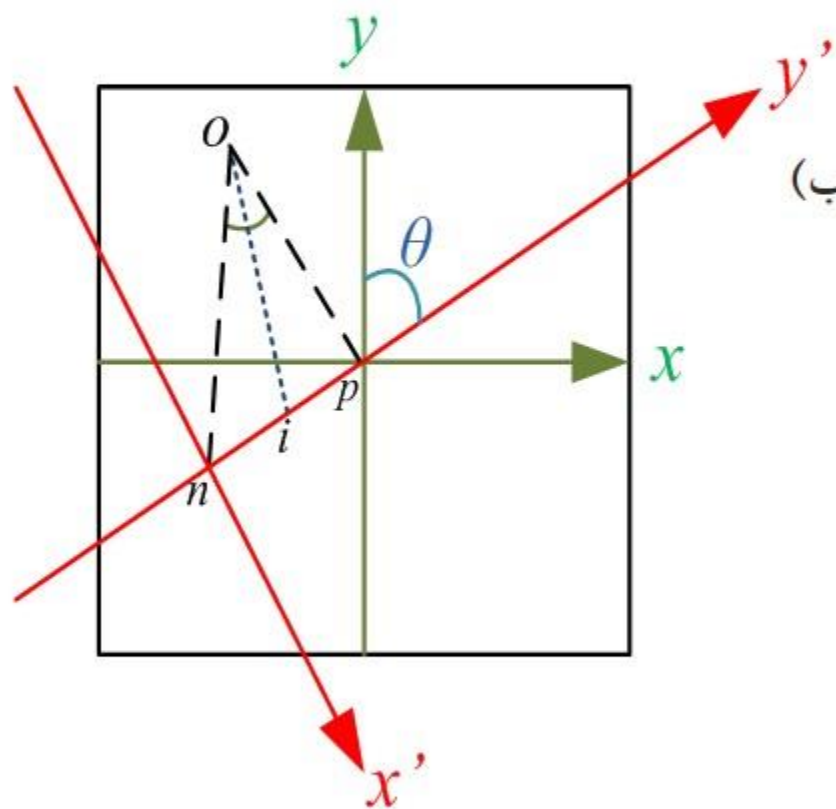
در عکسهای هوایی به دلیل وجود تیلت، موقعیت نقاط ثبت شده روی عکس از مکان اصلی، کمی جابه‌جا می‌شوند. که این مقدار جابجایی نسبت به نقطه ایزوسنتر سنجیده می‌شود.



f : فاصله کانونی
 t : زاویه تیلت
 dt : مقدار جابه‌جایی تیلت
 f : فاصله شعاعی از نقطه ایزوسنتر تا تصویر نقطه مورد نظر
 λ : زاویه λ بین خط اصلی و خط واصل بین دو نقطه
 ایزوسنتر و تصویر نقطه در صفحه عکس

$$dt = \frac{r_i^2 \sin(t) \cos^2(\lambda)}{f - r_i \sin(t) \cos(\lambda)}$$

یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل



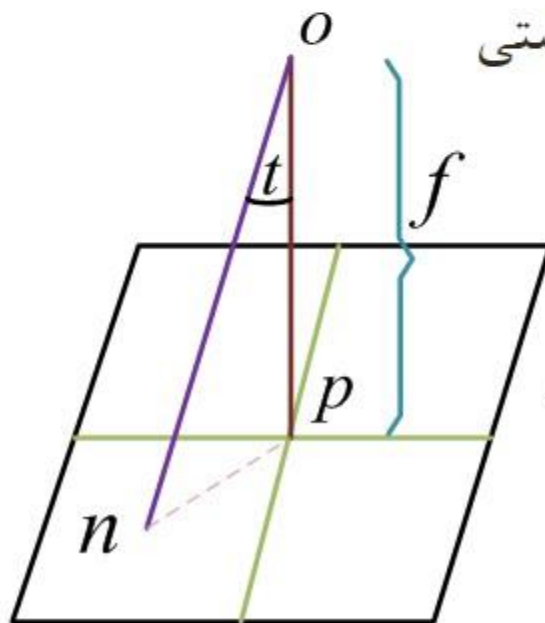
θ زاویه ی بین محور y و محور y'

سیستم مختصات عکسی مایل:

محور y' در امتداد خط اصلی (بزرگترین شیب)

مرکز روی نقطه ی نادیر

سیستم دست راستی



$$pn = f \cdot \tan(t)$$

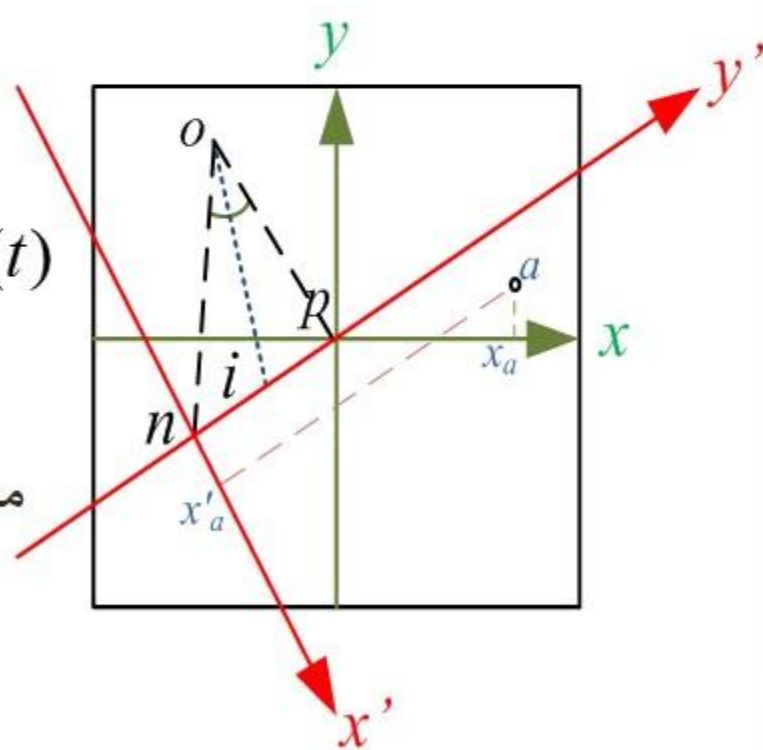
یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل

سیستم مختصات عکسی مایل:

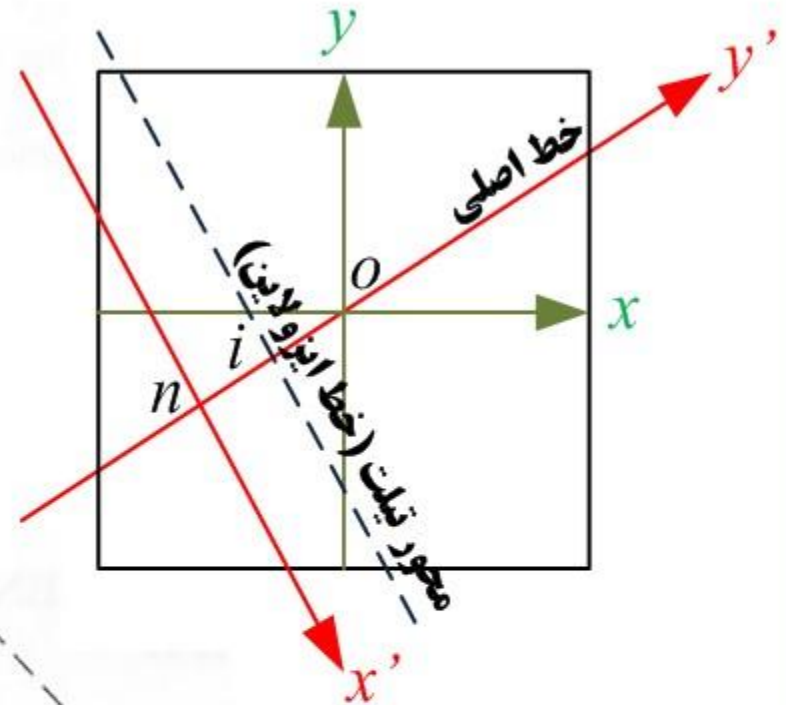
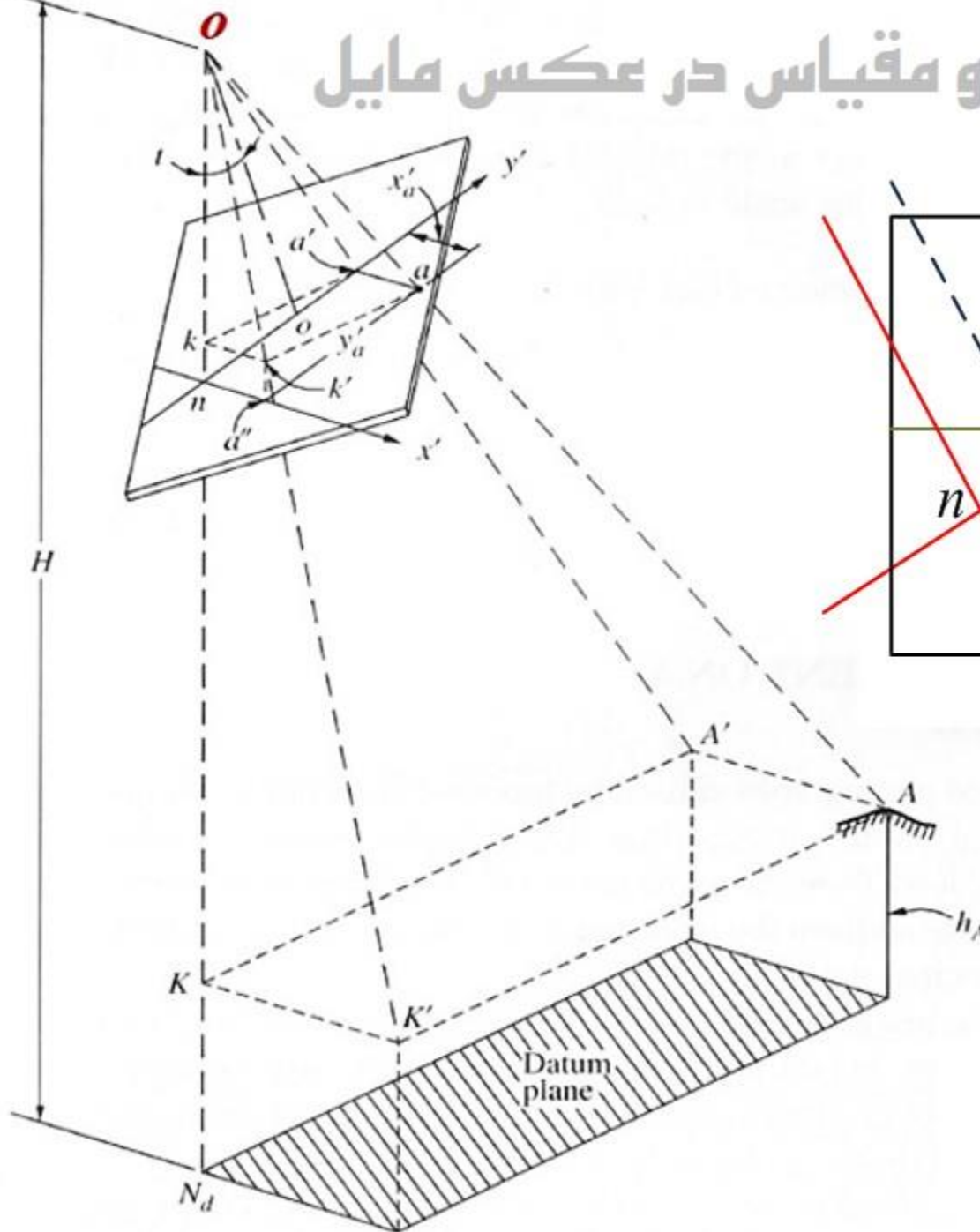
$$\begin{cases} x'_a = x_a \cdot \cos \theta + y_a \cdot \sin \theta \\ y'_a = -x_a \cdot \sin \theta + y_a \cdot \cos \theta + f \cdot \tan(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_A = x'_a \times \frac{1}{S_t} \\ Y_A = y'_a \cdot \cos(t) \times \frac{1}{S_t} \end{cases}$$

مختصات زمینی:



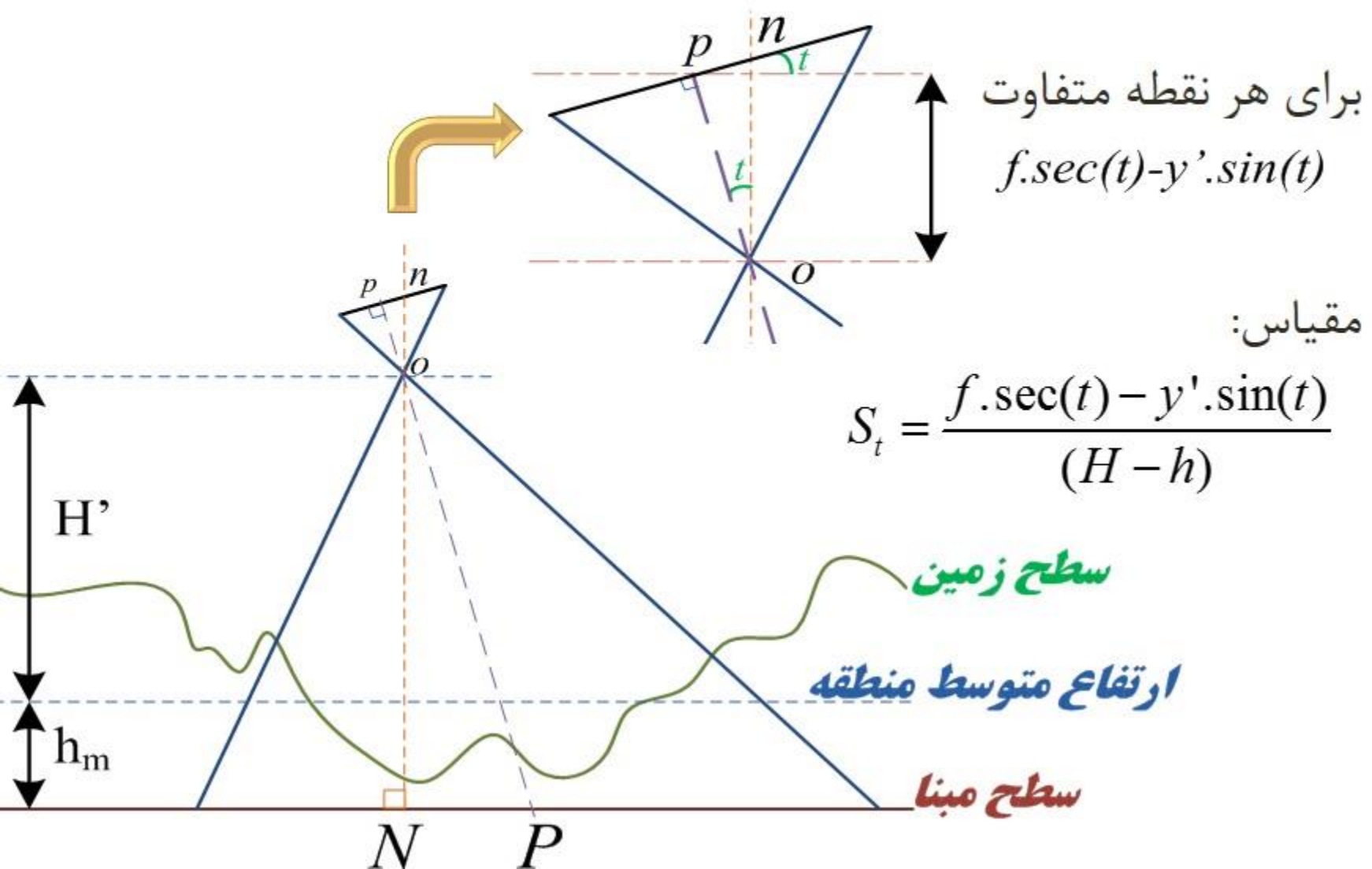
یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل



مختصات زمینی:

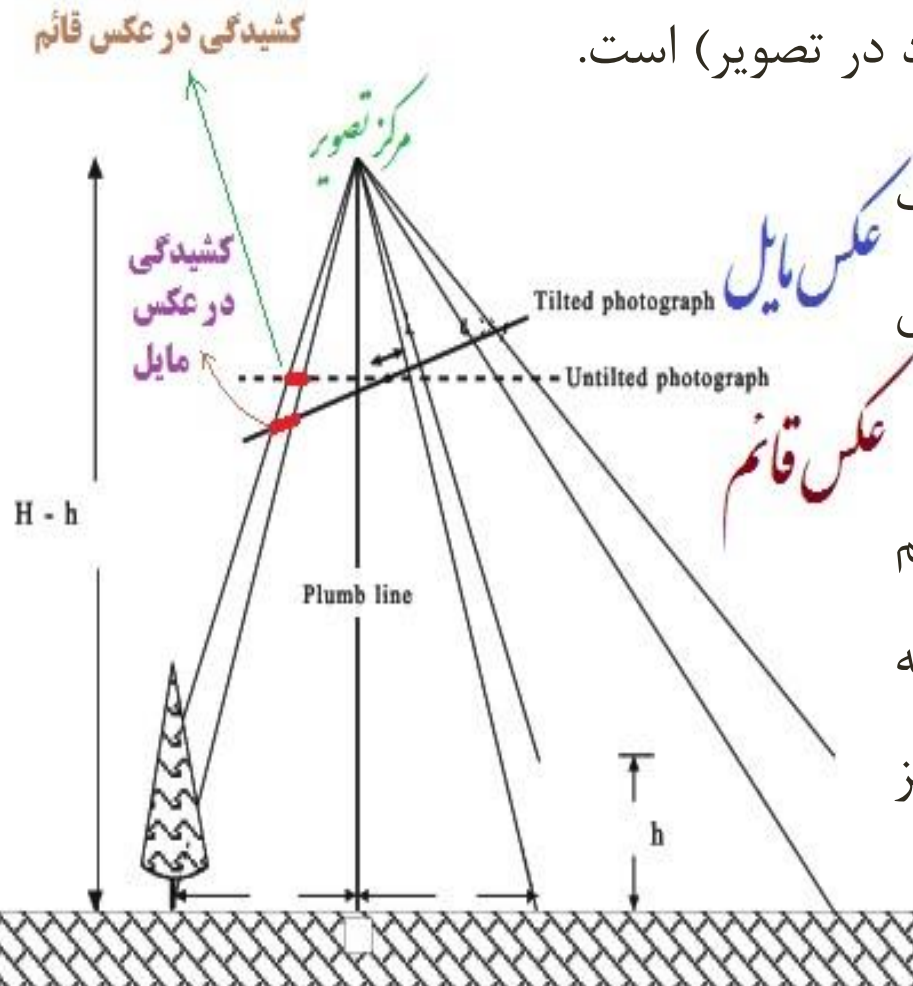
$$\begin{cases} X_A = x'_a \times \frac{1}{S_t} \\ Y_A = y'_a \cdot \cos(t) \times \frac{1}{S_t} \end{cases}$$

یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل



یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل

در تصویر قائم اختلاف مقیاس در نقاط مختلف تصویر ناشی از مسطح نبودن منطقه (هم ارتفاع نبودن عوارض زمینی موجود در تصویر) است.

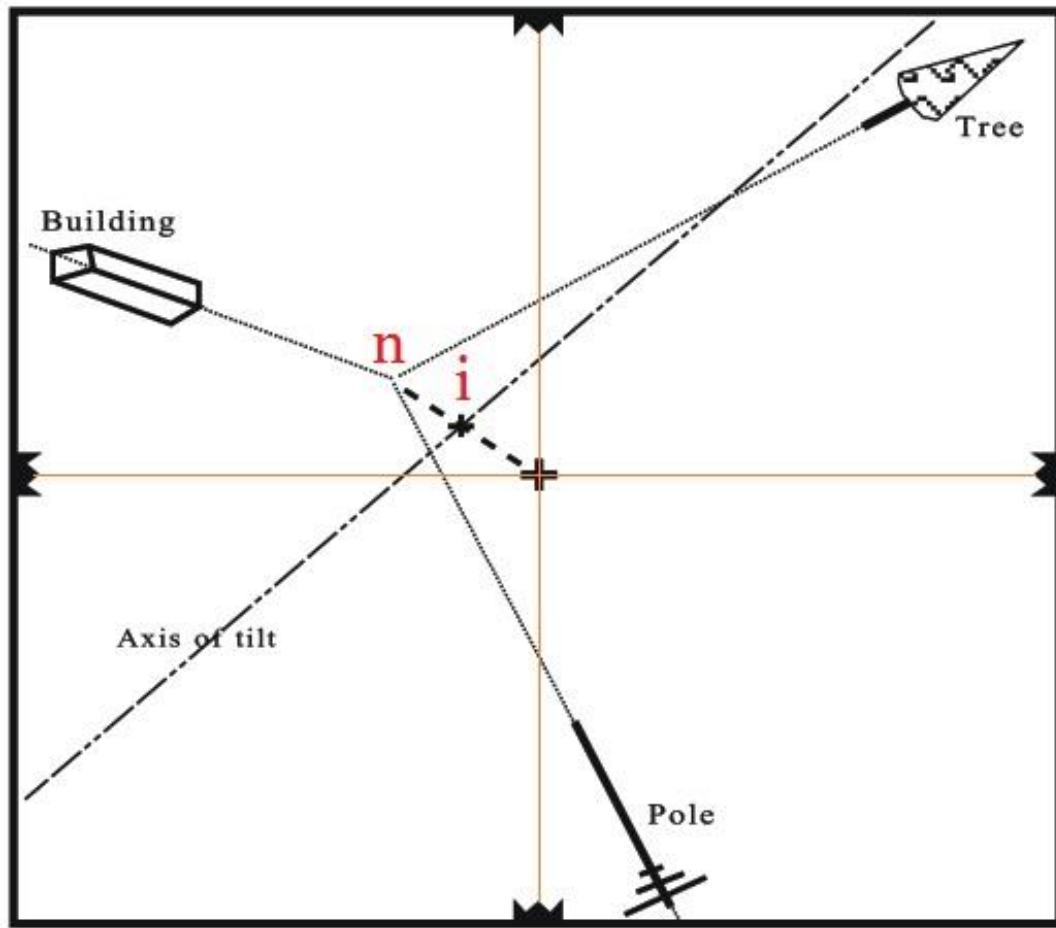


در عکسبرداری مایل علاوه بر اختلاف ارتفاع نقاط مختلف زمین، وجود زاویه تیلت نیز سبب تغییر مقیاس می شود.

مقیاس فقط برای نقاط واقع در خط هم بار (امتدادی به موازات محور X')، که خط عمود بر خط بزرگترین شیب نیز می باشد، تقریباً مساوی است.

یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل

خطی که در صفحه عکس واقع شده و عمود بر خط اصلی بوده و از نقطه ایزوسنتر (همبار) می‌گذرد، محور تیلت نامیده می‌شود.



محور تیلت در واقع فصل مشترک صفحه عکس غیر قائم و صفحه عکس قائم است. تصاویر نقاط واقع در این خط دارای موقعیت عکسی هر دو عکس می‌باشند. سایر نقاط عکس غیر قائم دارای موقعیت متفاوتی با موقعیت نقاط مشابه روی عکس قائم می‌باشد.

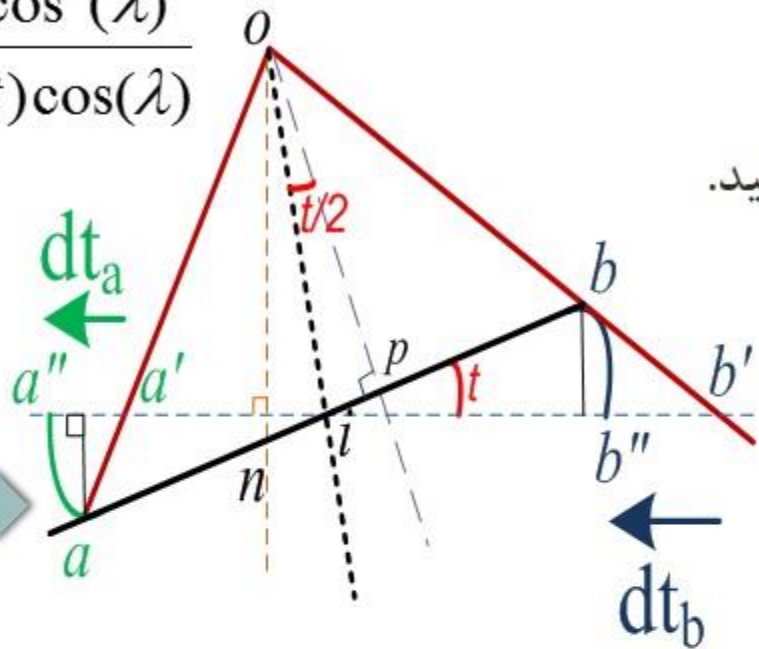
خطای ناشی از تیلت

$$dt = \frac{r_i^2 \sin(t) \cos^2(\lambda)}{f - r_i \sin(t) \cos(\lambda)}$$

$$op = f$$

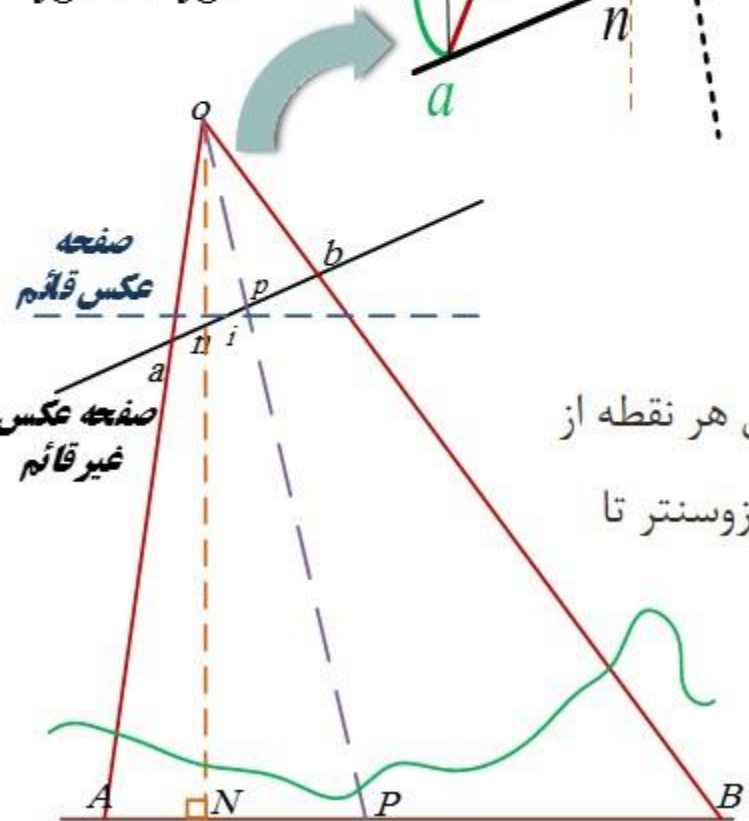
$$ia' = ia''$$

$$ib' = ib''$$



تمرین: فرمول روبرو را اثبات نمایید.

نکته: جابه جایی تیلت برای نقاطی که در بالای محور تیلت قرار می‌گیرند دارای جهت داخلی و برای نقاطی که در پایین این محور قرار می‌گیرند دارای جهت خارجی است.



راهنمایی: مقدار جابه جایی تیلت برابر است با فاصله ی شعاعی هر نقطه از ایزوسنتر بر روی عکس قائم، منهای فاصله ی شعاعی از نقطه ایزوسنتر تا تصویر نقطه بر روی عکس غیر قائم.

می‌توانید از شکل روبرو، و روابط هندسی بین مثلث‌های موجود در تصویر کمک بگیرید ($op=f$).



خطای ناشی از تیلت

- جابجایی ناشی از تیلت به فاصله کانونی (f) بستگی دارد که رابطه اشان عکس یکدیگر است.
- هر چه از مرکز عکس دورتر شویم (r) میزان جابجایی ناشی از تیلت بیشتر می شود.
- جابجایی ناشی از تیلت در روی خط عمود بر خط بزرگترین شیب در نقطه همبار صفر است.

$$dt = \frac{r_i^2 \sin(t) \cos^2(\lambda)}{f - r_i \sin(t) \cos(\lambda)} \xrightarrow{t=0} dt = 0$$

➤ جابجایی ناشی از تیلت نسبت به نقطه همبار شعاعی است.

➤ علامت جبری r_i همواره مثبت است. واحد dt نظیر واحد r_i و f است.

➤ علامت جبری dt توسط رابطه تیلت تعیین می شود، یعنی اگر نقطه در بالای محور تیلت باشد مثبت و اگر در پایین محور تیلت باشد منفی خواهد شد.

➤ اگر λ مقادیر ۹۰ یا ۲۷۰ درجه داشته باشد یعنی نقطه روی محور تیلت واقع شود، صورت معادله

$$dt = \frac{r_i^2 \sin(t) \cos^2(\lambda)}{f - r_i \sin(t) \cos(\lambda)} \xrightarrow[\lambda=270]{\lambda=90} dt = 0$$

تیلت صفر و نتیجتاً dt صفر خواهد شد.

خطای ناشی از تیلت

مثال) با دوربینی به فاصله کانونی ۱۵۲ میلی‌متر عکس غیر قائمی با زاویه تیلت ۳ درجه اخذ شده است. فاصله شعاعی نقطه‌ایزوسنتر تا تصویر نقطه در بالای محور تیلت ۱۰۵ میلی‌متر می‌باشد. زاویه ی بین خط اصلی و خط واصل نقطه‌ایزوسنتر تا تصویر نقطه ۴۰ درجه است. مطلوبست محاسبه جابه جایی تیلت در عکس.

$$dt = \frac{r_i^2 \sin(t) \cos^2(\lambda)}{f - r_i \sin(t) \cos(\lambda)} = \frac{(105)^2 \sin(3) \cos^2(40)}{(152) - (105) \sin(3) \cos(40)}$$

$$dt = \frac{(105)^2 (0.0523)(0.7660)^2}{(152) - (105)(0.0523)(0.7660)} = +2.3mm$$



خطای کشیدگی تصویر (Image Motion)

چون در لحظه عکس برداری، هواپیما دارای سرعت است از این رو زمانی که شاتر دوربین برای عکس برداری باز می شود، این سرعت در عکس تأثیر گذاشته و باعث کشیده شدن تصویر منطقه عکس برداری در عکس می شود. اگر سرعت هواپیما را با (v) و زمانی که شاتر دوربین برای عکس برداری باز و بسته می شود (t) در نظر بگیریم. آنگاه (d) ، مقدار جابجایی نقاط روی تصویر از رابطه زیر بدست می آید.

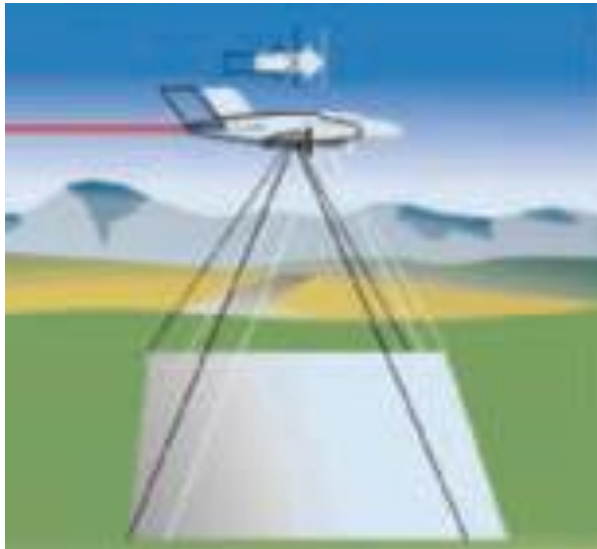
$$d = v \times t$$

مقدار خطای ناشی از این پدیده را با

(IM) نشان می دهند و از رابطه

$$IM = vt \times \frac{f}{H - h_a}$$

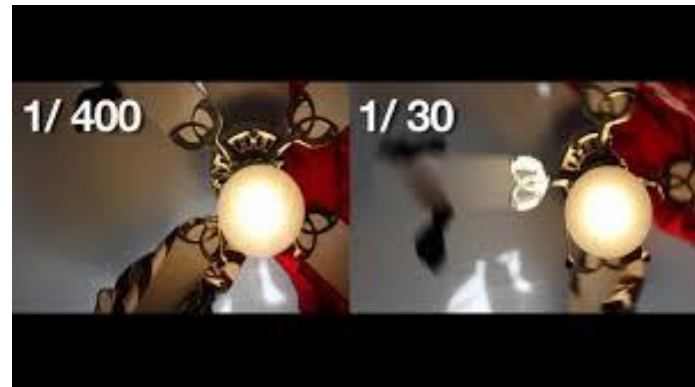
روبرو بدست می آید:



خطای کشیدگی تصویر

راههای جبران این نوع خطا:

- استفاده از هواپیماهای کم سرعت (با کم شدن v)، d نیز کوچک می شود.
 - استفاده از فیلم های تند (زیرا این فیلم تند دانه بندی درشتی دارد و مدت زمان کمتری را برای نوردهی نیاز دارد).
 - دستگاه FMC (Forward Motion Compensation)
- این دستگاه در حین باز بودن دریچه شاتر متناسب با سرعت نسبی، سرعت هواپیما و سرعت شاتر عوارض فیلم را به جلو حرکت می دهد. (که میزان جلو بردن در حد میکرون است).



خطای کشیدگی تصویر

- ✓ عدم محدودیت استفاده از فیلم ها
- (امکان استفاده از فیلم های کند با قدرت تفکیک زیاد فراهم شد.)
- ✓ استفاده از هواپیماهای سریعتر
- ✓ امکان عکسبرداری در روشنایی کم
- ✓ کاهش خطای کشیدگی به حداقل
- ✓ امکان عکسبرداری با دوربین های زاویه باریک در ارتفاعات کم (مقیاس بزرگ)

مزیت های FMC:



without compensation



with compensation

خطای کشیدگی تصویر

مثال) در صورتی که فاصله کانونی دوربین ۱۵۲ میلی‌متر باشد و هواپیما با سرعت ۳۰۰ کیلومتر در ساعت از ارتفاع ۵۰۰ متری سطح زمین عکسبرداری کند.

• (الف) سرعت تصویر اطلاعات چقدر می‌باشد؟

• (ب) اگر زمان باز و بسته شدن شاتر یک پانصدم ثانیه باشد. چقدر باید فیلم حرکت

کند تا اثر ماتی روی تصویر ایجاد نگردد؟

$$V = 300 \frac{km}{h} \times \frac{152mm}{500m} \quad \text{(الف)}$$

$$V = (300 \times 1000 / 3600) \frac{m}{s} \times \frac{152mm}{500m} = 25.333 \frac{mm}{s}$$

$$d = v \times t = 25.333 \frac{mm}{s} \times \frac{1}{500s} = 0.0507mm \quad \text{(ب)}$$



خطای کشیدگی تصویر

مثال) خطای تعیین موقعیت هر پیکسل در تهیه تصویر رقومی که از روی عکس های هوایی موجود دیجیتایز شده است در صورتیکه فقط خطای کشیدگی تصویر مربوط به سرعت را لحاظ کنیم چند میکرون خواهد بود.

$$C=150\text{mm}$$

$$V=180\text{km/h}$$

زمان تابش یک پانصدم ثانیه t

ارتفاع متوسط منطقه ۱۵۰۰ متر G.H: ارتفاع پرواز ۴۵۰۰ متر F.H:

$$d = v \times t = 180 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1}{500\text{s}}$$

$$d = \left(180 \times \frac{1000}{3600}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1}{500\text{s}} = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$D = d \times \text{Scale} = d \times \frac{f}{H - h} = 0.1 \times \frac{150\text{mm}}{(4500 - 1500)\text{m}} = 5 \mu\text{m}$$



خطای کشیدگی تصویر

مثال) هواپیمای بدون سرنشین فتوگرامتری با سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت در ارتفاع ۱۲۰ متری زمین اقدام به عکسبرداری هوایی می نماید. اگر دوربین رقومی نصب شده در آن دارای فاصله کانونی $\frac{4}{5}$ میلی متر با ابعاد پیکسل $\frac{1}{5}$ میکرون باشد، زمان شاتر دوربین در لحظه عکسبرداری چند ثانیه باید باشد تا کشیدگی تصویر در حد نیم پیکسل شود؟



خطای کشیدگی تصویر

داده های مساله $F=4/5\text{mm}$, $H'=120\text{m}$, $\text{Pixel size}=1/5 \times 10^{-6}\text{ m}$, $V=90\text{ km/h}$

$$\left\{ \begin{array}{l} IM = \frac{1}{2} \text{Pixel size} \\ IM = V t \times \frac{f}{H - h_a} = V t \times \frac{f}{H'} \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{\text{Pixel size} \times H'}{2fV}$$

$$t = \frac{(1/5 \times 10^{-6}\text{ m}) \times 120\text{ m}}{2 \times (4/5 \times 10^3\text{ m}) \times 90\text{ km/h}}$$

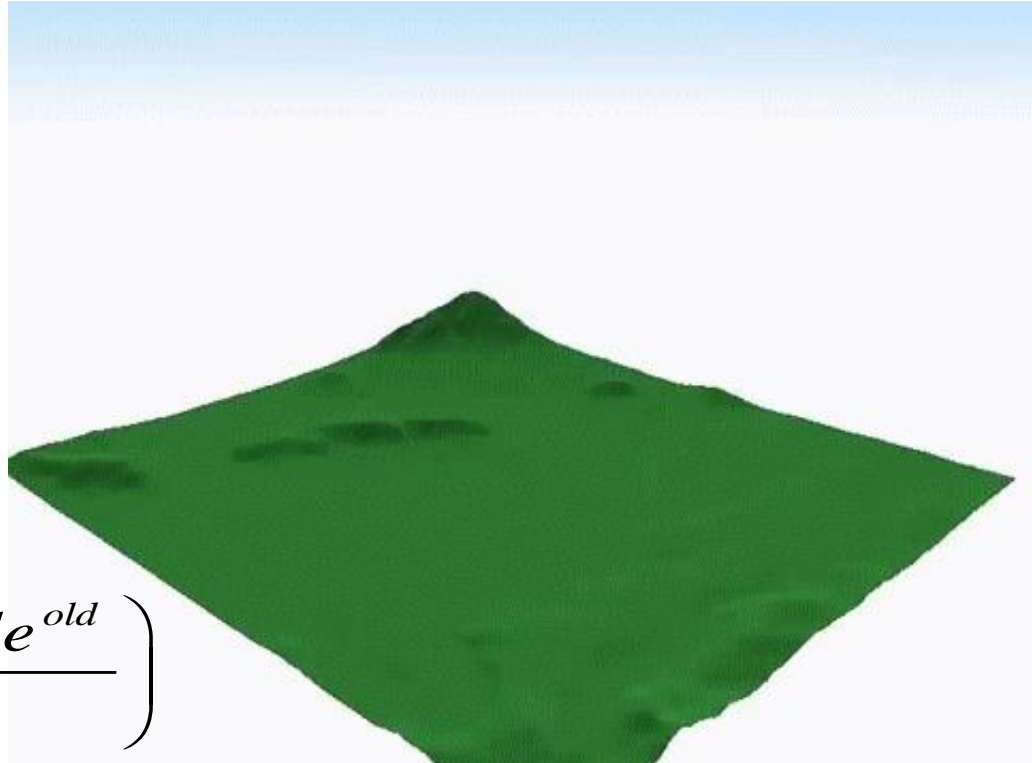
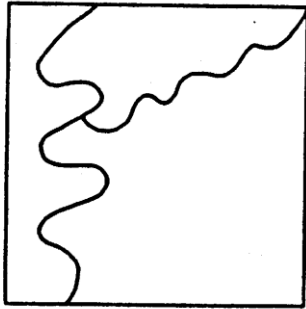
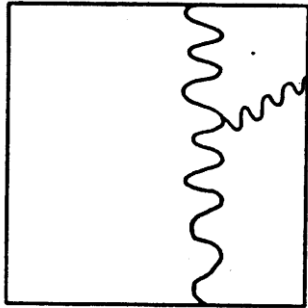
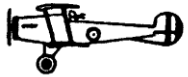
$$t = \frac{(1/5 \times 10^{-6}\text{ m}) \times 120\text{ m}}{2 \times (4/5 \times 10^3\text{ m}) \times (90 \times \frac{1000}{3600}\text{ m/s})} = \frac{1}{1250}\text{ s}$$



خطای تغییر مقیاس در اثر تغییر ارتفاع پرواز

خطا در جهت تغییر ارتفاع باعث تغییر مقیاس می‌گردد و در تعیین موقعیت اثر دارد.

در هنگام برقراری ارتباط با زمین با استفاده از پارامترهای توجیه خارجی حذف می‌گردد.



$$d = r^{old} \left(\frac{Scale^{new} - Scale^{old}}{Scale^{new}} \right)$$

نکته ۱: خطای اعوجاج عدسی نسبت به نقطه اصلی شعاعی بوده و جهت خطا با توجه به علامت Δr میتواند به سمت داخل یا خارج باشد.

نکته ۲: خطای انکسار نسبت به نقطه نادیر شعاعی بوده و جهت خطا همواره به سمت خارج می باشد یعنی مختصات تصحیح شده کمتر از مختصات خطا دار می باشد.

نکته ۳: خطای کرویت اگر سیستم مختصات ژئوسنتریک باشد در نظر گرفته می شود و نسبت به نقطه نادیر شعاعی بوده و جهت خطا همواره به سمت داخل است.

نکته ۴: خطای کشیدگی تصویر شعاعی نیست.

نکته ۵: جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع نسبت به نقطه نادیر شعاعی بوده و جهت آن به سمت خارج می باشد.

نکته ۶: جابجایی ناشی از تیلت نسبت به نقطه همبار شعاعی بوده و جهت آن هم می تواند بسمت داخل باشد و هم بسمت خارج.

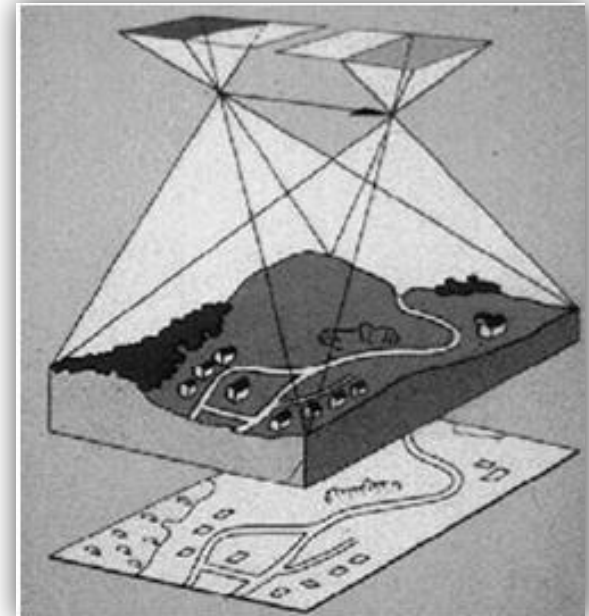
نکته ۷: جابجایی ناشی از تغییر مقیاس نسبت به نقطه اصلی شعاعی بوده و اگر ارتفاع هواپیما کم شود جابجایی به سمت خارج است و گرنه جابجایی به سمت داخل است.



فتوگرامتری تحلیلی

(Analytical Photogrammetry)

- توجیه داخلی (Interior Orientation)
- توجیه خارجی (Exterior Orientation)
- توجیه نسبی (Relative Orientation)
- توجیه مطلق (Absolute Orientation)
- ترفیع فضایی (Space Resection)
- تقاطع فضایی (Space Intersection)
- ترمیم (Rectification)
- ارتوفتو (Ortho-photo)
- سلف کالیبراسیون (Self Calibration)



(Interior Orientation)

توجیه (Orientation) یعنی جهت دار کردن یا سمت و سو دادن.

توجیه داخلی: بازسازی هرم نوری مشابه فضای داخلی دوربین هوایی

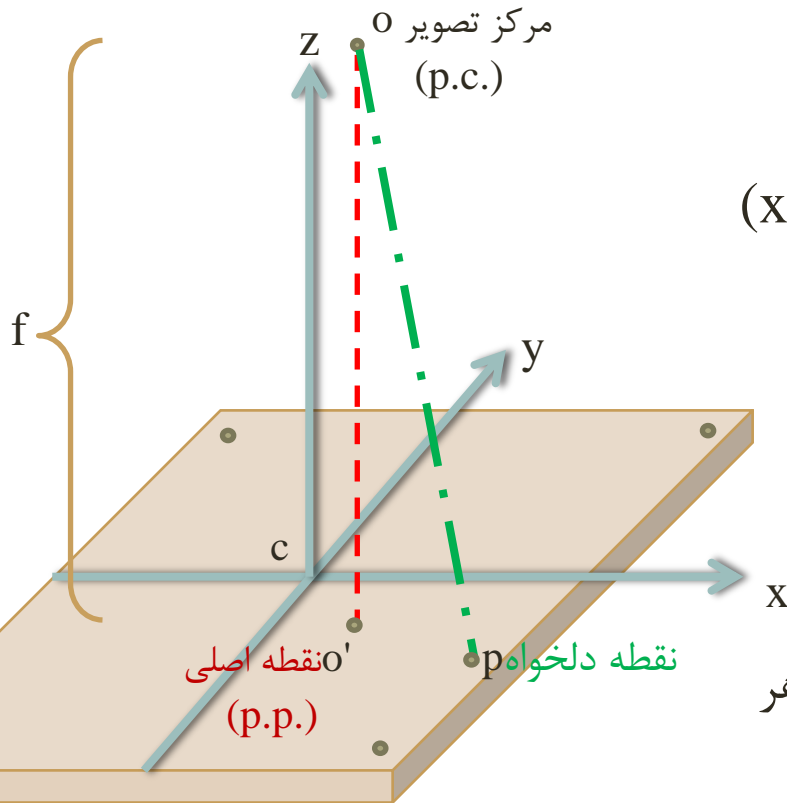
• هدف از انجام توجیه داخلی، بازسازی هندسی هرم داخلی دوربین عکس برداری در

لحظه‌ی عکس برداری است؛ که شامل دو مرحله اصلی می‌باشد:

I. تثبیت نقطه اصلی: محور نوری دقیقاً از وسط عکس عبور کند.

II. تثبیت فاصله کانونی: فاصله دیاپوزیتیو تا مرکز پروژکتور هم باید تثبیت شود.

توجیه داخلی



• پارامترهای توجیه داخلی (۳ پارامتر):

دو پارامتر موقعیت نقطه اصلی $(x_{p.p.}, y_{p.p.})$

و یک پارامتر فاصله کانونی یا اصلی f

نکته: در توجیه داخلی زاویه شعاع نوری هر

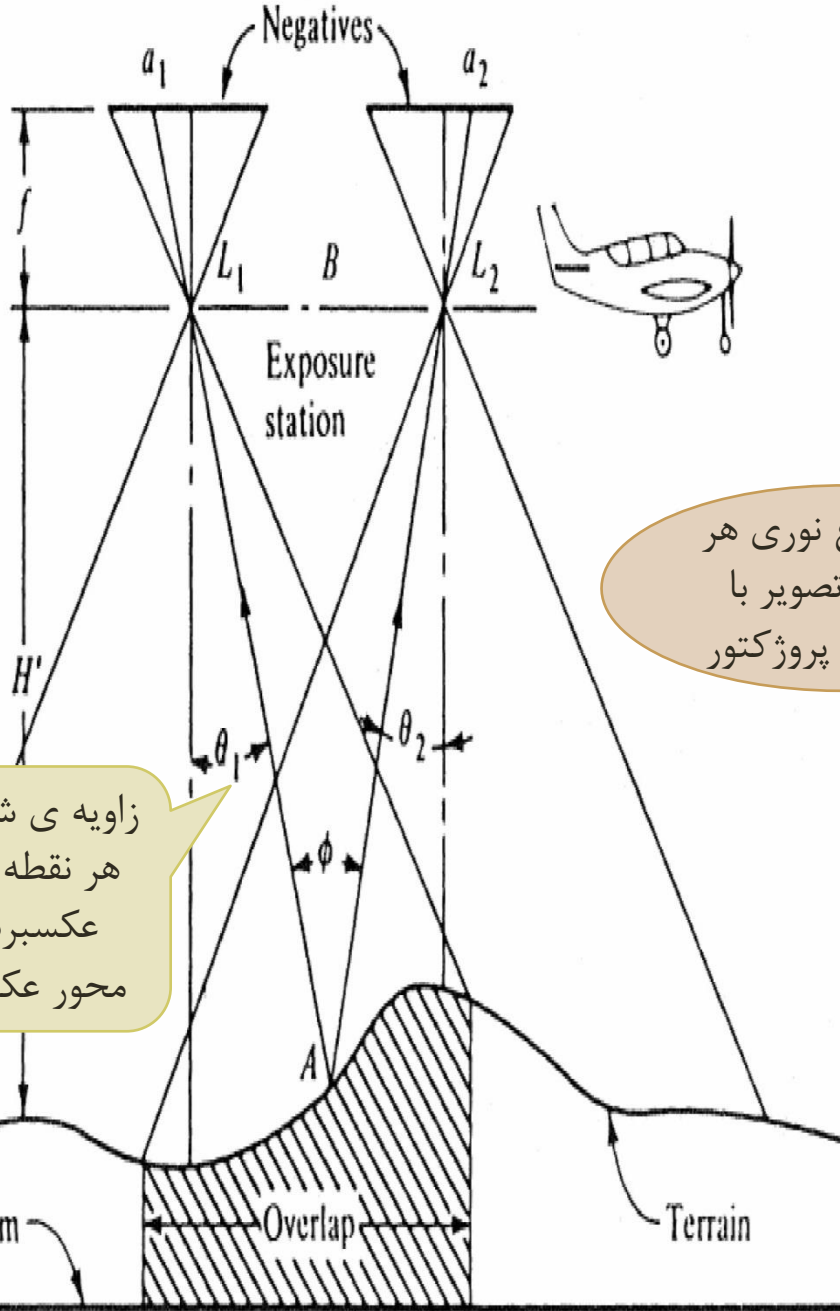
نقطه از تصویر با امتداد قائم پروژکتور باید

برابر با زاویه‌ی شعاع نوری نظیر آن در

زمان عکس‌برداری با محور عکس‌برداری شود.

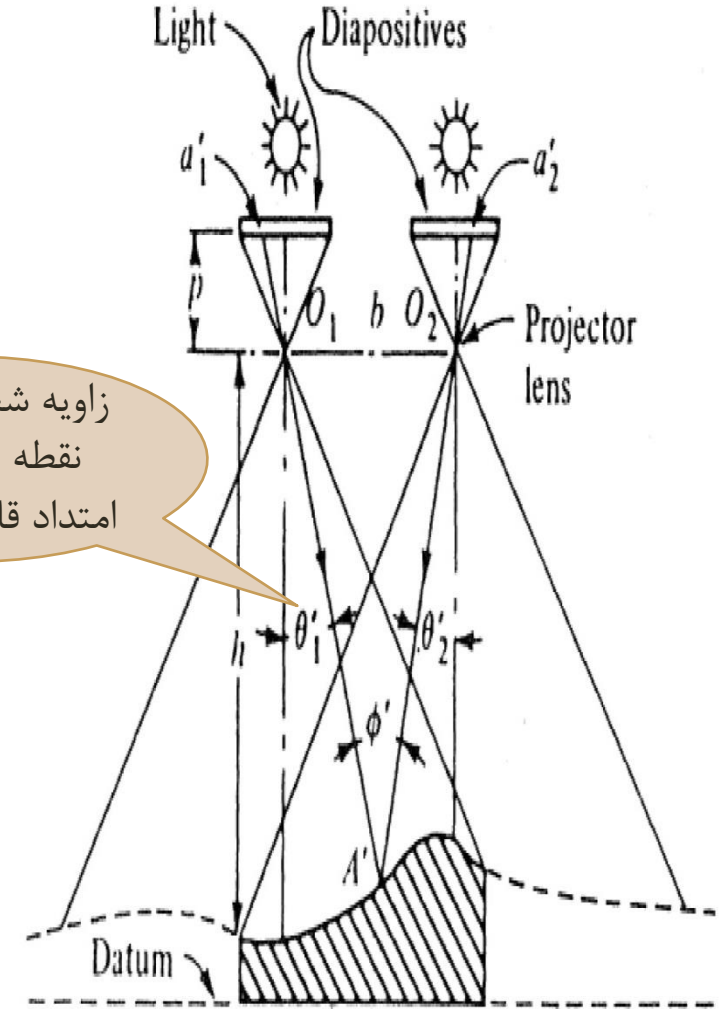
$$\vec{r}_a = \begin{bmatrix} x_a - x_{p.p.} \\ y_a - y_{p.p.} \\ 0 - f \end{bmatrix}$$

توجیه داخلی



زاویه ی شعاع نوری
هر نقطه در زمان
عکسبرداری با
محور عکسبرداری

زاویه شعاع نوری هر
نقطه از تصویر با
امتداد قائم پروژکتور



(b)

روش‌های انجام توجیه داخلی

(a) توجیه داخلی به روش آنالوگ یا تجربی یا مکانیکی یا دستی

یعنی منطبق کردن فیدوشل مارک‌ها به روش مکانیکی

(b) توجیه داخلی تحلیلی

برای انجام توجیه داخلی تحلیلی حالت‌های تغییر بعد باید در نظر گرفته شود:

خطی

✓ تغییر بعد خطی

✓ تغییر بعد غیر خطی

سپس با استفاده از معادلات مرتبط حل می‌گردد.

(c) توجیه داخلی رقومی

تفاوت بین تحلیلی و رقومی در پیدا کردن نقطه است، در تحلیلی این کار به روش دستی

است اما در روش رقومی اتوماتیک می‌باشد.

تمام معادلات مورد استفاده در تحلیلی در رقومی نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مراحل توجیه داخلی دستگاهی (آنالوگ)

1 آماده کردن دیاپوزتیوها با اندازه‌ی صحیح و استقرار دیاپوزتیوها

➤ استقرار دیاپوزتیوها به صورتی که بتوان پوشش مشترک را منطبق بر هم دید.

➤ امتداد پرواز از دو تصویر در یک راستا و در امتداد محورهای X سیستم‌های تصویر دستگاه قرار گیرد.

➤ پوشش صحیح در دیاپوزتیوها رعایت شود (پوشش داخلی و خارجی).

➤ اندازه‌ی دیاپوزتیوها مد نظر قرار گیرد:

✓ به اندازه‌ی نگاتیو در دستگاه‌های مکانیکی

✓ کوچکتر از نگاتیو در دستگاه‌های اپتیکی

(-کلش: ۱/۱ -بال پلکس: ۱/۳ -مولتی پلکس: ۱/۵)

مراحل توجیه داخلی دستگاهی (آنالوگ)

2) حذف اعوجاجات شعاعی عدسی دوربین عکس برداری هوایی

I. استفاده از قاب تصحیح کننده

➤ استفاده از قاب‌های با شیشه‌ی کروی به جای قاب‌های معمولی

➤ استفاده از قاب تصحیح کننده خطای اعوجاج شعاعی در زمان چاپ دیاپوزیوها

II. تغییر فاصله اصلی

III. از عدسی‌های تصحیح کننده که دارای خطای اعوجاج مساوی خطای اعوجاج دوربین

عکس برداری ولی در جهت مخالف آن می‌باشد، استفاده شود.

مراحل توجیه داخلی دستگاهی (آنالوگ)

1) آماده کردن دیاپوزتیوها با اندازه‌ی صحیح و استقرار دیاپوزتیوها (در اسلایدهای قبل

عنوان شد)

2) حذف اعوجاجات شعاعی عدسی دوربین عکس برداری هوایی (در اسلایدهای قبل

عنوان شد)

3) انطباق نقطه اصلی (p.p.) دیاپوزتیو با محور عدسی پروژکتور (معرفی X_0 و Y_0)

4) تنظیم فاصله اصلی پروژکتور (معرفی f):

در برخی دستگاه‌ها f ثابت است در عوض دیاپوزتیوها تنظیم می‌گردند و در

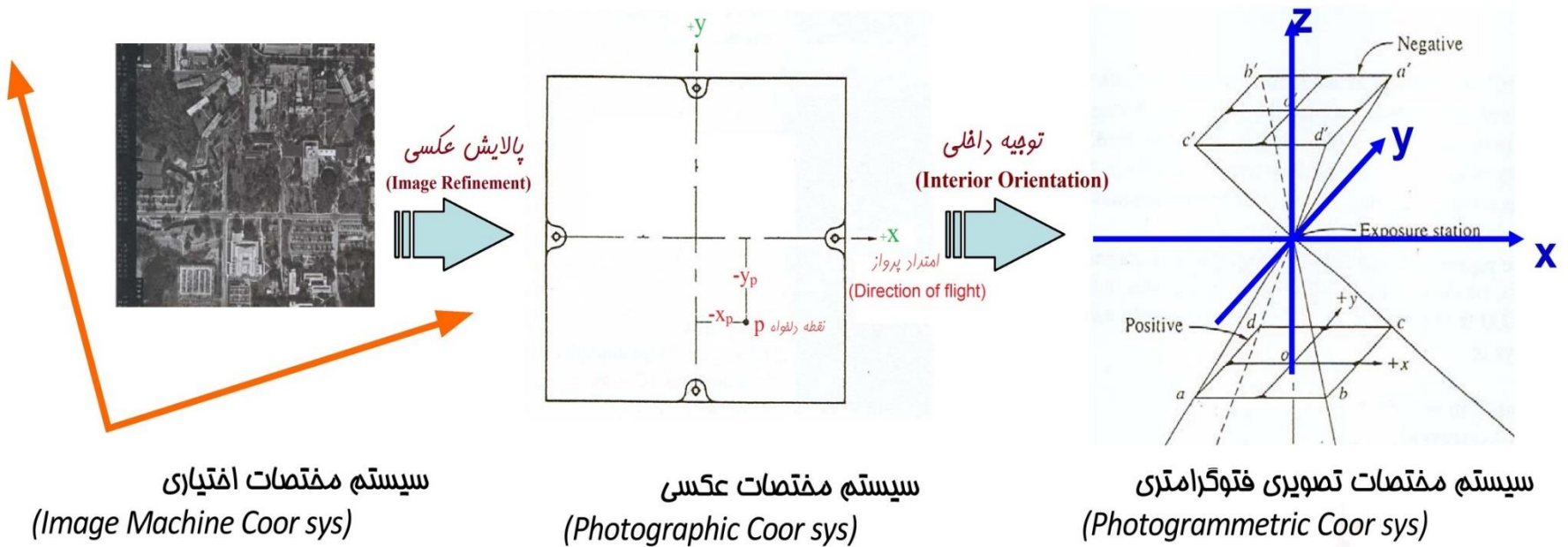
برخی از دستگاه‌ها فاصله اصلی قابل تنظیم است.

- هدف از انجام توجیه داخلی تحلیلی، ایجاد هندسه‌ی داخلی دوربین عکس‌برداری به صورت ریاضی می‌باشد.
 - برای ایجاد این هندسه احتیاج به اطلاعات کالیبراسیون دوربین داریم.
 - انجام توجیه داخلی با داشتن مختصات علائم کناری و مختصات دستگاهی اندازه گرفته شده‌ی آن‌ها توسط کمپراتور شروع می‌شود.
 - یک تبدیل دو بعدی برای ارتباط بین سیستم مختصات دستگاهی و سیستم مختصات علائم کناری به کار برده می‌شود.
- ❖ اعوجاجات دوربین و اطلاعات نقطه اصلی از داده‌های کالیبراسیون دوربین برای پالایش مختصات نقاط به کار برده می‌شود تا خطای عدسی از مختصات نقاط تصحیح شود و مختصات از سیستم مختصات علائم کناری به سیستم مختصات عکسی برده شود.

توجیه داخلی تحلیلی

بنابراین برای انجام توجیه داخلی باید مختصات اندازه‌گیری شده توسط کمپراتور از سیستم مختصات

دستگاهی به سیستم مختصات عکسی منتقل می‌شوند تا اینکه به مختصات عکسی پالایش یافته دست یابیم.



• ادامه‌ی این مبحث (بحث توجیه داخلی و فلوچارت مربوطه) به

صورت جزوه‌ی کلاسی گفته خواهد شد.

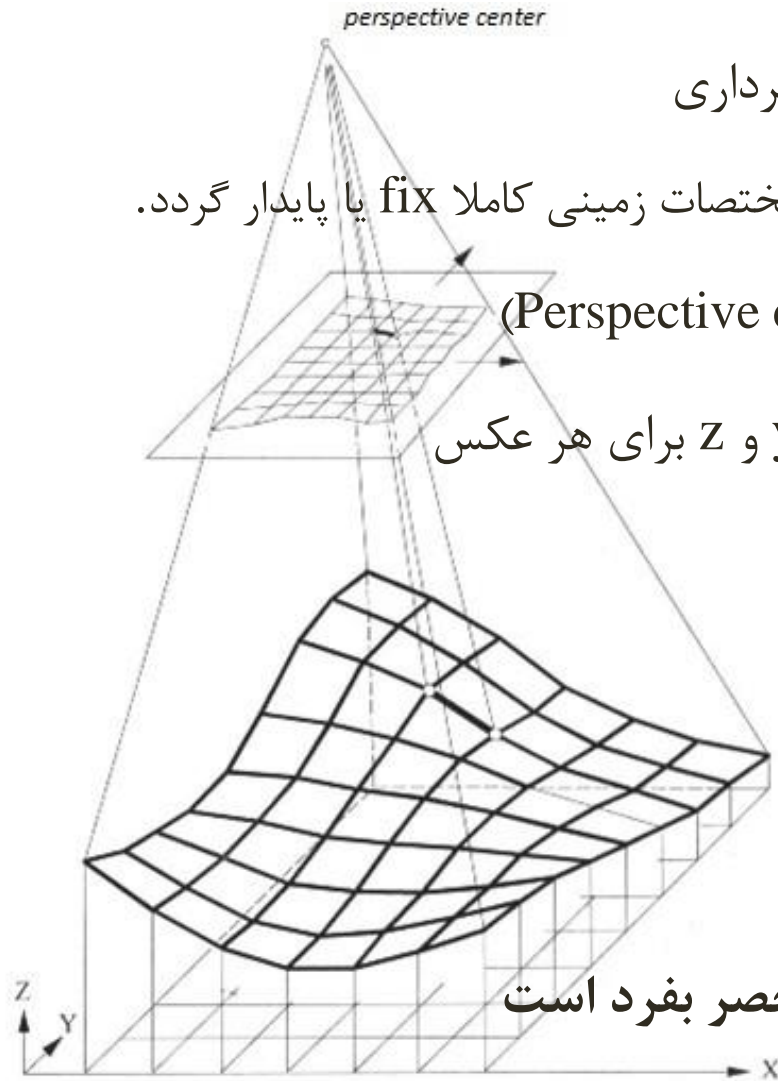
(Exterior Orientation)

- بازسازی موقعیت و وضعیت دوربین در لحظه عکس برداری

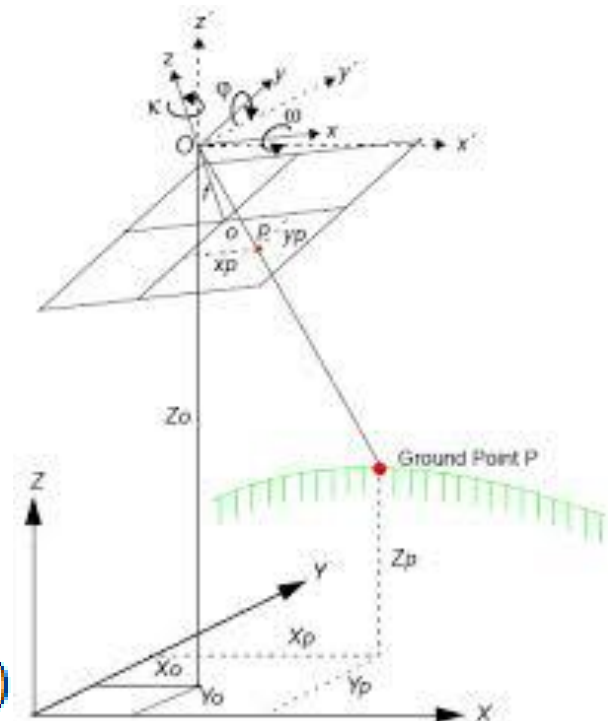
به عبارت دیگر سیستم مختصات عکسی نسبت به سیستم مختصات زمینی کاملاً fix یا پایدار گردد.

تعیین موقعیت دقیق مکانی نقطه مرکز تصویر (Perspective center)

و نیز وضعیت دورانی هواپیما نسبت به محورهای X، Y و Z برای هر عکس

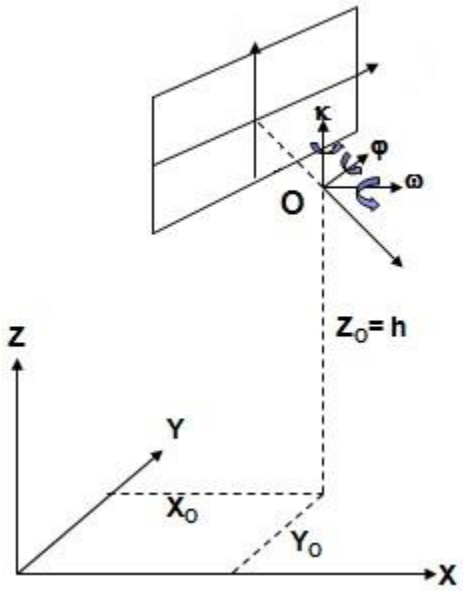


توجیه خارجی منحصر بفرد است



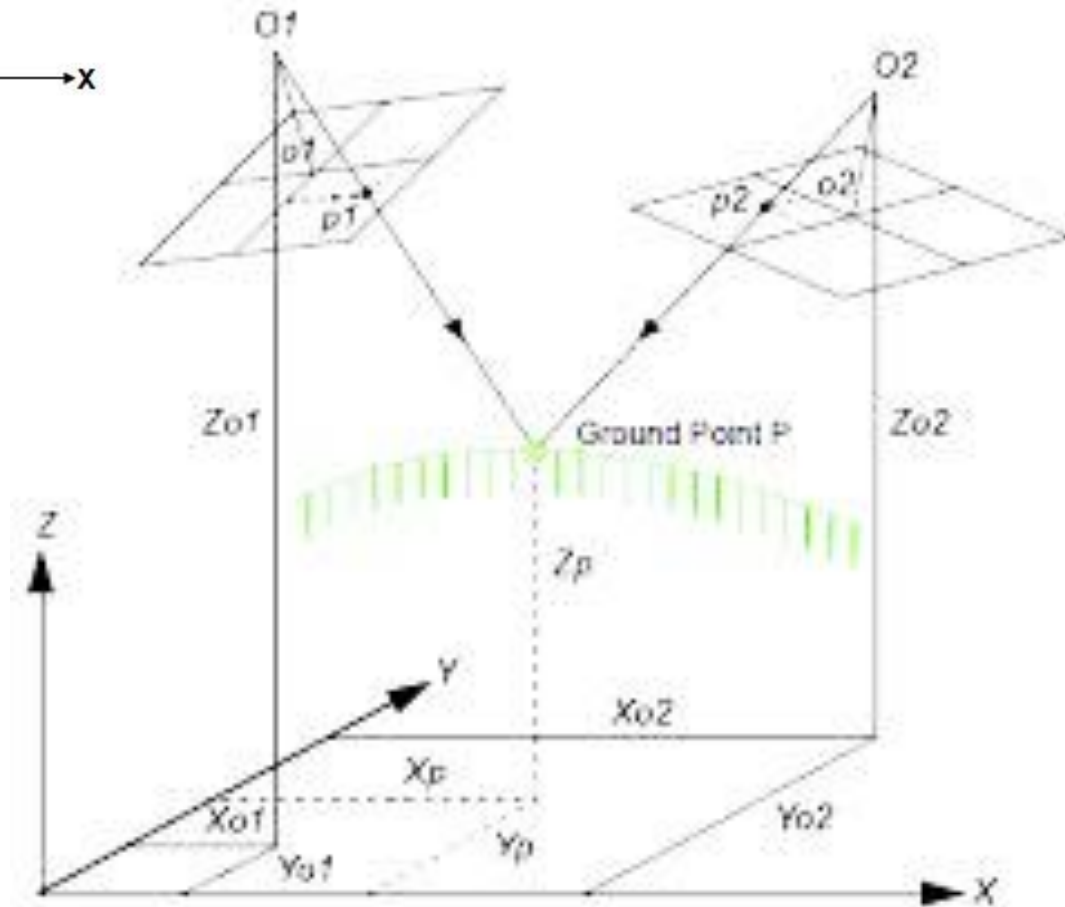
Exterior Orientation Parameters: $(X_{P,C}, Y_{P,C}, Z_{P,C}, \omega, \varphi, k)$

توجیہ خارجی



$$o^1 \begin{pmatrix} X_{p.c.}^1 \\ Y_{p.c.}^1 \\ Z_{p.c.}^1 \\ \omega^1 \\ \phi^1 \\ k^1 \end{pmatrix}$$

$$o^2 \begin{pmatrix} X_{p.c.}^2 \\ Y_{p.c.}^2 \\ Z_{p.c.}^2 \\ \omega^2 \\ \phi^2 \\ k^2 \end{pmatrix}$$

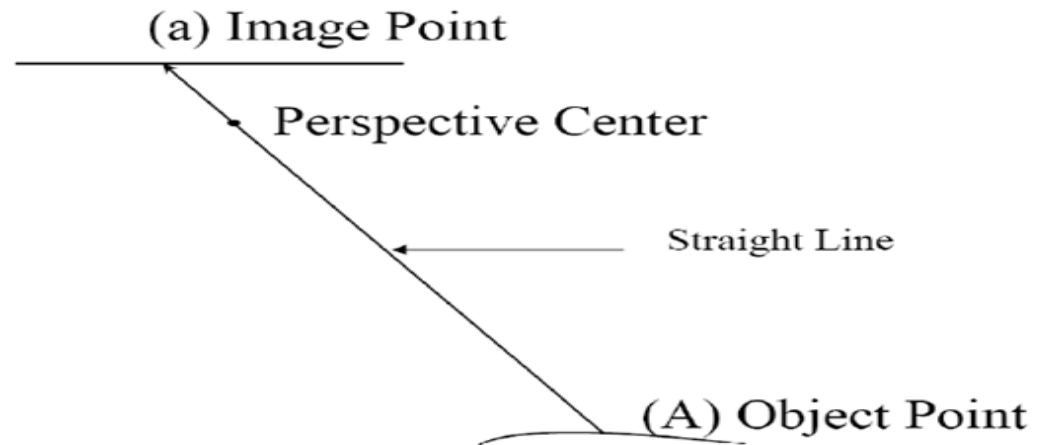
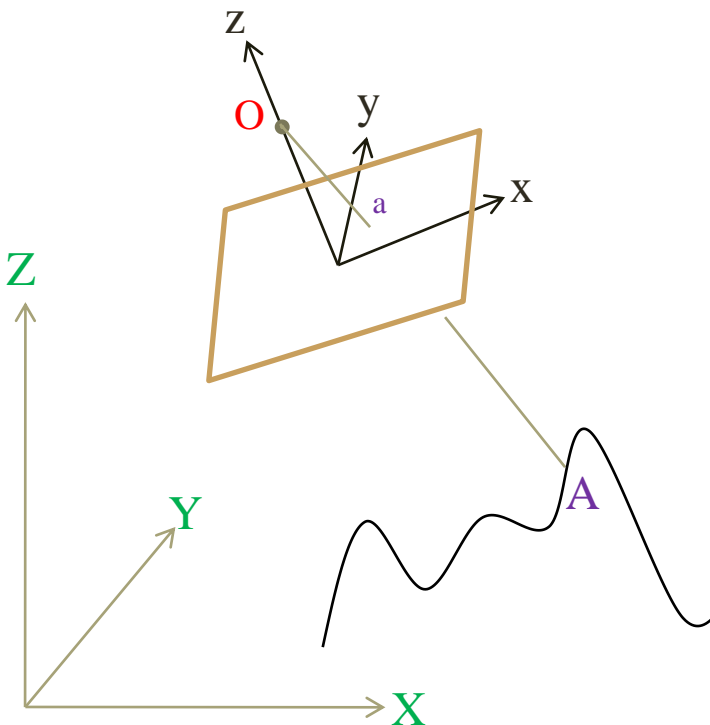


(Collinearity Condition)

شرح کامل این مبحث (بحث شرط هم خطی و نحوه‌ی

محاسبه‌ی روابط مربوطه) به صورت جزوه‌ی

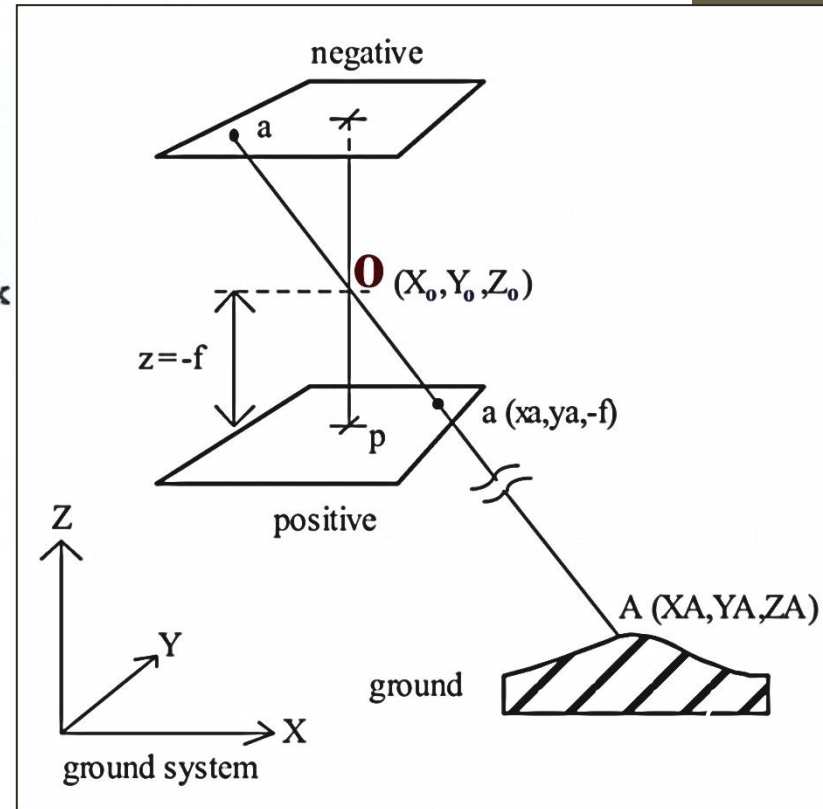
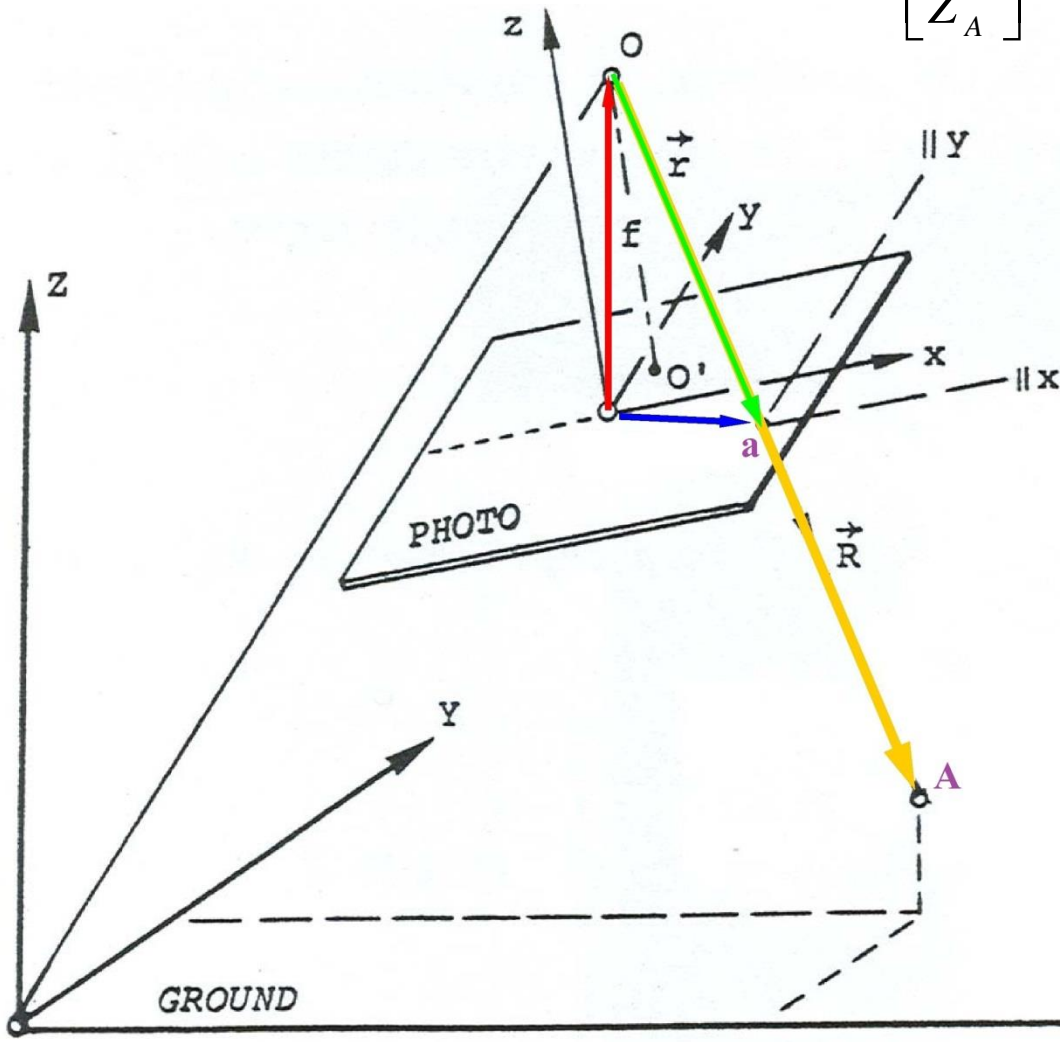
کلاسی گفته خواهد شد.



شرط هم خطی

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ f \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{r} = \begin{bmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ 0 - f \end{bmatrix}$$

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{R} = \begin{bmatrix} X_A - X_o \\ Y_A - Y_o \\ Z_A - Z_o \end{bmatrix}$$



$$\begin{cases} x_a = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_A - X_o) + m_{12}(Y_A - Y_o) + m_{13}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right] \\ y_a = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_A - X_o) + m_{22}(Y_A - Y_o) + m_{23}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right] \end{cases}$$

$$q = m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)$$

$$r = m_{11}(X_A - X_o) + m_{12}(Y_A - Y_o) + m_{13}(Z_A - Z_o)$$

$$s = m_{21}(X_A - X_o) + m_{22}(Y_A - Y_o) + m_{23}(Z_A - Z_o)$$

$$\begin{cases} x_a - x_o = -f \frac{r}{q} \\ y_a - y_o = -f \frac{s}{q} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = x_o - f \frac{r}{q} - x_a \\ G = y_o - f \frac{s}{q} - y_a \end{cases} \quad M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \kappa & \cos \omega \sin \kappa + \sin \omega \sin \varphi \cos \kappa & \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \varphi \cos \kappa \\ -\cos \varphi \sin \kappa & \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \varphi \sin \kappa & \sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \varphi \sin \kappa \\ \sin \varphi & -\sin \omega \cos \varphi & \cos \omega \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$F = F_0 +$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x_a} \right|_0 dx_a +$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial \omega} \right|_0 d\omega + \left. \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right|_0 d\varphi + \left. \frac{\partial F}{\partial k} \right|_0 dk +$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial X_0} \right|_0 dX_0 + \left. \frac{\partial F}{\partial Y_0} \right|_0 dY_0 + \left. \frac{\partial F}{\partial Z_0} \right|_0 dZ_0 +$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial X_A} \right|_0 dX_A + \left. \frac{\partial F}{\partial Y_A} \right|_0 dY_A + \left. \frac{\partial F}{\partial Z_A} \right|_0 dZ_A = 0$$



$$F = J - dx_a +$$

$$b_{11}d\omega + b_{12}d\varphi + b_{13}dk +$$

$$-b_{14}dX_0 - b_{15}dY_0 - b_{16}dZ_0 +$$

$$b_{14}dX_A + b_{15}dY_A + b_{16}dZ_A = 0$$

$$G = G_0 +$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial y_a} \right|_0 dy_a +$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial \omega} \right|_0 d\omega + \left. \frac{\partial G}{\partial \varphi} \right|_0 d\varphi + \left. \frac{\partial G}{\partial k} \right|_0 dk +$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial X_0} \right|_0 dX_0 + \left. \frac{\partial G}{\partial Y_0} \right|_0 dY_0 + \left. \frac{\partial G}{\partial Z_0} \right|_0 dZ_0 +$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial X_A} \right|_0 dX_A + \left. \frac{\partial G}{\partial Y_A} \right|_0 dY_A + \left. \frac{\partial G}{\partial Z_A} \right|_0 dZ_A = 0$$



$$G = K - dy_a +$$

$$b_{21}d\omega + b_{22}d\varphi + b_{23}dk +$$

$$-b_{24}dX_0 - b_{25}dY_0 - b_{26}dZ_0 +$$

$$b_{24}dX_A + b_{25}dY_A + b_{26}dZ_A = 0$$

$$F = x_o - f \frac{r}{q} - x_i = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_i - X_o) + m_{12}(Y_i - Y_o) + m_{13}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right] - x_i$$

$$m_{11} = \cos\theta \cdot \cos\kappa \quad m_{12} = \cos\omega \cdot \sin\kappa + \sin\omega \cdot \sin\theta \cdot \cos\kappa \quad m_{13} = \sin\omega \cdot \sin\kappa - \cos\omega \cdot \sin\theta \cdot \cos\kappa$$

$$m_{31} = \sin\theta$$

$$m_{32} = -\sin\omega \cdot \cos\theta$$

$$m_{33} = \cos\omega \cdot \cos\theta$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = -1$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = -f \cdot \frac{(m_{11} \times q) - (m_{31} \times r)}{q^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_o} = -f \cdot \frac{(-m_{11} \cdot q) - (-m_{31} \cdot r)}{q^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial x_i} = -\frac{\partial F}{\partial x_o}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} = -f \cdot \frac{(m_{12} \times q) - (m_{32} \times r)}{q^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_o} = -f \cdot \frac{(-m_{12} \cdot q) - (-m_{32} \cdot r)}{q^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial y_i} = -\frac{\partial F}{\partial y_o}$$

$$\frac{\partial F}{\partial z_i} = -f \cdot \frac{(m_{13} \times q) - (m_{33} \times r)}{q^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial z_o} = -f \cdot \frac{(-m_{13} \cdot q) - (-m_{33} \cdot r)}{q^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial z_i} = -\frac{\partial F}{\partial z_o}$$

$$\frac{\partial F}{\partial w} = -f \frac{[(-\sin w \cdot \sin k + \cos w \cdot \sin \theta \cdot \cos k)(Y_i - Y_0) + (\cos w \cdot \sin k + \sin w \cdot \sin \theta \cdot \cos k)(Z_i - Z_0)] \cdot (q) - [(-\cos w \cdot \cos \theta)(Y_i - Y_0) + (-\sin w \cdot \cos \theta)(Z_i - Z_0)] \cdot (r)}{q^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial w} = -f \frac{[(-m_{13})(Y_i - Y_0) + (m_{12})(Z_i - Z_0)] \cdot (q) - [(-m_{33})(Y_i - Y_0) + (m_{32})(Z_i - Z_0)] \cdot (r)}{q^2}$$

$$b_{11} = \frac{f}{q^2} ([(-m_{33})(Y_i - Y_0) + (m_{32})(Z_i - Z_0)] \cdot (r) - [(-m_{13})(Y_i - Y_0) + (m_{12})(Z_i - Z_0)] \cdot (q))$$

به همین منوال کلیه پارامترهای دیگر F قابل محاسبه محاسبه خواهد بود. برای مشتق‌گیری پارامترهای G نیز روند مشابه طی خواهد شد.

$$G = y_o - f \frac{s}{q} - y_i = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_i - X_o) + m_{22}(Y_i - Y_o) + m_{23}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right] - y_i$$

$$m_{\gamma_1} = -\cos \theta \cdot \sin k \quad m_{\gamma_2} = \cos w \cdot \cos k - \sin w \cdot \sin \theta \cdot \sin k \quad m_{\gamma_3} = \sin w \cdot \cos k + \cos w \cdot \sin \theta \cdot \sin k$$

$$m_{\gamma_1} = \sin \theta \quad m_{\gamma_2} = -\sin w \cdot \cos \theta \quad m_{\gamma_3} = \cos w \cdot \cos \theta$$

$$b_{11} = \frac{f}{q^2} [r(-m_{33} \Delta Y + m_{32} \Delta Z) - q(-m_{13} \Delta Y + m_{12} \Delta Z)]$$

$$b_{12} = \frac{f}{q^2} [r(\cos \phi \Delta X + \sin \omega \sin \phi \Delta Y - \cos \omega \sin \phi \Delta Z) - q(-\sin \phi \cos \kappa \Delta X + \sin \omega \cos \phi \cos \kappa \Delta Y - \cos \omega \cos \phi \cos \kappa \Delta Z)]$$

$$b_{13} = \frac{-f}{q} (m_{21} \Delta X + m_{22} \Delta Y + m_{23} \Delta Z)$$

$$b_{14} = \frac{f}{q^2} (rm_{31} - qm_{11})$$

$$b_{15} = \frac{f}{q^2} (rm_{32} - qm_{12})$$

$$b_{16} = \frac{f}{q^2} (rm_{33} - qm_{13})$$

$$J = x_a - x_o + f \frac{r}{q}$$

$$b_{21} = \frac{f}{q^2} [s(-m_{33} \Delta Y + m_{32} \Delta Z) - q(-m_{23} \Delta Y + m_{22} \Delta Z)]$$

$$b_{22} = \frac{f}{q^2} [s(\cos \phi \Delta X + \sin \omega \sin \phi \Delta Y - \cos \omega \sin \phi \Delta Z) - q(\sin \phi \sin \kappa \Delta X - \sin \omega \cos \phi \sin \kappa \Delta Y + \cos \omega \cos \phi \sin \kappa \Delta Z)]$$

$$b_{23} = \frac{f}{q} (m_{11} \Delta X + m_{12} \Delta Y + m_{13} \Delta Z)$$

$$b_{24} = \frac{f}{q^2} (sm_{31} - qm_{21})$$

$$b_{25} = \frac{f}{q^2} (sm_{32} - qm_{22})$$

$$b_{26} = \frac{f}{q^2} (sm_{33} - qm_{23})$$

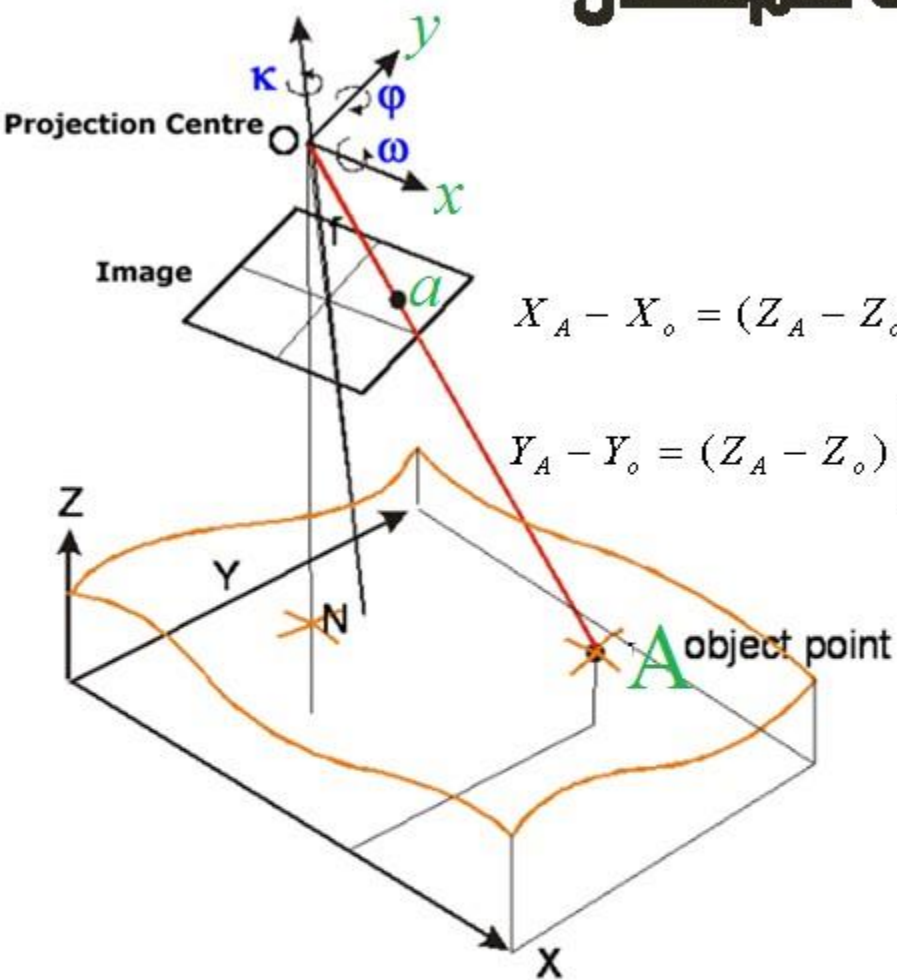
$$K = y_a - y_o + f \frac{s}{q}$$

$$q = m_{31}(Xi - Xo) + m_{32}(Yi - Yo) + m_{33}(Zi - Zo)$$

$$r = m_{11}(Xi - Xo) + m_{12}(Yi - Yo) + m_{13}(Zi - Zo)$$

$$s = m_{21}(Xi - Xo) + m_{22}(Yi - Yo) + m_{23}(Zi - Zo)$$

فرم معکوس معادله‌ی شرط هم‌خطی



$$X_A - X_o = (Z_A - Z_o) \left[\frac{m_{11}(x_A - x_o) + m_{21}(y_A - y_o) + m_{31}(-f)}{m_{13}(x_A - x_o) + m_{23}(y_A - y_o) + m_{33}(-f)} \right]$$

$$Y_A - Y_o = (Z_A - Z_o) \left[\frac{m_{12}(x_A - x_o) + m_{22}(y_A - y_o) + m_{32}(-f)}{m_{13}(x_A - x_o) + m_{23}(y_A - y_o) + m_{33}(-f)} \right]$$

$$\vec{r} = \lambda \cdot M_{\omega\phi\kappa} \cdot \vec{R} \quad \Rightarrow \quad \vec{R} = \frac{1}{\lambda} M^T_{\omega\phi\kappa} \cdot \vec{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{R} = k \cdot R_{\kappa\phi\omega} \cdot \vec{r}$$

$$X - X_o = Z - Z_o \frac{r_{11}(x - x_o) + r_{12}(y - y_o) + r_{13}(-f)}{r_{31}(x - x_o) + r_{32}(y - y_o) + r_{33}(-f)} \quad Y - Y_o = Z - Z_o \frac{r_{21}(x - x_o) + r_{22}(y - y_o) + r_{23}(-f)}{r_{31}(x - x_o) + r_{32}(y - y_o) + r_{33}(-f)}$$

در یک عکس با پارامترهای توجیه خارجی و پارامترهای
 $(X_o, Y_o, Z_o) = (5000^m, 10000^m, 2000^m)$
 $(\omega, \phi, k) = (2^\circ, 5^\circ, 15^\circ)$

مختصات عکسی نقطه ای که دارای مختصات زمینی
 $(x_o, y_o, f) = (0.015^m, -0.020^m, 152.4^m)$

را محاسبه نمایید. $(X, Y, Z) = (5100^m, 9800^m, 100^m)$

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9623 & 0.2616 & -0.0751 \\ -0.2578 & 0.9645 & 0.0562 \\ 0.0871 & -0.0348 & 0.9956 \end{bmatrix}$$

$$x_a = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_A - X_o) + m_{12}(Y_A - Y_o) + m_{13}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right]$$

$$y_a = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_A - X_o) + m_{22}(Y_A - Y_o) + m_{23}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right]$$

که با جایگذاری در معادله شرط هم خطی داریم :

$$\begin{cases} x - x_0 = 15.159^m \\ y - y_0 = -26.449^m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15.174^m \\ y = -26.469^m \end{cases}$$



(Space Resection)

شرح کامل این مبحث (بحث ترفیع و

نحوه‌ی محاسبه‌ی مقادیر اولیه) به صورت

جزوه‌ی کلاسی گفته خواهد شد.

ترقیے تحلیلی

$$\omega_0 = \varphi_0 = 0$$

(۱) برای تعیین مقادیر اولیه اگر عکس را نزدیک به قائم در نظر بگیریم، مقادیر

اولیهی دوران‌های امگا و فی مقادیر صفر را می‌پذیرند.

برای به دست آوردن Z_0 به دو روش می‌توان عمل نمود.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \implies X = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot L$$

$$\lambda_0 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

روش نخست با استفاده از یک فاصله‌ی مشخص مانند فاصله‌ی بین نقاط a و b

روی تصویر و تصویر همان فاصله روی زمین از نقاط A و B ، و سپس فرمول است.

همچنین روش دیگر برای بدست آوردن مقادیر اولیه مختصه Z مرکز تصویر در

سیستم مختصات زمینی، می‌توان از عدد مقیاس بدست آمده در تبدیل کانفورمال

دو بعدی کمک گرفت و با توجه به فرمول مقیاس آن را بدست آورد.

همچنین با حل معادله‌ی کانفورمال،

مقادیر اولیه برای کاپا و

$$K_0 = \text{Arc tan}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$X_0 = c$$

$$Y_0 = d$$

$$K_0 = AZ_{AB} - AZ_{ab} = \text{Arc tan}\left(\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}\right) - \text{Arc tan}\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)$$

مختصات X و Y مرکز تصویر در سیستم مختصات زمینی بدست خواهد آمد.

$$Z_0 = \lambda \cdot f + \bar{h}_{AB}$$

(۲) مقادیر اولیه را می‌توان از سنجنده‌های ناوبری مستقر در هواپیمای

تصویربرداری مانند GPS نیز مستقیماً بدست آورد.

ترفیع تحلیلی

• فلوجارت ترفیع تحلیلی:

(استفاده از معادلات خطی شده‌ی شرط هم‌خطی)

ترفیع فضایی بر مبنای تک عکس است. در ترفیع به ازای هر نقطه ۲ معادله داریم و تعداد مجهولات ما ۶ عنصر توجیه خارجی هر عکس می‌باشد، بنابراین برای حل ترفیع هر عکس حداقل به سه نقطه احتیاج داریم.

در نهایت باید جواب‌ها همگرا شوند، هنگامی که مقادیر تصحیحات در حد قابل قبول باشند تکرار پایان می‌پذیرد.



برای یک عکس نزدیک به قائم با فاصله‌ی کانونی $152/916$ میلی متر و شامل چهار نقطه‌ی کنترل زمینی A تا D، مختصات عکسی پالایش‌یافته (مختصات نقطه‌ی اصلی بر مرکز هندسی منطبق باشد) و مختصات زمینی آنها مطابق جدول زیر است. مطلوبست محاسبه‌ی المان‌های توجیه خارجی عکس فوق اگر ارتفاع متوسط منطقه برابر $22/4725$ متر باشد.

image coordinate for GCPs			object coordinate for GCPs			
a	86.421	-83.977	A	1268.102	1455.027	22.606
b	-100.916	92.582	B	732.181	545.344	22.299
c	-98.322	-89.161	C	1454.553	731.666	22.649
d	78.812	98.123	D	545.245	1268.232	22.336



(1) مرحله‌ی نخست تعیین مقادیر اولیه‌ی مجهولات می‌باشد.

چون عکس نزدیک به قائم فرض شده است مقادیر اولیه‌ی دوران‌های امگا و فی را برابر صفر

$$\omega^{\circ} = \varphi^{\circ} = 0^{\circ}$$

می‌توان فرض نمود:

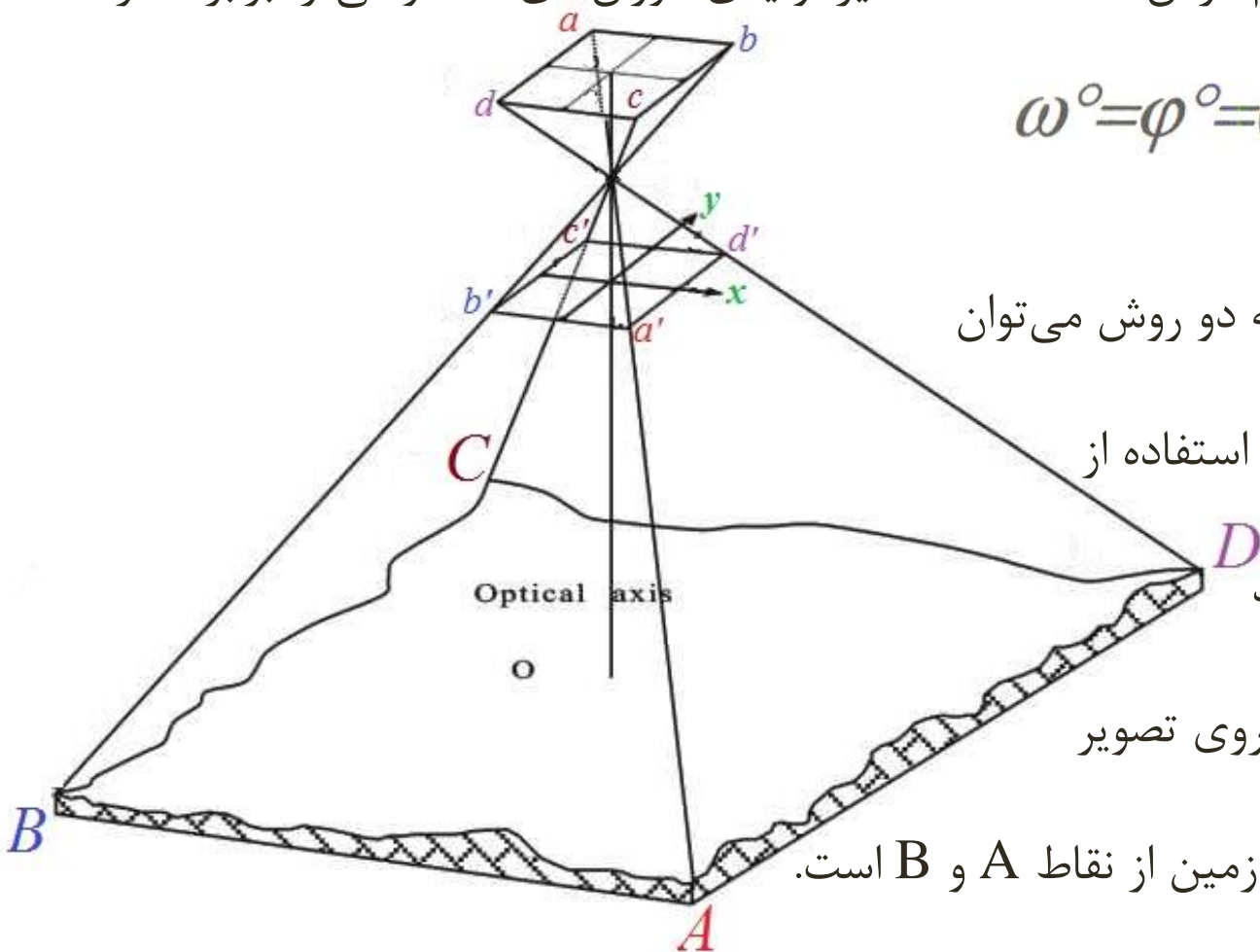
برای بدست آوردن Z_0° به دو روش می‌توان

عمل نمود. روش نخست با استفاده از

یک فاصله‌ی مشخص مانند

فاصله‌ی بین نقاط a و b روی تصویر

و تصویر همان فاصله روی زمین از نقاط A و B است.



با محاسبه‌ی این مقادیر خواهیم داشت:

$$\overline{ab} = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2} = 257.4262^{mm}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2} = 1055.8^m$$

$$Scale = \frac{f}{H'} = \frac{\overline{ab}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{152.916^{mm}}{H'} = \frac{257.4262^{mm}}{1055.8^m}$$

$$H' = H - h_{ave} \Rightarrow H = 627.1710 + 22.4725 = 649.6435 = Z^{\circ}_0$$

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \\ \vdots \\ X_D \\ Y_D \end{bmatrix}_{L_{8 \times 1}} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_d & y_d & 1 & 0 \\ y_d & -x_d & 0 & 1 \end{bmatrix}_{A_{8 \times 4}} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}_{X_{4 \times 1}}$$

همچنین از حل تبدیل کانفورمال برای چهار نقطه‌ی کنترل

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L \quad \text{خواهیم داشت:}$$

$$a = -910.0468 \quad b = 3.9959 \text{ e}+03$$

$$c = 1.0098 \text{ e}+03 \quad d = 1.0380 \text{ e}+03$$



با حل معادله‌ی کانفورمال، مقادیر زیر قابل محاسبه خواهند بود:

$$\lambda^o = \sqrt{a^2 + b^2} ; K^o = \tan^{-1} \frac{b}{a} ; X_0^o = c ; Y_0^o = d$$

در نتیجه مقادیر اولیه برای کاپا و مختصات X و Y مرکز تصویر در

$$X_0^o = 1009.8$$

$$Y_0^o = 1038$$

سیستم مختصات زمینی برابر خواهد شد با:

$$k_{rad}^o = 1.7947^{rad} \Rightarrow k_{deg}^o = 102.8301^{deg}$$

$$\lambda = 4.0982e+03$$

همچنین در روش دیگر برای بدست آوردن مقادیر اولیه مختصه Z مرکز تصویر در سیستم

مختصات زمینی (Z_0^o) می‌توان از عدد مقیاس بدست آمده در تبدیل فوق کمک گرفت و با

توجه به فرمول مقیاس آن را بدست آورد:

$$Scale = \frac{f}{H'} \Rightarrow \frac{1}{4098.2^m} = \frac{152.916^{mm}}{H'}$$

$$H' = H - h_{ave} \Rightarrow H = 626.680 + 22.4725 = 649.1525 = Z_0^o$$



توضیح اینکه مقادیر بدست آمده از دو روش مختلف برای Z^0_0 متفاوت بودند، ولی از آنجایی که این مقادیر صرفاً به عنوان مقادیر اولیه (مقادیری نزدیک به مقدار اصلی که برای ما مجهول است) برای سیستم بکار می‌رود خللی در روند حل ایجاد نمی‌کند.

سوال: علت این اختلاف چه بود؟

(۲) مرحله‌ی دوم تشکیل ماتریس دورانی M با مقادیر اولیه‌ی بدست آمده از قبل است:

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.22205 & 0.97504 & 0.000 \\ -0.97504 & -0.22205 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از اطلاعات بدست آمده در مراحل ۱ و ۲ می‌توان ماتریس معادلات مشاهدات را تشکیل داد.



(۳) مرحله‌ی سوم تشکیل ماتریس معادلات مشاهدات برای هریک از نقاط کنترل است:

$$\mathbf{V} + \boldsymbol{\xi} = \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\Delta}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11}_a & b_{12}_a & b_{13}_a & -b_{14}_a & -b_{15}_a & -b_{16}_a \\ b_{21}_a & & & & & \\ b_{11}_b & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ b_{11}_d & & & & & \\ b_{21}_d & b_{22}_d & b_{23}_d & -b_{24}_d & -b_{25}_d & -b_{26}_d \end{bmatrix}; \boldsymbol{\Delta} = \begin{bmatrix} d\omega \\ d\phi \\ dK \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} J_a \\ K_a \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ J_d \\ K_d \end{bmatrix}; \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{x_d} \\ V_{y_d} \end{bmatrix}$$



با محاسبه‌ی هریک از عناصر ماتریس \mathbf{B} و ξ به ازای مقادیر اولیه و معلومات خواهیم داشت:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -205.739 & 1.116 & -83.974 & 0.05415 & -0.23779 & -0.13584 \\ 89.799 & -183.676 & -85.172 & 0.23779 & 0.05415 & 0.13393 \\ -229.270 & 11.238 & 92.682 & 0.05413 & -0.23768 & 0.16271 \\ 106.750 & -190.133 & 102.073 & 0.23768 & 0.05413 & -0.14774 \\ -196.473 & -102.705 & -89.144 & 0.05416 & -0.23781 & 0.15462 \\ -9.609 & -212.318 & 96.943 & 0.23781 & 0.05416 & -0.14218 \\ -178.404 & -93.117 & 97.990 & 0.05413 & -0.23769 & -0.12732 \\ -2.002 & -221.688 & -79.864 & 0.23769 & 0.05413 & -0.15622 \end{bmatrix} \quad \xi = \begin{bmatrix} 1.249 \\ -0.003 \\ 1.157 \\ -0.100 \\ -1.379 \\ -0.017 \\ -1.052 \\ 0.133 \end{bmatrix}$$

(۴) مرحله‌ی چهارم: با حل سیستم معادلات مشاهدات مقادیر تصحیحات برابر خواهد بود با:

$$\Delta = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} (\mathbf{B}^T \xi) = [-0.00714 \quad 0.02119 \quad -0.00059 \quad 18.017 \quad 6.049 \quad -1.127]^T$$



(۵) مرحله‌ی پنج: تعیین مقادیر جدید برای مجهولات:

$$\omega = 0^\circ - 0.00714 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = -0.4093^\circ$$

$$X_0 = 1009.923 + 18.017 = 1027.940$$

$$\phi = 0^\circ + 0.02119 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 1.2144^\circ$$

$$Y_0 = 1038.056 + 6.049 = 1044.105$$

$$K = 102.83^\circ - 0.00059 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 102.7959^\circ$$

$$Z_0 = 649.614 - 1.127 = 648.487$$

(۶) مرحله‌ی شش: تکرار مرحله‌ی دو به ازای مقادیر جدید:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -0.22143 & 0.97517 & -0.00227 \\ -0.97495 & -0.22132 & 0.02225 \\ 0.02119 & 0.00714 & 0.99975 \end{bmatrix}$$



(۷) مرحله هفت: تشکیل مجدد ماتریس‌های \mathbf{B} و ξ ، به ازای مقادیر جدید خواهیم داشت

(تکرار مرحله سه): $\varepsilon = [0.032 \quad -0.051 \quad -0.040 \quad 0.041 \quad -0.049 \quad -0.037 \quad 0.051 \quad 0.038]$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -208.944 & 1.559 & -83.926 & 0.05185 & -0.24241 & -0.13926 \\ 88.454 & -183.535 & -86.389 & 0.24423 & -0.05576 & 0.13033 \\ -225.520 & 10.925 & 92.541 & 0.05661 & -0.23338 & 0.15915 \\ 107.916 & -190.210 & 100.876 & 0.23138 & 0.05219 & -0.15085 \\ -199.865 & -103.710 & -89.124 & 0.05808 & -0.23982 & -0.15932 \\ -8.397 & -212.459 & 98.273 & 0.24395 & 0.05572 & 0.13848 \\ -175.370 & -92.117 & 98.085 & 0.05072 & -0.23586 & -0.12353 \\ -3.132 & -221.659 & -78.761 & 0.23164 & 0.05223 & -0.15988 \end{bmatrix}$$



(۸) مرحله هشت: حل سیستم معادلات مشاهدات (تکرار مرحله چهار)

$$\Delta = [-0.00003^{rad} \quad -0.00007^{rad} \quad 0.00008^{rad} \quad -0.083^{mm} \quad 0.009^{mm} \quad -0.289^{mm}]^T$$

(۹) مرحله نه: تعیین مقادیر بهنگام شده برای مجهولات (تکرار مرحله پنج)

$$\omega = -0.4093^\circ - 0.0003 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = -0.4109^\circ \quad X_0 = 1027.940 - 0.083 = 1027.857$$

$$\phi = 1.2144^\circ - 0.00007 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 1.2101^\circ \quad Z_0 = 648.487 - 0.289 = 648.197$$

$$K = 102.7959^\circ + 0.00008 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 102.8003^\circ \quad Y_0 = 1044.105 + 0.009 = 1044.114$$

با توجه به اینکه مقادیر تصحیحات بدست آمده در مرحله هشت ناچیز می باشد،

لذا تکرار کافی است.



یک عکس هوایی با دوربینی با فاصله کانونی 151.876_{mm} اخذ شده است در صورتی که مطابق جدول زیر از پنج نقطه کنترل زمینی استفاده شده باشد، مطلوبست محاسبه المان‌های توجیه خارجی عکس مربوطه.

نقطه	X_{mm}	y_{mm}	X_{m}	Y_{m}	Z_{m}
A	-53.845	65.230	6934.954	23961.105	160.136
B	104.500	65.324	7860.202	23941.563	152.653
C	4.701	-12.153	7261.078	23491.497	142.208
D	-62.372	-79.559	6836.650	23087.475	137.719
E	93.825	-62.060	7791.556	23166.680	138.827

راهنمایی: برای ارتفاع متوسط منطقه می‌توانید از میانگین ارتفاع زمینی نقاط داده شده استفاده

نمایید.



ترفیع فضایی را برای دوربینی به فاصله کانونی 152.401 و جدول مختصات نقاط کنترل

زیر حل نمایید.

نقطه	X_{mm}	Y_{mm}	X_m	Y_m	Z_m
A	6.720	5.309	3261.671	4172.201	28.628
B	-75.094	58.105	3176.840	4220.876	26.471
C	99.467	77.810	3349.207	4248.519	25.899
D	-44.627	-67.133	3215.300	4096.584	30.008
E	51.001	-76.411	3309.646	4093.980	27.235



هدف از انجام ترفیع فضایی عکس هوایی چیست؟

الف) تعیین المان‌های توجیه داخلی و خارجی عکس

ب) تعیین مختصات سه‌بعدی نقاط

ج) تعیین موقعیت و وضعیت مرکز تصویر در لحظه عکس‌برداری

د) کنترل صحت مشاهدات GPS/INS



در عملیات ترفیع یک دوربین متریک با فرض معلوم بودن موقعیت مرکز تصویر نسبت به سیستم مختصات زمینی، حداقل اطلاعات کنترلی لازم از نقطه نظر تئوریک کدام است؟ برای هر حالت شرح دهید.

الف) دو نقطه کنترل کامل

ب) دو نقطه کنترل مسطحاتی

ج) یک نقطه کنترل کامل و یک نقطه کنترل مسطحاتی

د) یک نقطه کنترل کامل و یک نقطه کنترل ارتفاعی



تقاطع فضایی (Space Intersection)

منظور از تقاطع فضایی این است که اگر یک نقطه در چند تصویر (حداقل دو تصویر) ظاهر شده

باشد و پارامترهای توجیه خارجی تصاویر معلوم باشد می توان

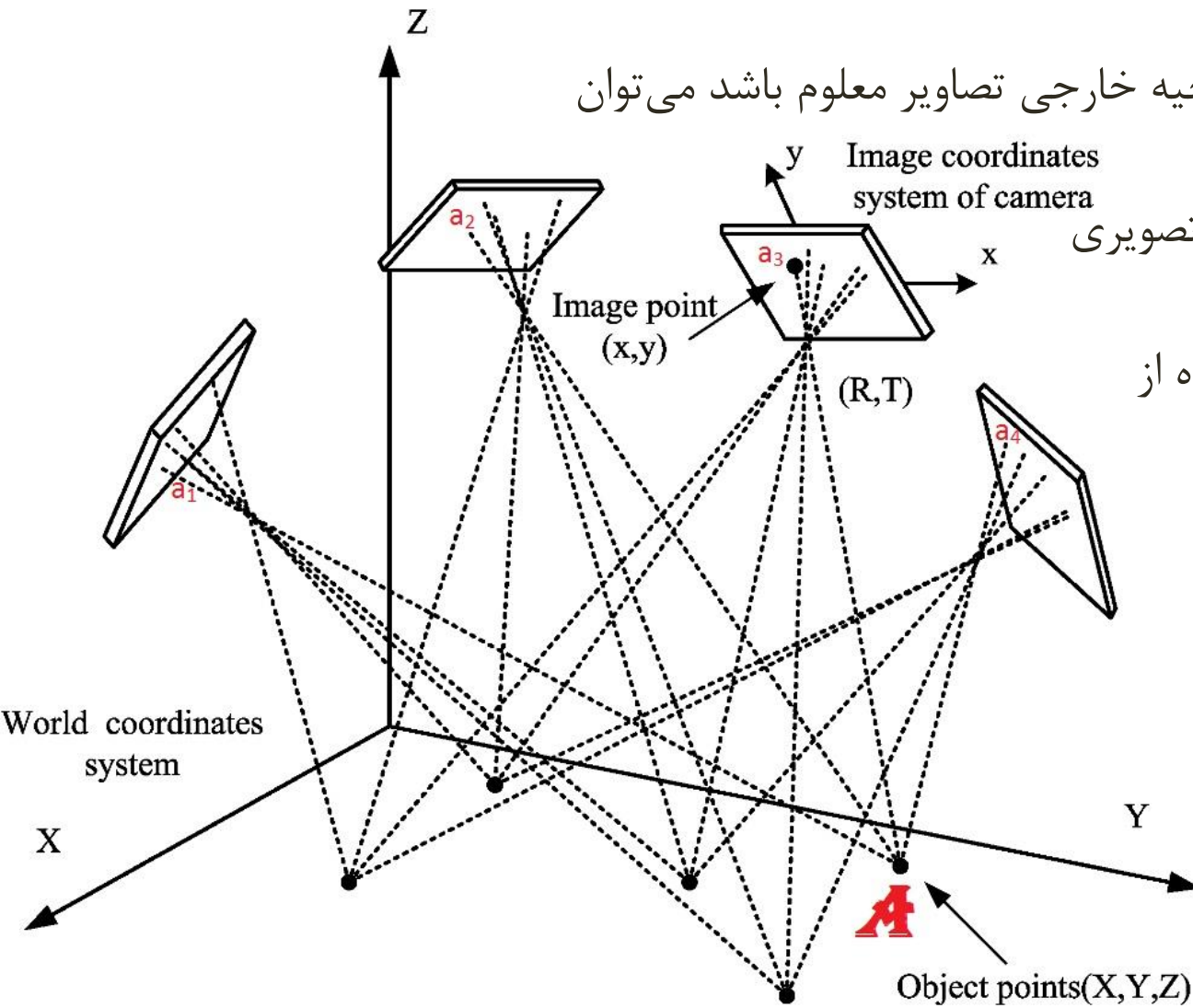
با اندازه گیری مختصات تصویری

در این تصاویر و با استفاده از

معادلات تقاطع فضایی

مختصات زمینی آن را

بدست آورد.



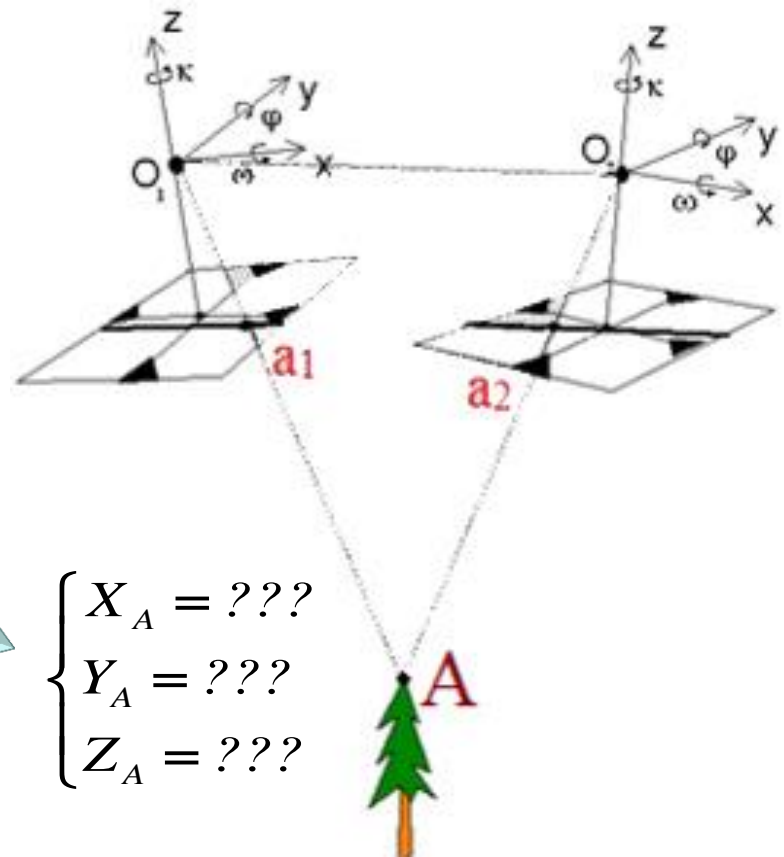
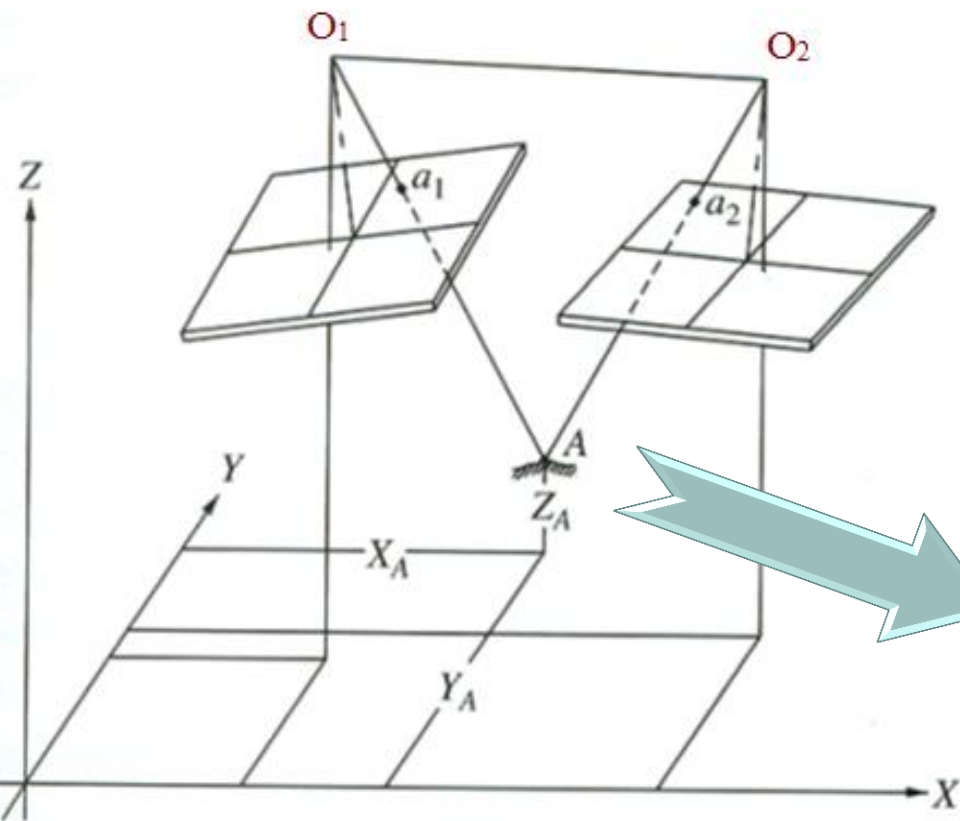
$$\begin{cases} X_A = ??? \\ Y_A = ??? \\ Z_A = ??? \end{cases}$$

تقاطع فضایی

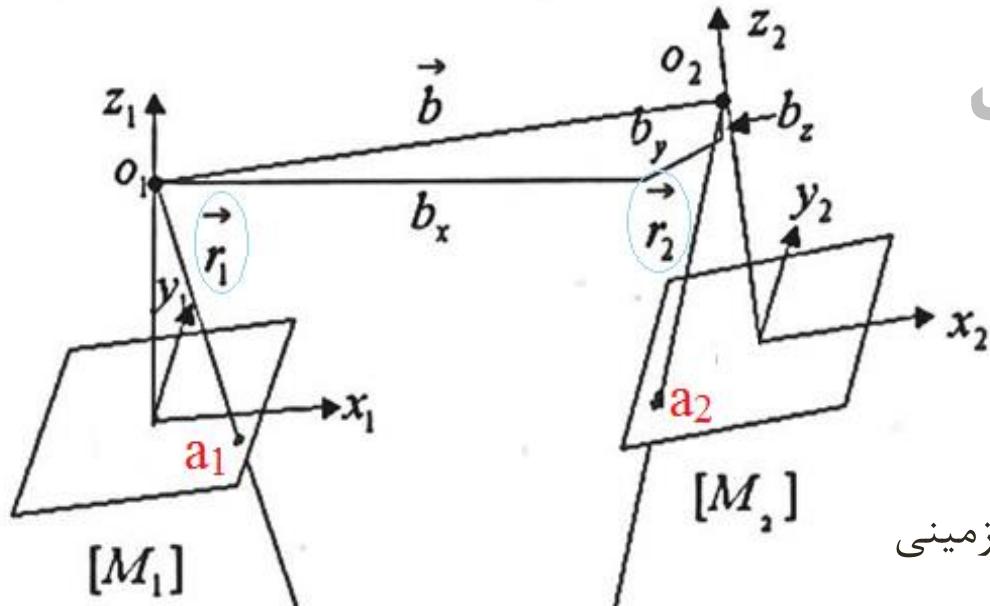
پس در این روش هدف تعیین مختصات سه بعدی نقاط در فضای سه بعدی شئی است، برای هر

نقطه‌ی دلخواه ای مانند نقطه‌ی A (عارضه ای بر روی زمین) که مختصات X ، Y و Z آن

مجهول است.



$$\begin{cases} X_A = ??? \\ Y_A = ??? \\ Z_A = ??? \end{cases}$$

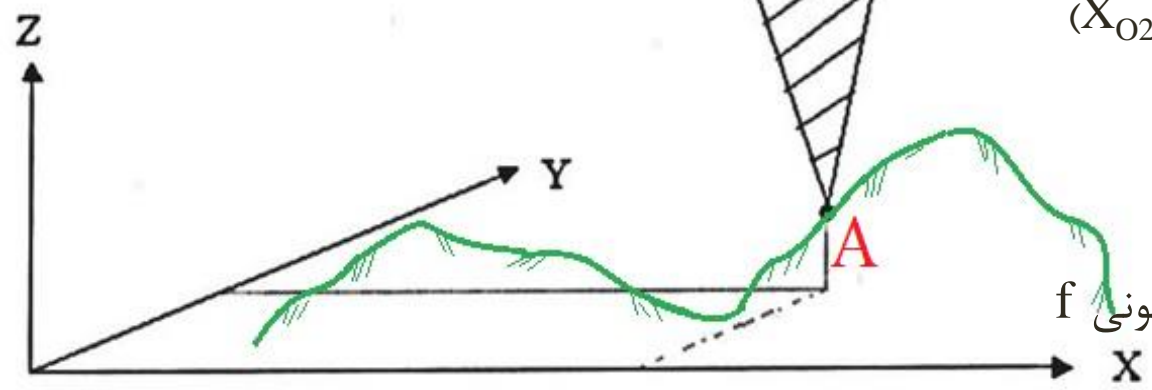


به منظور تعیین مختصات زمینی نقطه‌ای مانند A ابتدا بایستی ترفیع فضایی هریک از عکس‌های پوشش‌دار حل گردد تا ماتریس‌های دورانی M_1 و M_2 و مختصات مراکز تصویر هریک از عکس‌ها (X_{O1}, Y_{O1}, Z_{O1}) و (X_{O2}, Y_{O2}, Z_{O2}) تعیین شود.

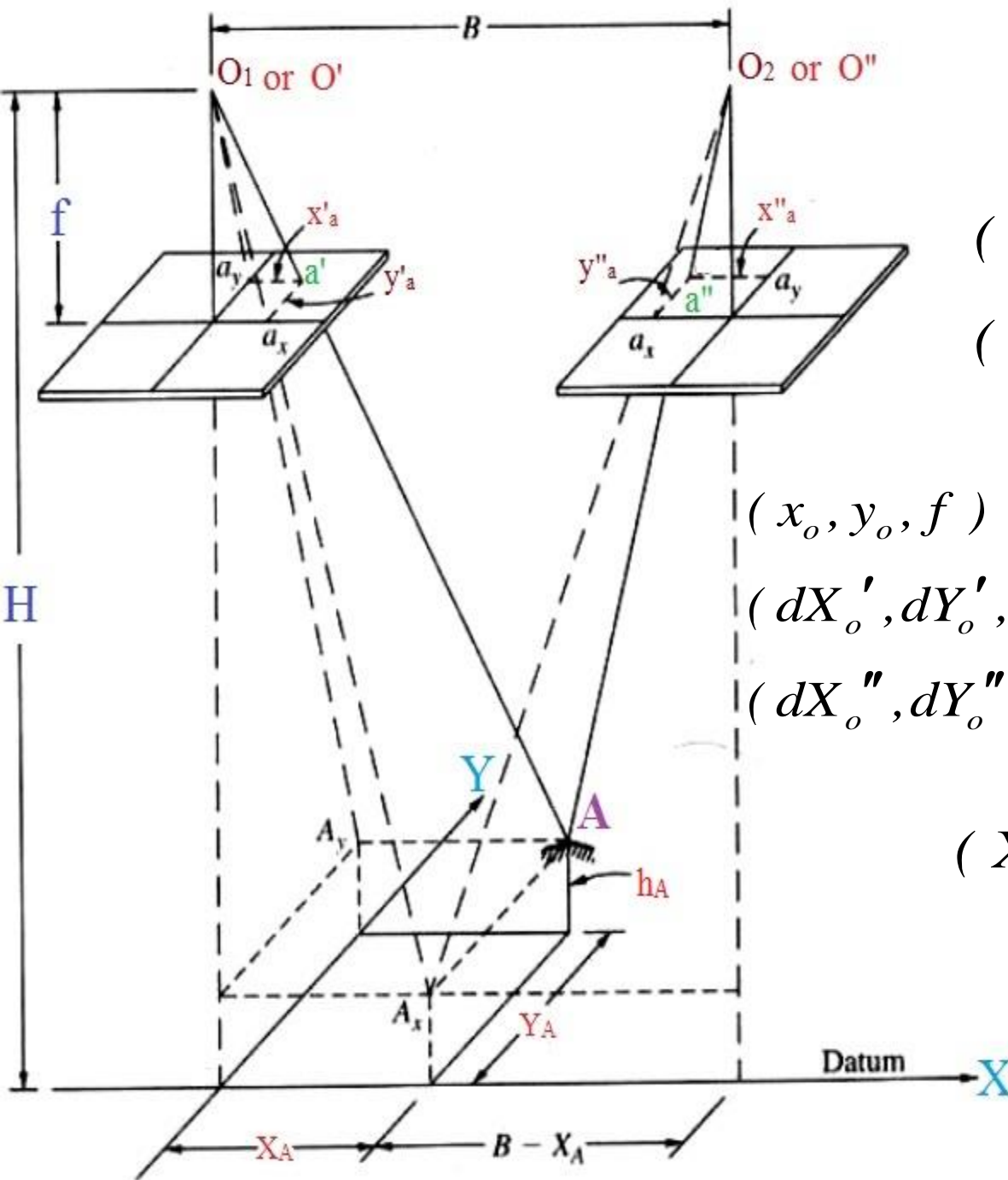
از طرفی کمیت‌های مشاهده‌اتی

(x_{a1}, y_{a1}) و (x_{a2}, y_{a2}) و فاصله‌ی کانونی f

نیز موجود است.



تقاطع فضایی



➤ مشاهدات

$$(x'_i, y'_i)$$

$$(x''_i, y''_i)$$

➤ معلومات

$$(x_o, y_o, f)$$

$$(dX'_o, dY'_o, dZ'_o, d\omega', d\phi', d\kappa')$$

$$(dX''_o, dY''_o, dZ''_o, d\omega'', d\phi'', d\kappa'')$$

➤ مجهولات (X_i, Y_i, Z_i)

که در این شکل نقطه‌ی
اختیاری i همان
نقطه‌ی A می‌باشد.

پیش فرض تقاطع حل ترفیع فضایی است، یعنی بردارهای R_1 و R_2 به سمت زمین رفته اند و از طریق این دو می توانیم مختصات محاسباتی هر نقطه‌ی مثل i را محاسبه نماییم. و در نهایت بایستی این مقادیر محاسباتی با تقریب خوبی با مقادیر واقعی (مقادیر معلوم نقاط

کنترل) تطابق داشته باشد.

$$\begin{cases} X_i^m \approx X_i^{GCP} \\ Y_i^m \approx Y_i^{GCP} \\ Z_i^m \approx Z_i^{GCP} \end{cases}$$

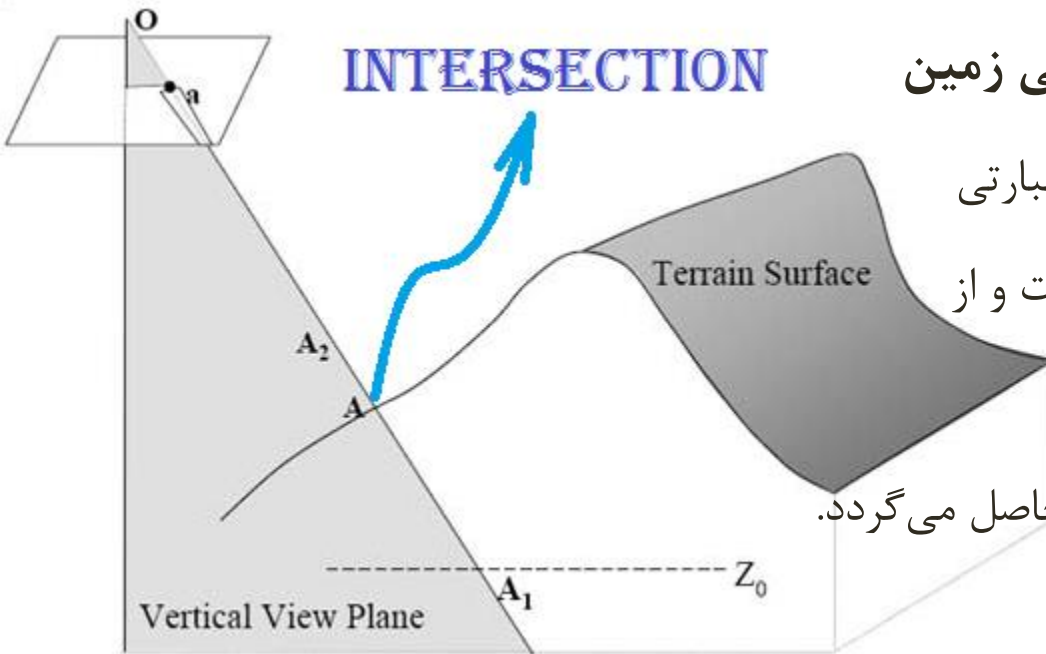
با توجه به مطالب فوق اگر نتایج مشکل داشت اشکال از ترفیع است و در تقاطع چیزی عوض نمی شود؛ به عبارتی در مرحله ترفیع باید تغییراتی بدهیم و تقاطع صرفاً برای کنترل است.

بردار تصحیحات را می توان از اختلاف مقادیر محاسباتی هر نقطه و مقادیر معلوم مربوط به

نقاط کنترل آن، بدست آورد:

$$\left(V_{x_i} = X_i^m - X_i^{GCP} \quad V_{y_i} = Y_i^m - Y_i^{GCP} \quad V_{z_i} = Z_i^m - Z_i^{GCP} \right)$$

برای محاسبه‌ی مختصات زمینی هر نقطه‌ی اختیاری می‌توان به روش‌های زیر عمل نمود:



❖ بوسیله‌ی یک عکس و مدل رقومی زمین

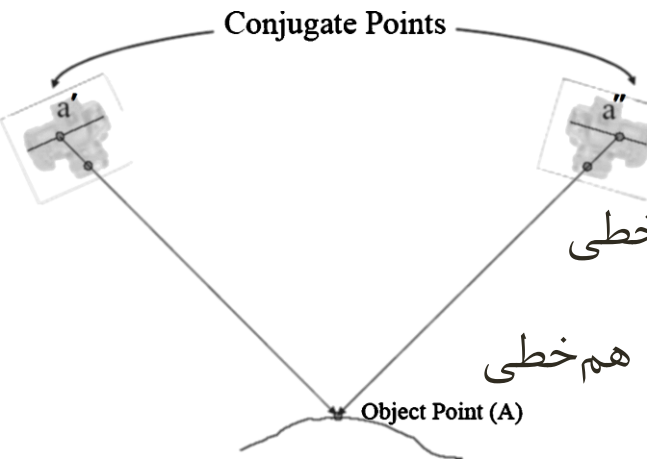
ترفع برای عکس قبلا حل شده است، به عبارتی

پارامترهای توجیه خارجی عکس معلوم است و از

طریق معادله‌ی معکوس شرط هم‌خطی

و Z موجود، مختصات سه‌بعدی آن نقطه حاصل می‌گردد.

❖ بوسیله‌ی دو عکس



در این حالت جهت حل تقاطع فضایی دو راه کار وجود دارد:

□ روش مستقیم: استفاده از معادلات غیر خطی شرط هم‌خطی

□ روش غیر مستقیم: استفاده از معادلات خطی شده‌ی شرط هم‌خطی

تقاطع فضایی به روش مستقیم

معادلات شرط هم‌خطی شامل چند گروه پارامترهای: المان‌های دورانی^۱، مختصات شیئی مرکز تصویر^۲، مختصات نقطه‌ی زمینی دلخواه^۳ (مثل i) و مختصات عکسی آن نقطه^۴ (X_i و Y_i از روی تصویر قابل مشاهده هستند) می‌باشد. در صورتی که دو گروه اول از پارامترها (المان‌های توجیه خارجی) معلوم باشد، مختصات هر نقطه‌ی زمینی (X_i, Y_i, Z_i) به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$x_i - x_{p.p.} = -f \frac{r}{q} = -f \left[\frac{m_{11}(X_i - X_o) + m_{12}(Y_i - Y_o) + m_{13}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right]$$

$$y_i - y_{p.p.} = -f \frac{r}{q} = -f \left[\frac{m_{21}(X_i - X_o) + m_{22}(Y_i - Y_o) + m_{23}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right]$$



$$(x_i - x_{p.p.})(m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)) \\ = -f (m_{11}(X_i - X_o) + m_{12}(Y_i - Y_o) + m_{13}(Z_i - Z_o))$$

$$(y_i - y_{p.p.})(m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)) \\ = -f (m_{21}(X_i - X_o) + m_{22}(Y_i - Y_o) + m_{23}(Z_i - Z_o))$$

تقاطع فضایی به روش مستقیم

$$(x_i' - x_{p.p.}) \cdot \{(X_i - X_0')m_{31}' + (Y_i - Y_0')m_{32}' + (Z_i - Z_0')m_{33}'\} \\ = -f \cdot \{(X_i - X_0')m_{11}' + (Y_i - Y_0')m_{12}' + (Z_i - Z_0')m_{13}'\}$$

در نتیجه می توان معادله‌ی

قبل را برای هر دو تصویر

چپ و راست چنین مرتب

$$(y_i' - y_{p.p.}) \cdot \{(X_i - X_0')m_{31}' + (Y_i - Y_0')m_{32}' + (Z_i - Z_0')m_{33}'\} \\ = -f \cdot \{(X_i - X_0')m_{21}' + (Y_i - Y_0')m_{22}' + (Z_i - Z_0')m_{23}'\}$$

کرد:

Left , Right

$$\left(x_p', y_p' \right) , \left(x_p'', y_p'' \right)$$

M' , M''

$$(x_i'' - x_{p.p.}) \cdot \{(X_i - X_0'')m_{31}'' + (Y_i - Y_0'')m_{32}'' + (Z_i - Z_0'')m_{33}''\} \\ = -f \cdot \{(X_i - X_0'')m_{11}'' + (Y_i - Y_0'')m_{12}'' + (Z_i - Z_0'')m_{13}''\}$$

$$(y_i'' - y_{p.p.}) \cdot \{(X_i - X_0'')m_{31}'' + (Y_i - Y_0'')m_{32}'' + (Z_i - Z_0'')m_{33}''\} \\ = -f \cdot \{(X_i - X_0'')m_{21}'' + (Y_i - Y_0'')m_{22}'' + (Z_i - Z_0'')m_{23}''\}$$

با فرض اینکه جابه جایی مرکز تصویر همه‌ی نقاط در توجیه داخلی اعمال شده است در

$$(x_i - x_{p.p.}) \rightarrow x_i \quad (y_i - y_{p.p.}) \rightarrow y_i$$

ادامه خواهیم داشت:

تقاطع فضایی به روش مستقیم

از آنجایی که مختصات (X_i, Y_i, Z_i) مجهول است، لذا می‌توان معادله‌ی فوق را بر حسب مجهولات چنین مرتب کرد:

$$\begin{aligned} & X_i(m_{31}' \cdot x_{1i} + m_{11}' \cdot f) + Y_i(m_{32}' \cdot x_{1i} + m_{12}' \cdot f) + Z_i(m_{33}' \cdot x_{1i} + m_{13}' \cdot f) \\ &= x_{1i}(m_{31}' \cdot X_0' + m_{32}' \cdot Y_0' + m_{33}' \cdot Z_0') + f(m_{11}' \cdot X_0' + m_{12}' \cdot Y_0' + m_{13}' \cdot Z_0') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & X_i(m_{31}' \cdot y_{1i} + m_{21}' \cdot f) + Y_i(m_{32}' \cdot y_{1i} + m_{22}' \cdot f) + Z_i(m_{33}' \cdot y_{1i} + m_{23}' \cdot f) \\ &= y_{1i}(m_{31}' \cdot X_0' + m_{32}' \cdot Y_0' + m_{33}' \cdot Z_0') + f(m_{21}' \cdot X_0' + m_{22}' \cdot Y_0' + m_{23}' \cdot Z_0') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & X_i(m_{31}'' \cdot x_{2i} + m_{11}'' \cdot f) + Y_i(m_{32}'' \cdot x_{2i} + m_{12}'' \cdot f) + Z_i(m_{33}'' \cdot x_{2i} + m_{13}'' \cdot f) \\ &= x_{2i}(m_{31}'' \cdot X_0'' + m_{32}'' \cdot Y_0'' + m_{33}'' \cdot Z_0'') + f(m_{11}'' \cdot X_0'' + m_{12}'' \cdot Y_0'' + m_{13}'' \cdot Z_0'') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & X_i(m_{31}'' \cdot y_{2i} + m_{21}'' \cdot f) + Y_i(m_{32}'' \cdot y_{2i} + m_{22}'' \cdot f) + Z_i(m_{33}'' \cdot y_{2i} + m_{23}'' \cdot f) \\ &= y_{2i}(m_{31}'' \cdot X_0'' + m_{32}'' \cdot Y_0'' + m_{33}'' \cdot Z_0'') + f(m_{21}'' \cdot X_0'' + m_{22}'' \cdot Y_0'' + m_{23}'' \cdot Z_0'') \end{aligned}$$

تقاطع فضایی به روش مستقیم

با استفاده از معادله‌ی قبل ماتریس زیر را می‌توان تشکیل داد:

$$\begin{bmatrix}
 *' & *' & *' & 0 & 0 & 0 \\
 *' & *' & *' & 0 & 0 & 0 \\
 *'' & *'' & *'' & 0 & 0 & 0 \\
 *'' & *'' & *'' & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & *' & *' & *' \\
 0 & 0 & 0 & *' & *' & *' \\
 0 & 0 & 0 & *'' & *'' & *'' \\
 0 & 0 & 0 & *'' & *'' & *'' \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 X_1 \\
 Y_1 \\
 Z_1 \\
 X_2 \\
 Y_2 \\
 Z_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 x_{11}(m_{31}' \cdot X_0' + m_{32}' \cdot Y_0' + m_{33}' \cdot Z_0') + f(m_{11}' \cdot X_0' + m_{12}' \cdot Y_0' + m_{13}' \cdot Z_0') \\
 y_{11}(m_{31}' \cdot X_0' + m_{32}' \cdot Y_0' + m_{33}' \cdot Z_0') + f(m_{21}' \cdot X_0' + m_{22}' \cdot Y_0' + m_{23}' \cdot Z_0') \\
 x_{21}(m_{31}'' \cdot X_0'' + m_{32}'' \cdot Y_0'' + m_{33}'' \cdot Z_0'') + f(m_{11}'' \cdot X_0'' + m_{12}'' \cdot Y_0'' + m_{13}'' \cdot Z_0'') \\
 y_{21}(m_{31}'' \cdot X_0'' + m_{32}'' \cdot Y_0'' + m_{33}'' \cdot Z_0'') + f(m_{21}'' \cdot X_0'' + m_{22}'' \cdot Y_0'' + m_{23}'' \cdot Z_0'') \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 x_{12}(m_{31}' \cdot X_0' + m_{32}' \cdot Y_0' + m_{33}' \cdot Z_0') + f(m_{11}' \cdot X_0' + m_{12}' \cdot Y_0' + m_{13}' \cdot Z_0') \\
 y_{12}(m_{31}' \cdot X_0' + m_{32}' \cdot Y_0' + m_{33}' \cdot Z_0') + f(m_{21}' \cdot X_0' + m_{22}' \cdot Y_0' + m_{23}' \cdot Z_0') \\
 x_{22}(m_{31}'' \cdot X_0'' + m_{32}'' \cdot Y_0'' + m_{33}'' \cdot Z_0'') + f(m_{11}'' \cdot X_0'' + m_{12}'' \cdot Y_0'' + m_{13}'' \cdot Z_0'') \\
 y_{22}(m_{31}'' \cdot X_0'' + m_{32}'' \cdot Y_0'' + m_{33}'' \cdot Z_0'') + f(m_{21}'' \cdot X_0'' + m_{22}'' \cdot Y_0'' + m_{23}'' \cdot Z_0'') \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{bmatrix}$$

$A_{4n \times 3n}$ $X_{3n \times 1}$ $L_{4n \times 1}$

که در نهایت مختصات زمینی نقاط مجهول از حل معادله‌ی زیر بدست خواهند آمد:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

تقاطع فضایی به روش مستقیم

که ماتریس ضرایب در اسلاید قبلی مطابق زیر است:

$$\begin{bmatrix}
 m_{31}'x_{11} + m_{11}'f & m_{32}'x_{11} + m_{12}'f & m_{33}'x_{11} + m_{13}'f & 0 & 0 & 0 \\
 m_{31}'y_{11} + m_{21}'f & m_{32}'y_{11} + m_{22}'f & m_{33}'y_{11} + m_{23}'f & 0 & 0 & 0 \\
 m_{31}''x_{21} + m_{11}''f & m_{32}''x_{21} + m_{12}''f & m_{33}''x_{21} + m_{13}''f & 0 & 0 & 0 \\
 m_{31}''y_{21} + m_{21}''f & m_{32}''y_{21} + m_{22}''f & m_{33}''y_{21} + m_{23}''f & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & m_{31}'x_{12} + m_{11}'f & m_{32}'x_{12} + m_{12}'f & m_{33}'x_{12} + m_{13}'f \\
 0 & 0 & 0 & m_{31}'y_{12} + m_{21}'f & m_{32}'y_{12} + m_{22}'f & m_{33}'y_{12} + m_{23}'f \\
 0 & 0 & 0 & m_{31}''x_{22} + m_{11}''f & m_{32}''x_{22} + m_{12}''f & m_{33}''x_{22} + m_{13}''f \\
 0 & 0 & 0 & m_{31}''y_{22} + m_{21}''f & m_{32}''y_{22} + m_{22}''f & m_{33}''y_{22} + m_{23}''f \\
 & & & \cdot & & \\
 & & & \cdot & & \\
 & & & \cdot & & \\
 & & & \cdot & & \\
 & & & \cdot & &
 \end{bmatrix}$$

$4n \times 3n$

تقاطع فضایی به روش مستقیم

تقاطع با استفاده از معادلات غیر خطی شرط هم خطی:

در تقاطع به ازای هر نقطه در هر عکس دو معادله داریم، در صورتی که مجهولات تنها مختصات زمینی نقطه است.

لذا تقاطع یک زوج تصویر، حتی به ازای یک نقطه هم قابل حل است چون ۴ معادله به ازای هر نقطه داریم در حالی که تنها ۳ مجهول مختصات زمینی داریم. ولی ما در تقاطع تمامی نقاط GCP را استفاده می کنیم تا تمامی پایه ها کنترل شود و اگر V_x ، V_y و V_z ها در حد مجاز باشند، ۶ مجهول ترفیع سمت چپ، ۶ مجهول ترفیع سمت راست و مختصات های زمینی بدست آمده از تقاطع را با هم ذخیره می کنیم.

توجه: در نهایت باید جواب ها همگرا شوند یعنی اختلاف مختصات زمینی محاسباتی و مشاهداتی به صفر میل کنند.



تقاطع فضایی غیر مستقیم

استفاده از فرم خطی شده‌ی معادلات شرط هم‌خطی به عنوان روشی دیگر برای تعیین مختصات شیئی نقطه‌ی A می‌تواند به کار برده شود. در این حالت، در معادلات خطی شده‌ی شرط هم‌خطی تنها عنصر dX ، dY و dZ به عنوان مجهولات باقی می‌ماند و شش عنصر معلوم دیگر که مربوط به المان‌های توجیه خارجی است حذف می‌گردد.

$$V_x = b_{11}d\omega + b_{12}d\varphi + b_{13}dk + -b_{14}dX_0 - b_{15}dY_0 - b_{16}dZ_0 + b_{14}dX_A + b_{15}dY_A + b_{16}dZ_A + J$$

$$V_y = b_{21}d\omega + b_{22}d\varphi + b_{23}dk - b_{24}dX_0 - b_{25}dY_0 - b_{26}dZ_0 + b_{24}dX_A + b_{25}dY_A + b_{26}dZ_A + K$$

شش عنصر بدست آمده از ترفیع معلوم است، بنابراین در معادلات بالا دیفرانسیل آنها صفر است.

تقاطع فضایی غیر مستقیم

در این حالت نیز معلومات، مشاهدات و مجهولات مشابه روش مستقیم می باشد.

$$V_x = b_{14}dX_A + b_{15}dY_A + b_{16}dZ_A + J$$

$$V_y = b_{24}dX_A + b_{25}dY_A + b_{26}dZ_A + K$$

اساس معادلات تقاطع فضایی

با استفاده از معادلات

شرط هم خطی

این معادلات را برای هر نقطه مانند a_1 از عکس چپ و a_2 از عکس راست می توان نوشت، لذا برای هر نقطه‌ی شیئی چهار معادله برای یک زوج تصویر می توان نوشت.

در نهایت این تصحیحات (dX, dY, dZ) از حل به روش کمترین مربعات محاسبه و سپس به مقادیر اولیه‌ی مجهولات اضافه می شود، و در ادامه جوابها دوباره تکرار می گردند. این روند ادامه می یابد تا اینکه تصحیحات دارای مقادیر ناچیز شوند.

تقاطع فضایی غیر مستقیم

با استفاده از معادله‌ی قبل ماتریس زیر تشکیل خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} V'_{x_1} \\ V'_{y_1} \\ V''_{x_1} \\ V''_{y_1} \\ V'_{x_2} \\ V'_{y_2} \\ V''_{x_2} \\ V''_{y_2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{4n \times 1} = \begin{bmatrix} (b'_{14})_1 & (b'_{15})_1 & (b'_{16})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b'_{24})_1 & (b'_{25})_1 & (b'_{26})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b''_{14})_1 & (b''_{15})_1 & (b''_{16})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (b''_{24})_1 & (b''_{25})_1 & (b''_{26})_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (b'_{14})_2 & (b'_{15})_2 & (b'_{16})_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (b'_{24})_2 & (b'_{25})_2 & (b'_{26})_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (b''_{14})_2 & (b''_{15})_2 & (b''_{16})_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (b''_{24})_2 & (b''_{25})_2 & (b''_{26})_2 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{4n \times 3n} \begin{bmatrix} dX_1 \\ dY_1 \\ dZ_1 \\ dX_2 \\ dY_2 \\ dZ_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{3n \times 1} + \begin{bmatrix} J'_1 \\ K'_1 \\ J''_1 \\ K''_1 \\ J'_2 \\ K'_2 \\ J''_2 \\ K''_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{4n \times 1}$$

تقاطع فضایی غیر مستقیم

مجهولات تقاطع برای هر نقطه مختصات زمینی آن نقطه می‌باشد، بر این اساس برای ۶ نقطه با

۶ درجه آزادی قابل حل خواهد بود.

تعداد معادلات = $6 \times (2 \times 2) = 24$

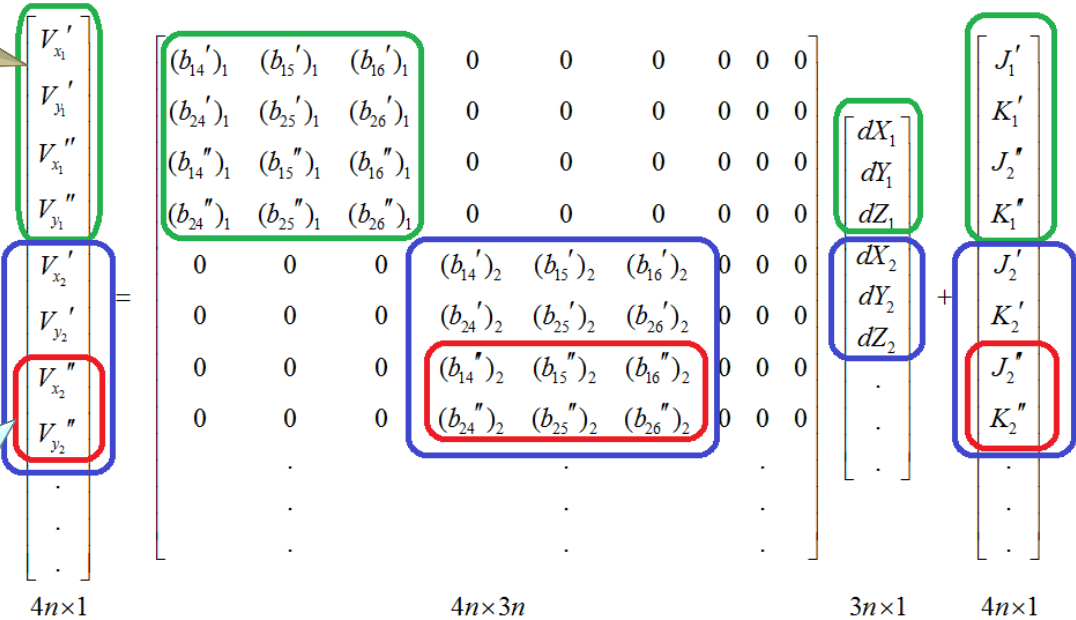
تعداد مجهولات = $6 \times (3) = 18$

همچنین ماتریس نرمال این مثال یک ماتریس مربعی

با ابعادهای ۱۸ خواهد بود: $N_{18 \times 18} = A_{u \times n}^T \cdot A_{n \times u}$

مقادیر تصحیحات نقطه‌ی اول

مقادیر تصحیحات نقطه‌ی دوم از عکس دوم



تقاطع فضایی غیر مستقیم

تعیین مقادیر اولیه برای مجهولات:

مقادیر اولیه‌ی مجهولات می‌توانند از معادلات پارالاکس به شکل زیر محاسبه شوند:

مختصات تصویری یا مشاهدات
عکسی که نسبت به مبدا عکس یا
p.c. خوانده می‌شود.

$$X'_A = x_a \frac{B_{Aerial}}{P_{x_a}}$$

$$Y'_A = y_a \frac{B_{Aerial}}{P_{x_a}}$$

$$Z_A = H - \frac{B_{Aerial} \cdot f}{P_{x_a}}$$

$$p_{x_i} = x'_i - x''_i$$

p_x پارالاکس مطلق است

یعنی جابه جایی صرفاً

در جهت محور X

مختصات زمینی نقاط نسبت به
مبدا اختیاری

$$H = \frac{Z_{o1} + Z_{o2}}{2}$$

چون المان‌های توجیه خارجی هر عکس معلوم است لذا H از متوسط

Z_{o1} و Z_{o2} محاسبه می‌شود:

باز هوایی نیز از رابطه‌ی روبرو محاسبه خواهد شد: $B_{Aerial} = \sqrt{(X_{o2} - X_{o1})^2 + (Y_{o2} - Y_{o1})^2}$

تقاطع فضایی غیر مستقیم

مختصات X' و Y' که از معادلات قبل بدست می آیند نسبت به سیستم مختصات دلخواه هستند. برای تبدیل این مختصات به سیستم مختصات زمینی X و Y ، باید ابتدا رابطه‌ی تبدیلی مشخص شود تا بر اساس آن بتوان مختصات را انتقال داد. از آنجایی که مختصات مراکز تصویر در سیستم مختصات زمینی (X_{O1}, Y_{O1}, Z_{O1}) و (X_{O2}, Y_{O2}, Z_{O2}) در ترفیع بدست آمدند و در یک سیستم مشخص مانند wgs84 برای ما معلوم هستند، بنابراین می‌توان بایک تبدیل دو بعدی

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X'_{o1} & -Y'_{o1} & 1 & 0 \\ Y'_{o1} & X'_{o1} & 0 & 1 \\ X'_{o2} & -Y'_{o2} & 1 & 0 \\ Y'_{o2} & X'_{o2} & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_{4 \times 4}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}}_{X_{4 \times 1}} = \begin{bmatrix} X_{o1} \\ Y_{o1} \\ X_{o2} \\ Y_{o2} \end{bmatrix}$$

کانفورمال بین آن‌ها رابطه برقرار کنیم:

پس از محاسبه‌ی المان‌های

تبدیل دو بعدی (a,b,c,d) ،

می‌توان با اعمال این المان‌ها

به هر نقطه به سیستم مختصات

زمینی مشخص رسید:

$$\begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'_{o1} & -Y'_{o1} & 1 & 0 \\ Y'_{o1} & X'_{o1} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

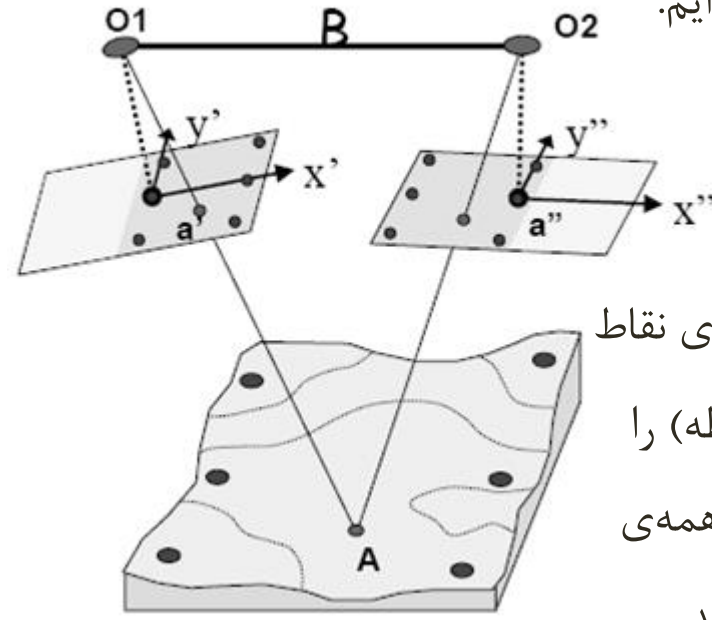
تقاطع فضایی غیر مستقیم

• فلوجارت تقاطع فضایی به روش غیر مستقیم:

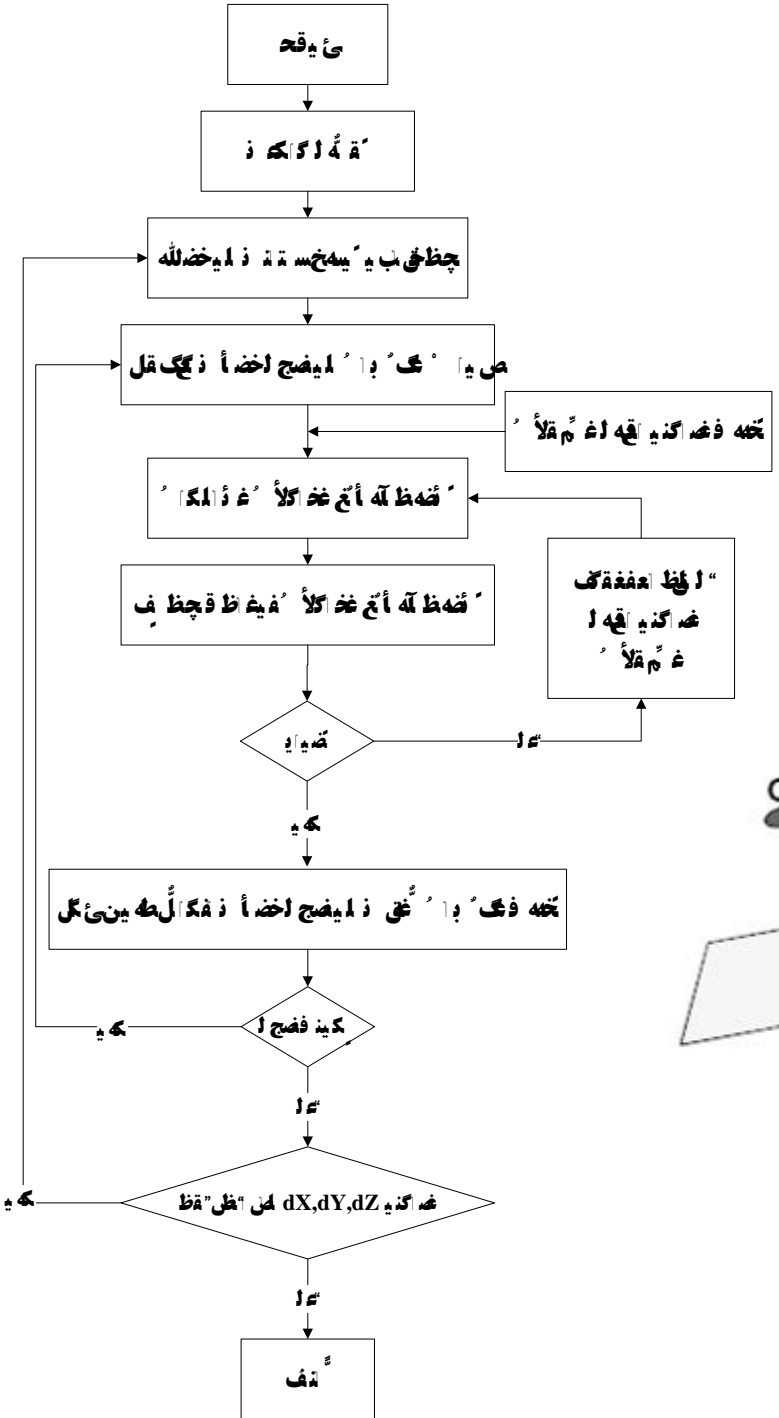
(استفاده از معادلات خطی شده‌ی شرط هم‌خطی)

در تقاطع در یک زوج تصویر، به ازای هر نقطه ۴ معادله و ۳ مجهول مختصات زمینی داریم.

زمانی که d_x, d_y, d_z در حد مجاز باشند، ما در آن نقطه به تقاطع رسیده ایم.



نکته: ما در تقاطع همه‌ی نقاط GCP (هر شش نقطه) را استفاده می‌کنیم تا همه‌ی پایه‌ها کنترل شوند.



تمرین ۱: المان‌های توجیه خارجی دو عکس متوالی به صورت زیر تعیین شده است. مطلوبست محاسبه مختصات زمینی متناظر با نقاط عکسی جدول زیر در صورتی که فاصله کانونی دوربین 152.89_{mm} و مختصات نقطه اصلی $x_{p.p.} = -0.001_{\text{mm}}$ و $y_{p.p.} = 0.004_{\text{mm}}$ باشد.

parameter	Photo1	Photo2
ω	1.72443°	-0.9234°
ϕ	2.7621°	1.2342°
k	-3.8213°	2.0013°
$X_{0\text{ m}}$	323400.453	323960.653
$Y_{0\text{ m}}$	3234118.836	3234121.836
$Z_{0\text{ m}}$	1196.762	1194.422

نقطه	$X'_{\text{ mm}}$	$Y'_{\text{ mm}}$	$X''_{\text{ mm}}$	$Y''_{\text{ mm}}$
a	68.671	17.768	-30.690	14.60
b	18.120	13.420	-15.14	12.30



تمرین ۲: اگر مطابق جدول زیر ترفیع فضایی حل شده باشد مطلوبست محاسبه مختصات زمینی نقاط عکسی ارائه شده در جدول زیر در صورتی فاصله کانونی دوربین 153.44_{mm} و مختصات نقطه اصلی $X_{p.p.} = -0.01_{\text{mm}}$ و $Y_{p.p.} = 0.001_{\text{mm}}$ باشد.

parameter	Photo1	Photo2
ω	-2.12453°	4.2334°
Φ	1.1526°	3.0042°
k	0.8613°	1.0873°
X_{0m}	333100.332	333780.312
Y_{0m}	3234118.964	3234121.234
Z_{0m}	1108.282	1111.242

نقطه	X'_{mm}	Y'_{mm}	X''_{mm}	Y''_{mm}
a	33.090	-17.34	-63.250	-25.900
b	11.240	10.120	-42.130	12.890



تمرین ۳: در صورتی که از معادلات شرط هم‌خطی مستقیماً برای تعیین مختصات سه‌بعدی نقاط تصویری استفاده شود (تقاطع فضایی) کدامیک از توجیهات ابتدا باید انجام شود؟

الف) توجیه خارجی

ب) توجیه داخلی+توجیه خارجی

ج) توجیه داخلی+توجیه نسبی

د) توجیه داخلی+توجیه نسبی+توجیه مطلق

تمرین ۴: چه تعداد نقطه‌ی کنترل برای حل مساله تقاطع فضایی لازم است در صورتی که ترفیع فضایی برای هر دو عکس قبلاً حل شده باشد؟

د) هیچ

ج) پنج

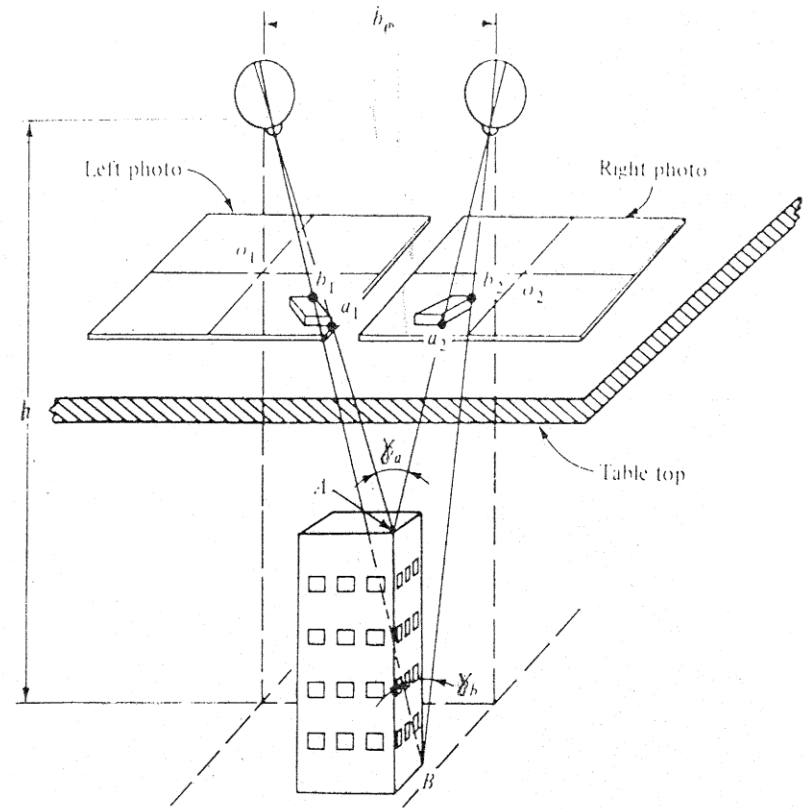
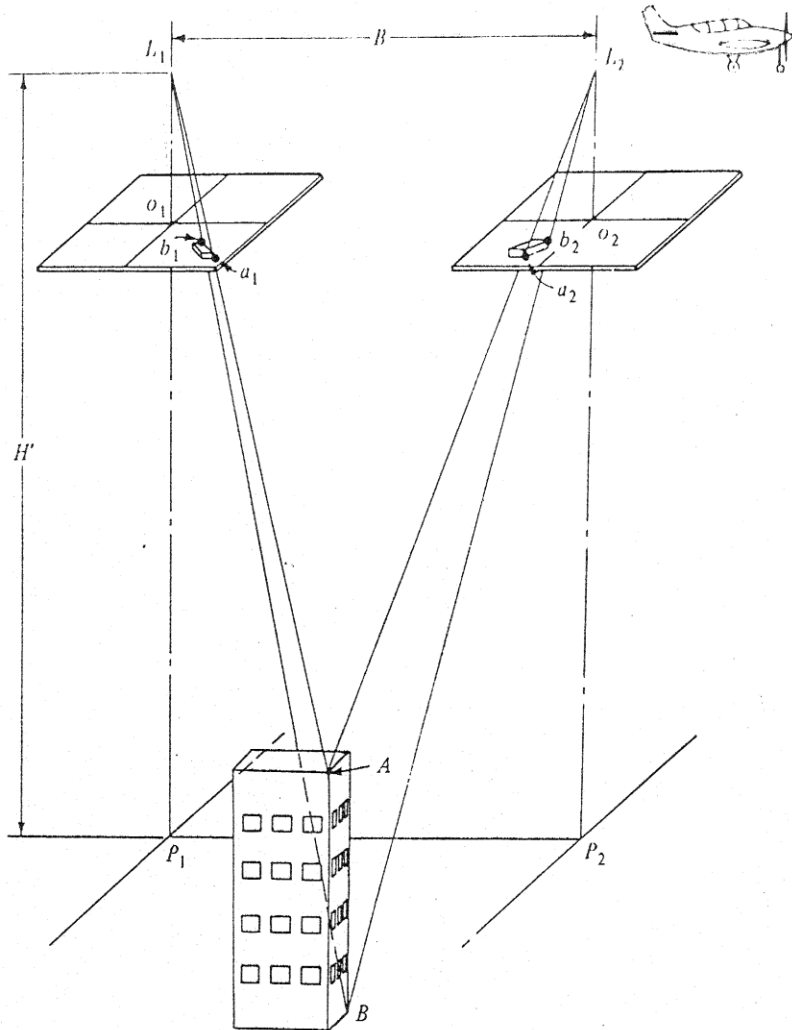
ب) چهار

الف) سه



توجیه نسبی

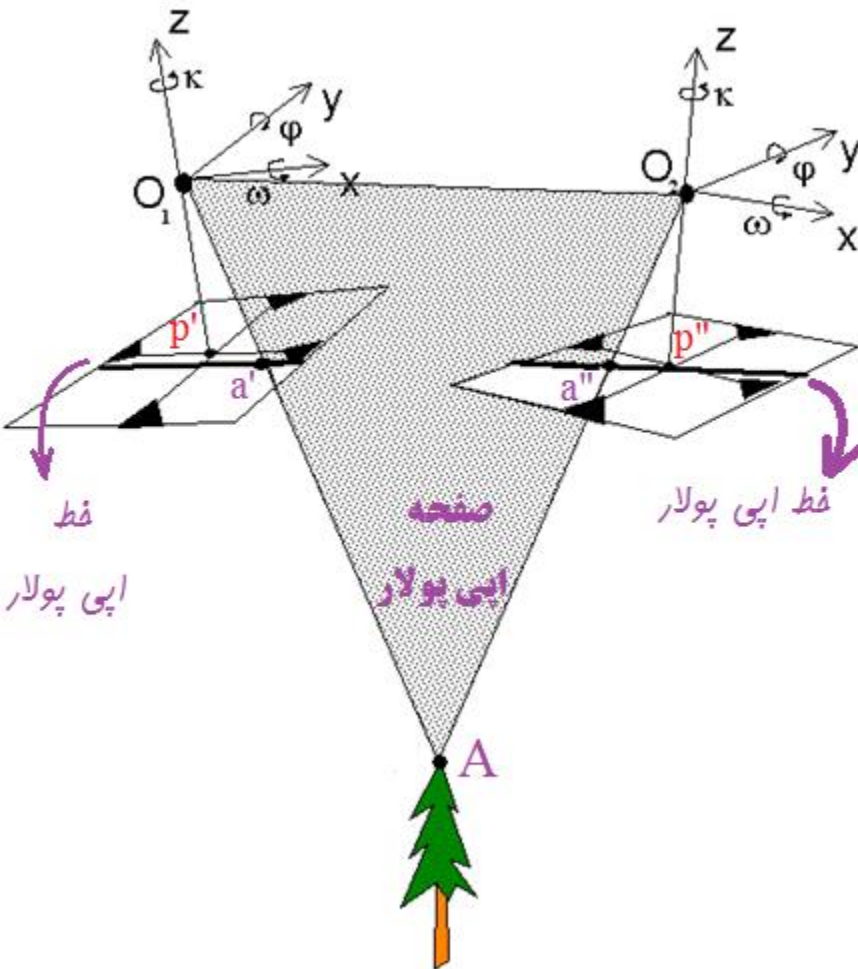
(Relative Orientation)



(B) Viewing the building stereoscopically.

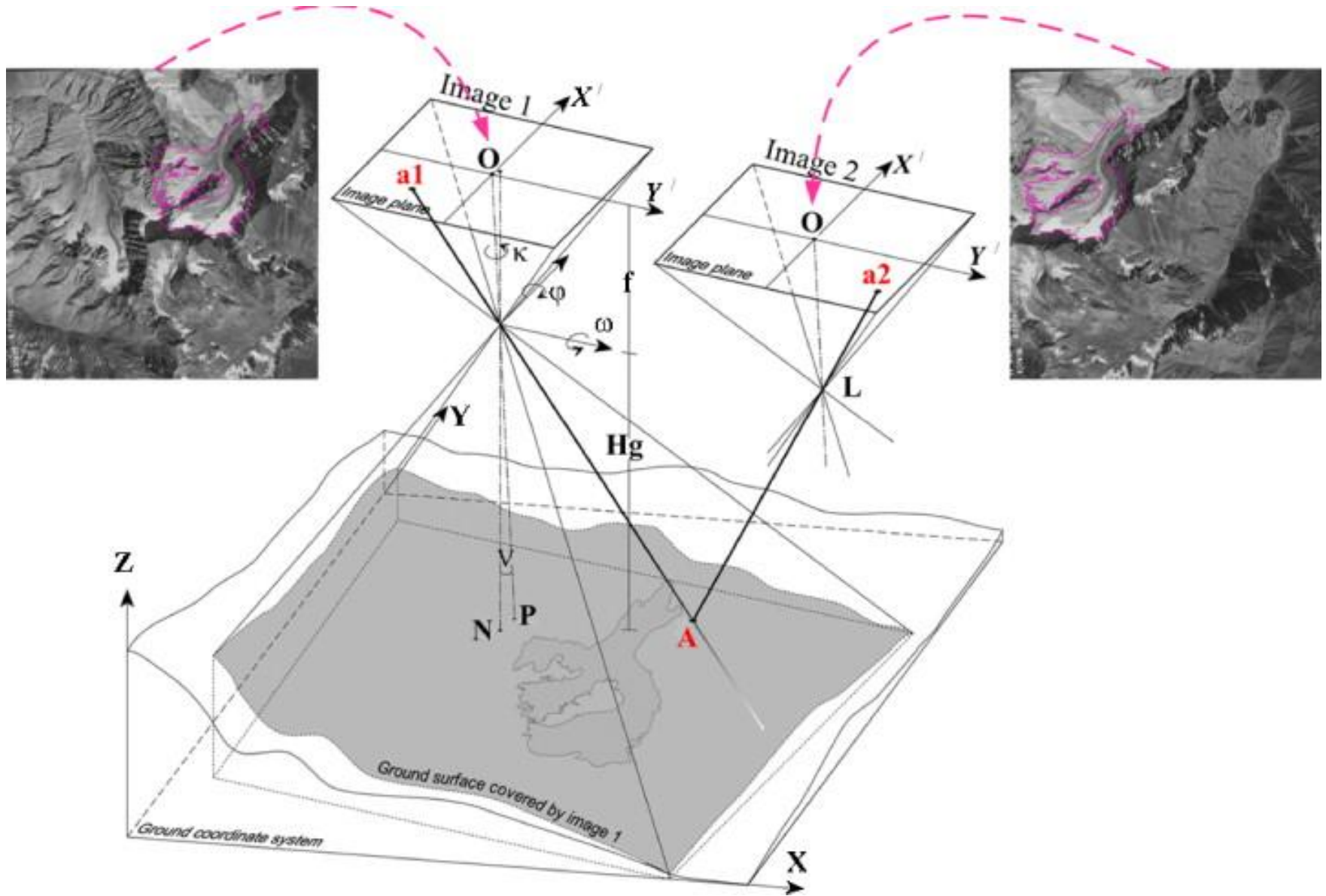
توجیه نسبی

پس از انجام توجیه داخلی، هرم نوری (هندسه داخلی دوربین یا سیستم مختصات سه بعدی دوربین) در دو لحظه عکس برداری به دست آمده است.



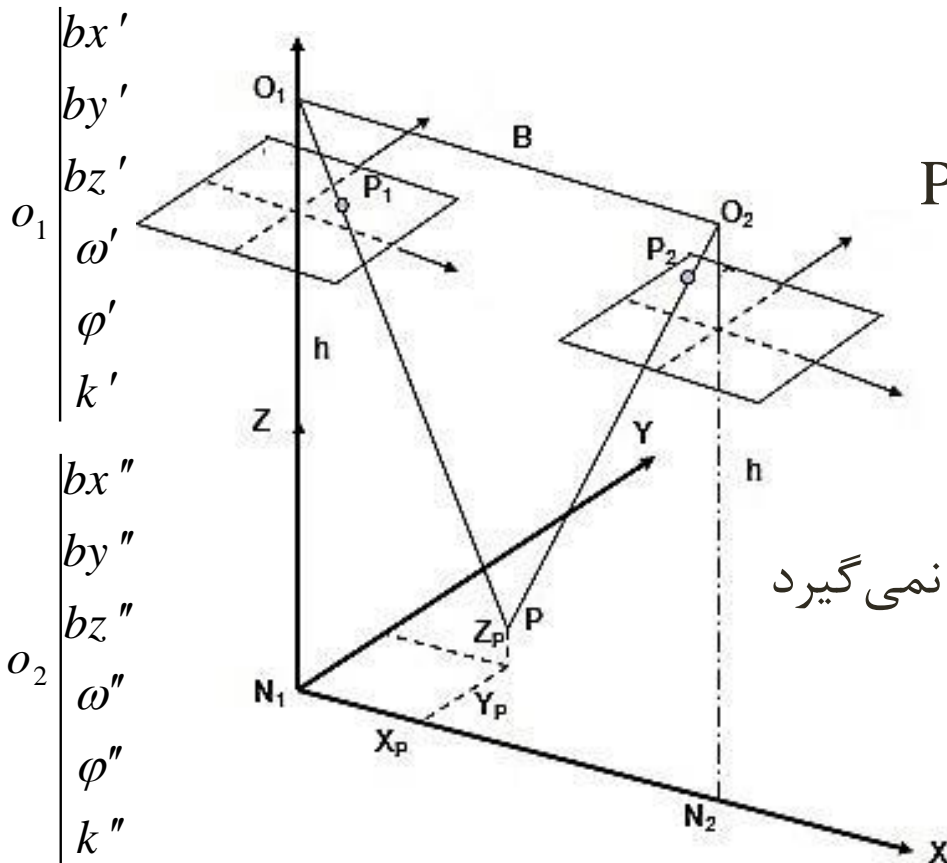
- توجیه نسبی یعنی قراردادن دو هرم نوری (حاصل از توجیه داخلی) به گونه ای که شعاعهای نورانی نظیر همدیگر را قطع نمایند.
- برای ایجاد مدل سه بعدی واقعی زمین لازم است المانهای موقعیتی و وضعیت به طور صحیح و دقیق در دو لحظه عکس برداری به دست آید (توجیه خارجی). در نتیجه ۱۲ المان مجهول باید مشخص گردد.
- در مرحله توجیه نسبی ۵ مجهول حل می گردد.

توجيه نسبي



توجیه نسبی

توجیه نسبی عبارتست از بازسازی وضع نسبی دو عکس در زمان عکس برداری. وضعیتی که دو عکس دقیقاً حین عکس برداری داشته اند باید بازسازی شود (از حیث فاصله و دوران) تا تقاطع درست در مورد بازسازی برای یک نقطه که در دو عکس است تشکیل شود.



➤ اگر بازسازی درست باشد نقاط P_1 و P_2

در نقطه‌ی واقعی خود (در مقیاس)

همدیگر را قطع می‌کنند.

➤ اگر توجیه درست نباشد تقاطع صورت نمی‌گیرد

و بردار تنافر شکل می‌گیرد.

توجیه نسبی

➤ در توجیه نسبی یک مدل سه بعدی دلخواه (از بی نهایت مدل قابل تولید) ایجاد می گردد (توجیه نسبی منحصر بفرد نیست).

➤ کافی است حداقل پنج جفت نقطه نظیر یکدیگر را قطع نمایند.

➤ البته لازم به ذکر است که مدل تولیدی در

توجیه نسبی در فضای واقعی زمین ایجاد نشده است.

➤ برای انطباق با زمین، توجیه مطلق نیاز است.

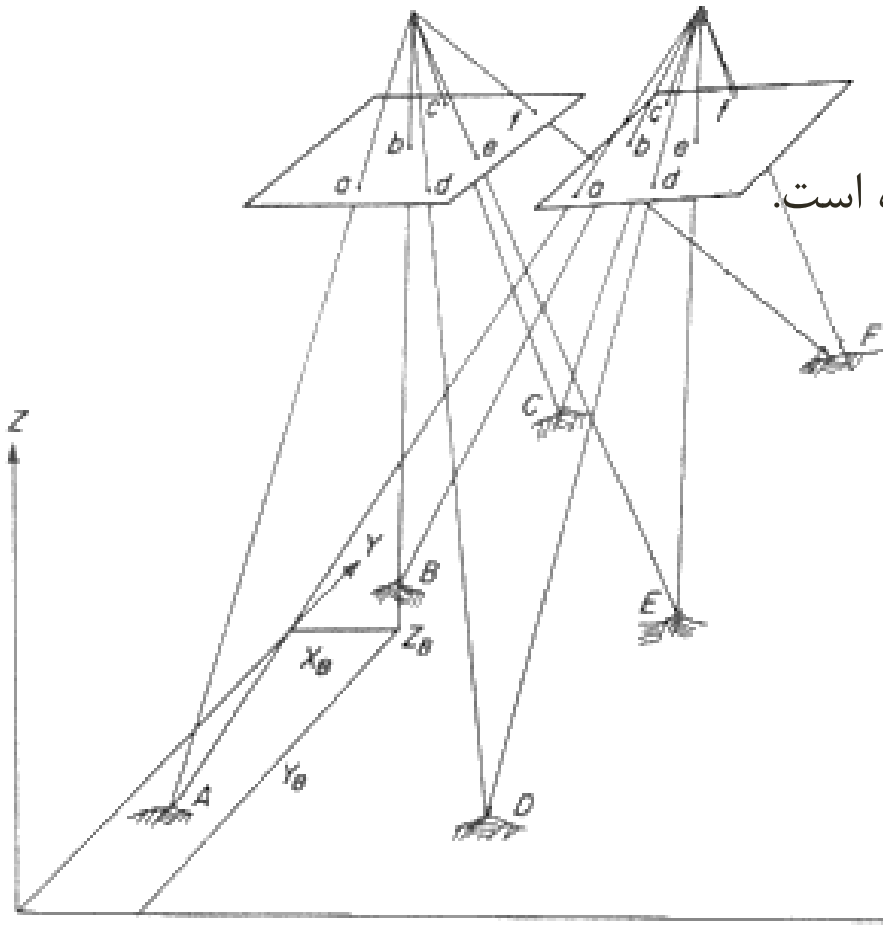
انواع عناصر حرکتی:

(1) عناصر حرکتی پروژکتور سمت چپ

$$(b'_x, b'_y, b'_z, \omega', \phi', K')$$

(1) عناصر حرکتی پروژکتور سمت راست

$$(b''_x, b''_y, b''_z, \omega'', \phi'', K'')$$



انواع توجیه نسبی

دو نوع توجیه نسبی وجود دارد:

✓ توجیه نسبی یکطرفه (Dependent Relative Orientation)

✓ توجیه نسبی دو طرفه (Independent Relative Orientation)

❖ **توجیه نسبی یکطرفه یا وابسته (Dependent Rel. Ori.):**

در این نوع توجیه نسبی تنها از المانهای **یک** پروژکتور در دستگاه تبدیل استفاده می‌گردد

(مخصوص دستگاههای تبدیل نوری (Optical) و یونیورسال (Universal))

❖ **توجیه نسبی دو طرفه یا مستقل (Independent Rel. Ori.):**

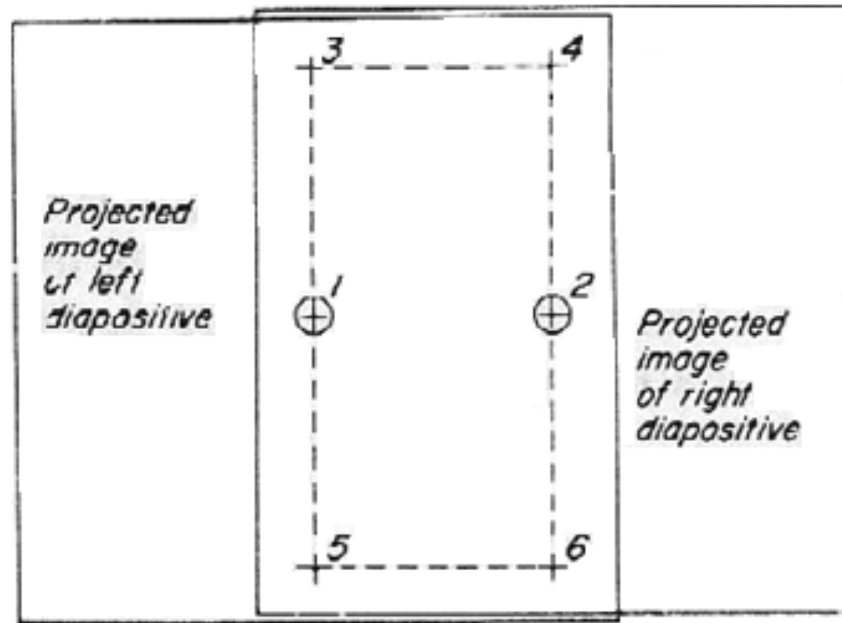
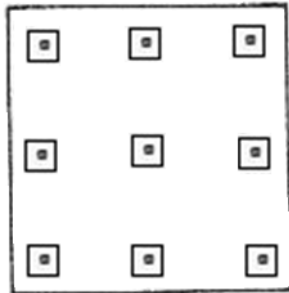
در این نوع توجیه نسبی تنها از المانهای **دورانی** دو پروژکتور دستگاه تبدیل استفاده

می‌گردد (در همه دستگاههای تبدیل قابل انجام است)

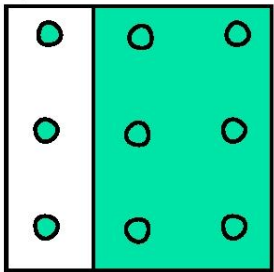
اثر المانهای انتقالی (موقعیتی) و دورانی (وضعیتی) بر روی مکان نقاط واقع در عکس

در هر عکس ۹ منطقه مهم وجود دارد که به مناطق استاندارد معروف هستند (در برخی منابع گرابر gruber هم نامیده شده است)

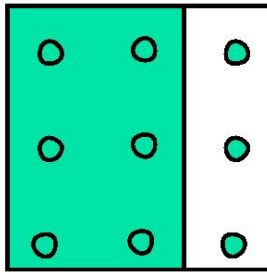
برای تشکیل هر مدل سه بعدی به ۶ نقطه از مناطق فوق نیاز است.



پروژکتور چپ



پروژکتور راست



اثر جابجایی نقاط تصویر ناشی از المانهای انتقالی و دورانی به ۹ منطقه استاندارد ارجاع داده می شود. برای سایر نقاط نیز مقادیر قابل تعمیم است.

اثر المانهای انتقالی (موقعیتی) بر جابجایی نقاط عکسی

اثر المانها به صورت مثبت در نظر گرفته شده است

در حالت کلی

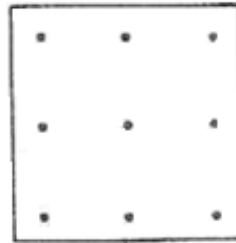
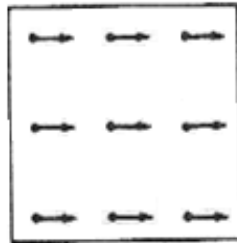
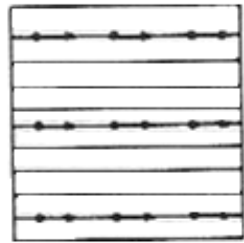
در جهت X

در جهت Y

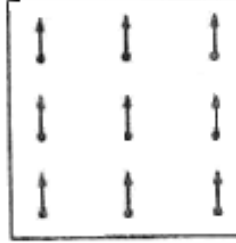
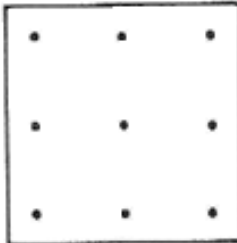
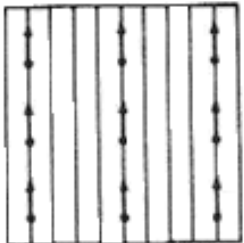
مولفه **bx** اثر مقیاسی دارد و

به صورت خطی برای کل

عکس یا تصویر یکسان



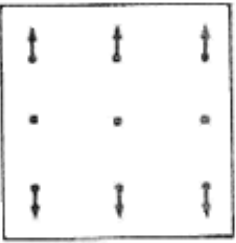
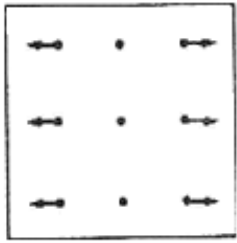
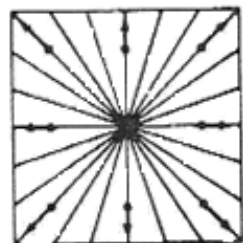
+ dx (→)



+ dy (↑)

اثر المان **by** فقط

پارالاکس Y ایجاد می کند



+ dz (up)

اثر المان **bz** هم مقیاس را تغییر می دهد

و بر روی برخی نقاط پارالاکس Y ایجاد

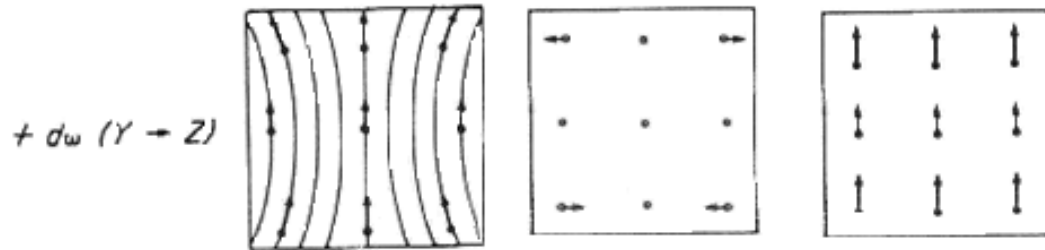
می نماید بر روی برخی نقاط بی تاثیر

اثر المانهای دورانی (وضعیتی) بر جایابی نقاط عکسی

• المانهای دورانی غیر خطی هستند

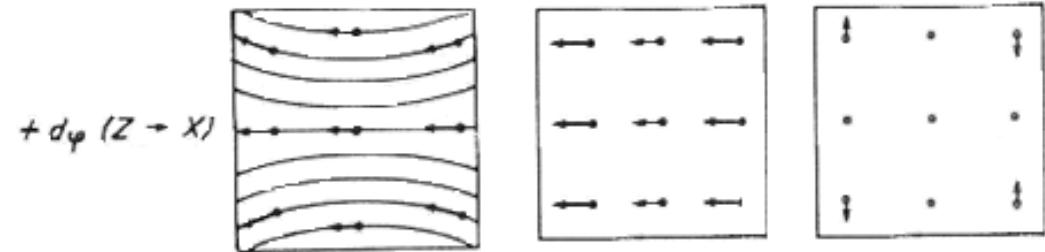
اثر المان ω بر روی همه نقاط پارالاکس Y (با مقادیر مختلف) ایجاد می کند

حول محور X کمترین مقدار

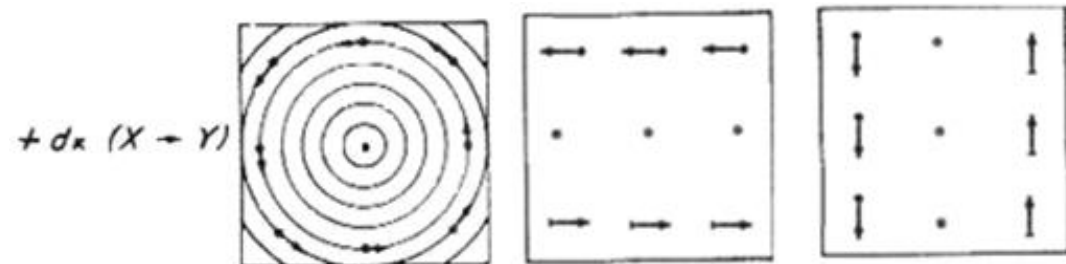


اثر المان ϕ نیز مقیاسی است اما غیر خطی است (تاثیر منفی با زاویه مثبت)

حول محور Y کمترین مقدار



اثر المان k نیز تنها بر روی برخی از نقاط تاثیر دارد و بر روی برخی نقاط اثری ندارد

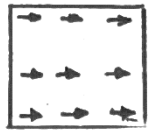


تصویر انواع حرکت موازی با بر روی رومابری

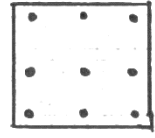
عنصر حرکت
 $+ \Delta b_x \rightarrow$



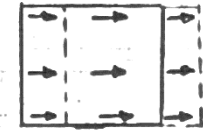
مؤلفه Δx



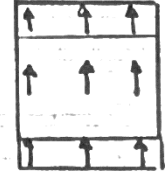
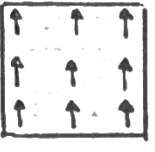
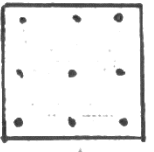
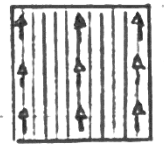
مؤلفه Δy



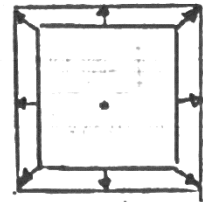
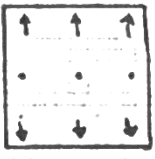
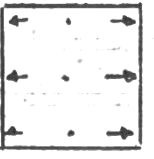
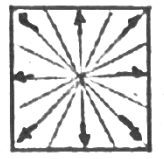
جابجایی تصویر



$+ \Delta b_y \uparrow$

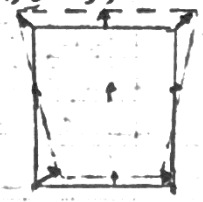
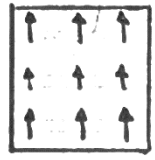
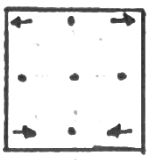
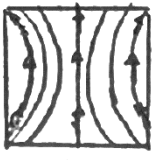


Δb_z
 (بسیار بالا)

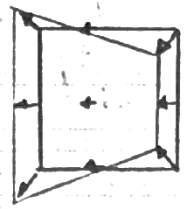
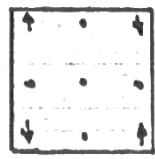
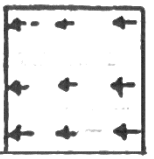
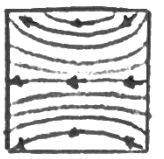


گت b_z نیز تصویر بدون تغییر می ماند

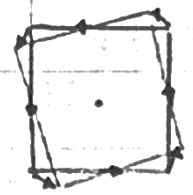
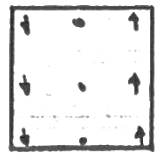
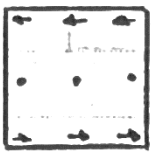
$\Delta \omega$
 ($y \rightarrow z$)



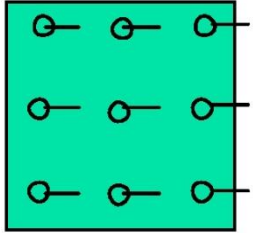
$\Delta \varphi$
 ($z \rightarrow x$)



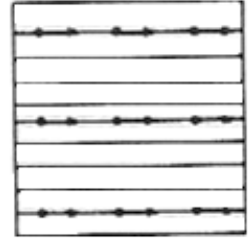
ΔK
 ($x \rightarrow y$)



اثر المانهای انتقالی (موقعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



در حالت کلی اثر المان bx بر جابجایی نقاط عکسی به صورت روبرو:
و بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:

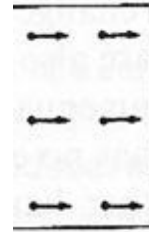
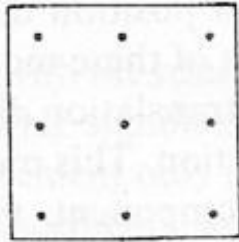
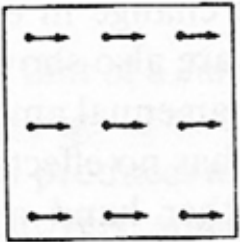


(در جهت X)

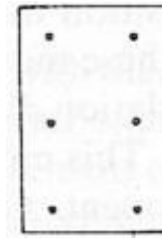
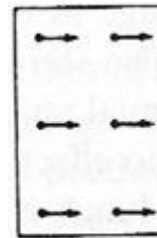
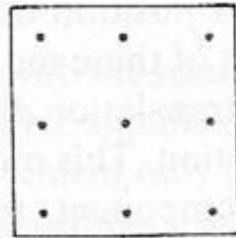
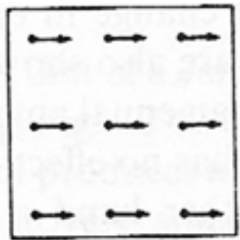
عکس ← (در جهت Y)

* مدل → (در جهت X)

(در جهت Y)

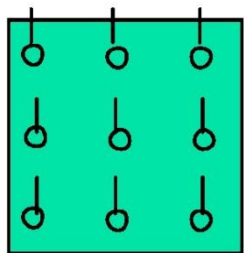


اثر المان bx' بر روی نقاط مدلی - تغییر مقیاس به صورت خطی

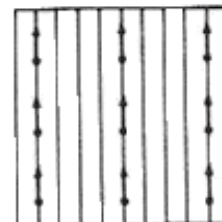


اثر المان bx'' بر روی نقاط مدلی - تغییر مقیاس خطی

اثر المانهای انتقالی (موقعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



در حالت کلی اثر المان by بر جابجایی نقاط عکسی به صورت روبرو:
و بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:

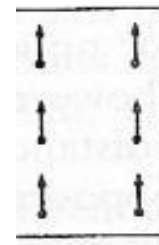
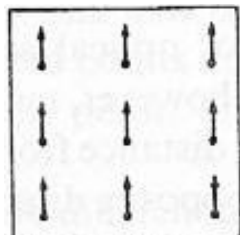
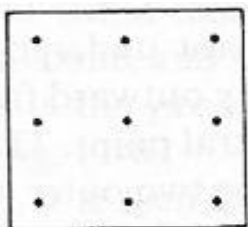


(در جهت X)

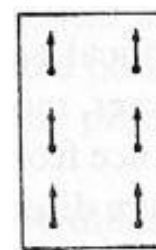
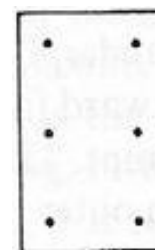
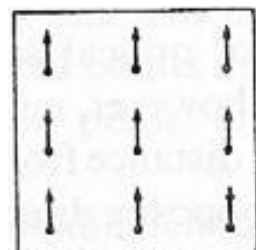
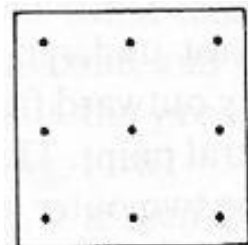
عکس ← (در جهت Y)

* مدل → (در جهت X)

(در جهت Y)

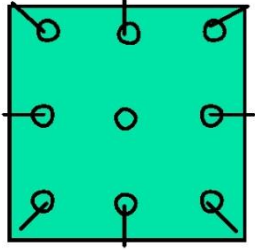


اثر المان by' بر روی نقاط مدلی - تغییر Py بر روی همه نقاط یکسان

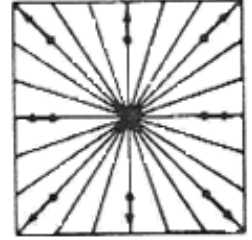


اثر المان by'' بر روی نقاط مدلی - تغییر Py بر روی همه نقاط یکسان

اثر المانهای انتقالی (موقعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



در حالت کلی اثر المان bz بر جابجایی نقاط عکسی به صورت روبرو :
و بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:

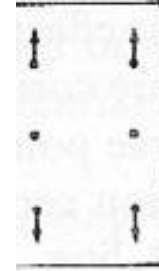
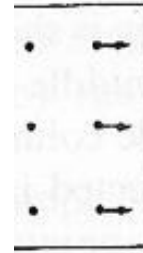
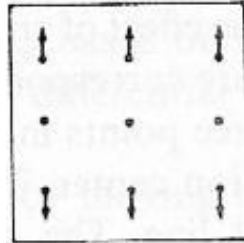
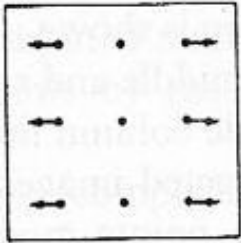


(در جهت X)

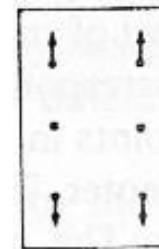
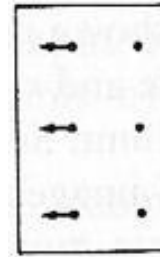
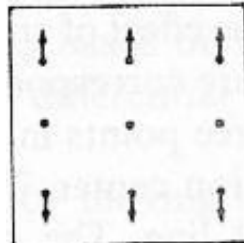
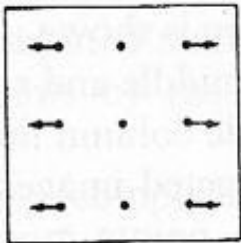
عکس ← (در جهت Y)

* مدل → (در جهت X)

(در جهت Y)

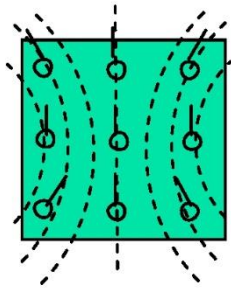


اثر المان bz' بر روی نقاط مدلی



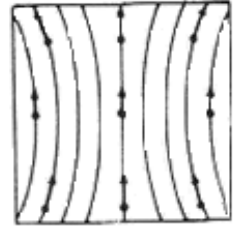
اثر المان bz'' بر روی نقاط مدلی

اثر المانهای دورانی (وضعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



در حالت کلی اثر المان bw بر جابجایی نقاط عکسی به صورت روبرو :

و بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:

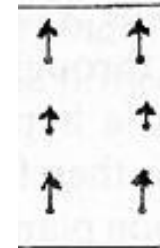
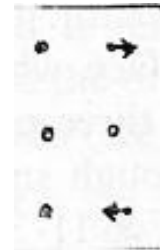
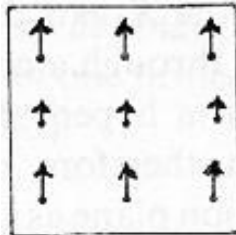
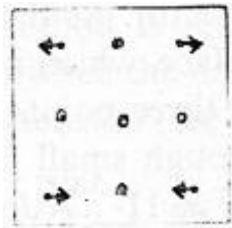


(در جهت X)

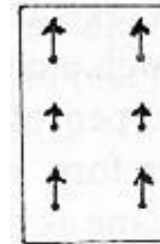
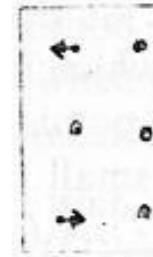
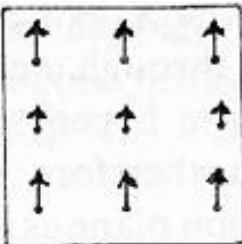
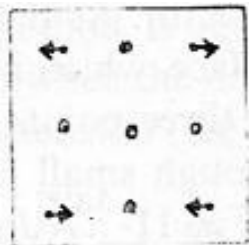
عکس ← (در جهت Y)

* مدل → (در جهت X)

(در جهت Y)

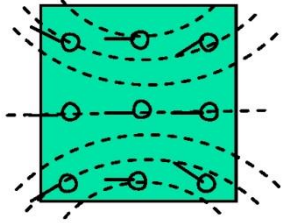


اثر المان w' بر روی نقاط مدلی



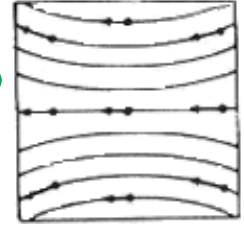
اثر المان w'' بر روی نقاط مدلی

اثر المانهای دورانی (وضعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



ر حالت کلی اثر المان $b\Phi$ بر جابجایی نقاط عکسی به صورت روبرو:

بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:

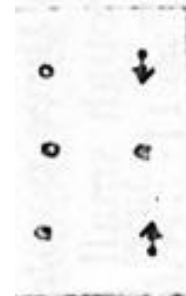
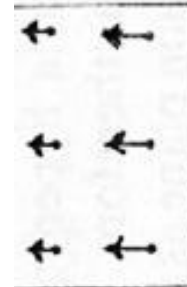
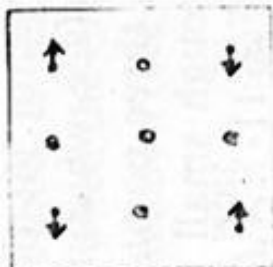
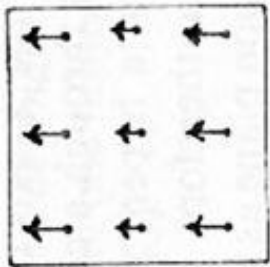


(در جهت X)

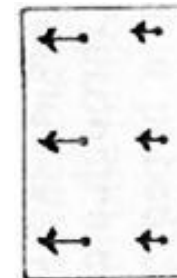
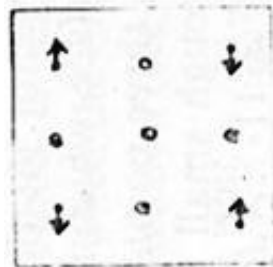
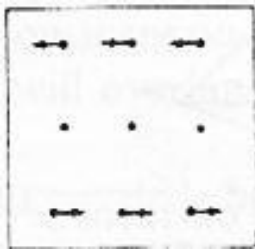
عکس ← (در جهت Y)

* مدل → (در جهت X)

(در جهت Y)

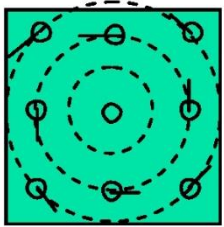


اثر المان Φ' بر روی نقاط مدلی - تغییر مقیاس غیر خطی

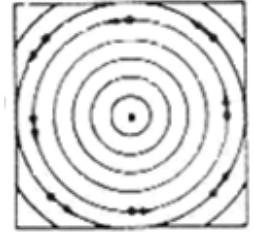


اثر المان Φ'' بر روی نقاط مدلی - تغییر مقیاس غیر خطی

اثر المانهای دورانی (وضعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



در حالت کلی اثر المان bk بر جابجایی نقاط عکسی به صورت روبرو:
و بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:

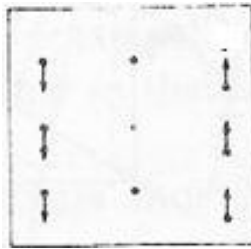
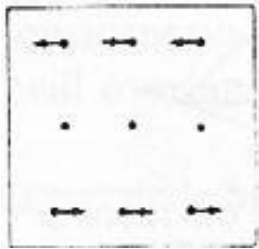


(در جهت x)

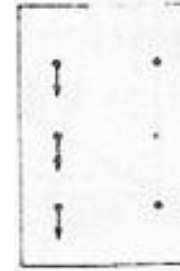
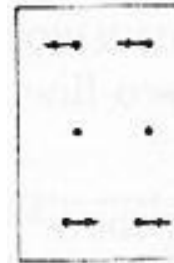
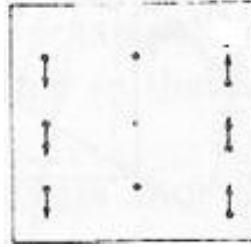
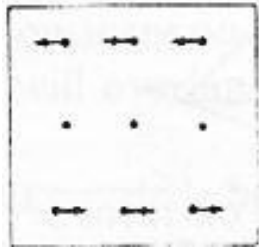
عکس ← (در جهت y)

* مدل → (در جهت x)

(در جهت y)



اثر المان k' بر روی نقاط مدلی



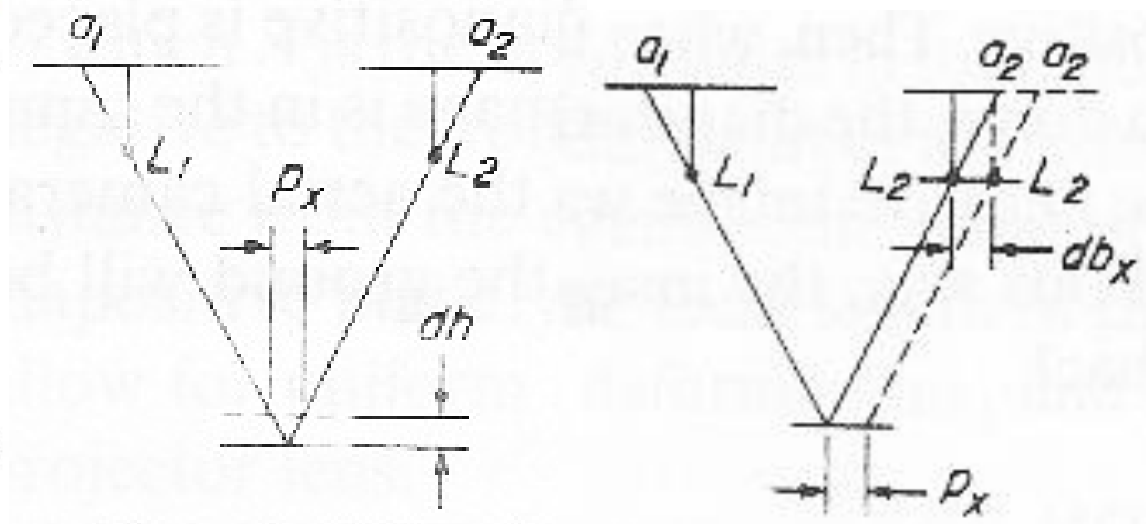
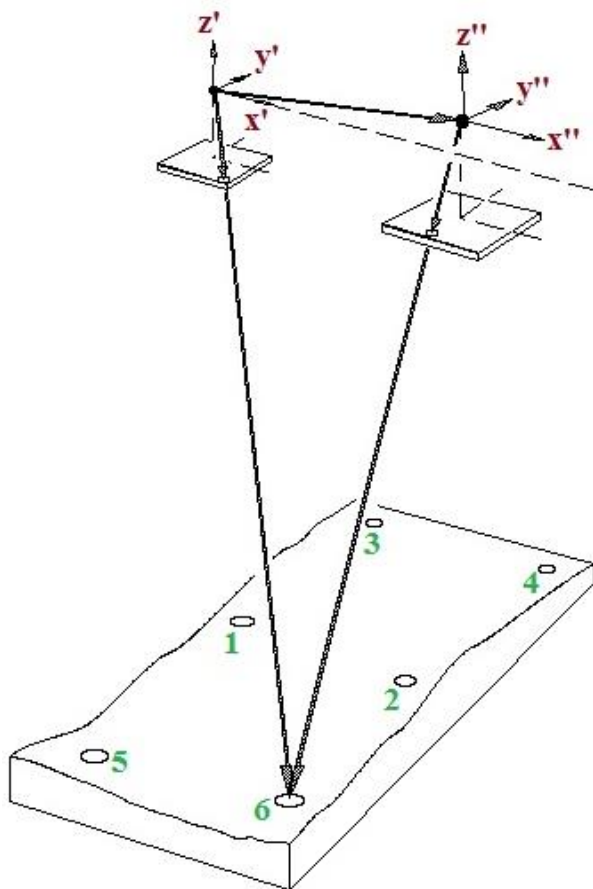
اثر المان k'' بر روی نقاط مدلی

انتخاب المانهای انتقالی و دورانی، ایجاد مدل سه بعدی

هدف استفاده از المانهای انتقالی و دورانی، ایجاد مدل‌های سه بعدی در مرحله توجیه نسبی می‌باشد:

پارالاکس x : برای بازسازی ارتفاع عوارض از P_x بهره می‌گیریم.

پارالاکس y : در صورت وجود پارالاکس y مدل سه بعدی ایجاد نخواهد شد.



P_x را می‌توان با جابه‌جایی پروژکتور در جهت

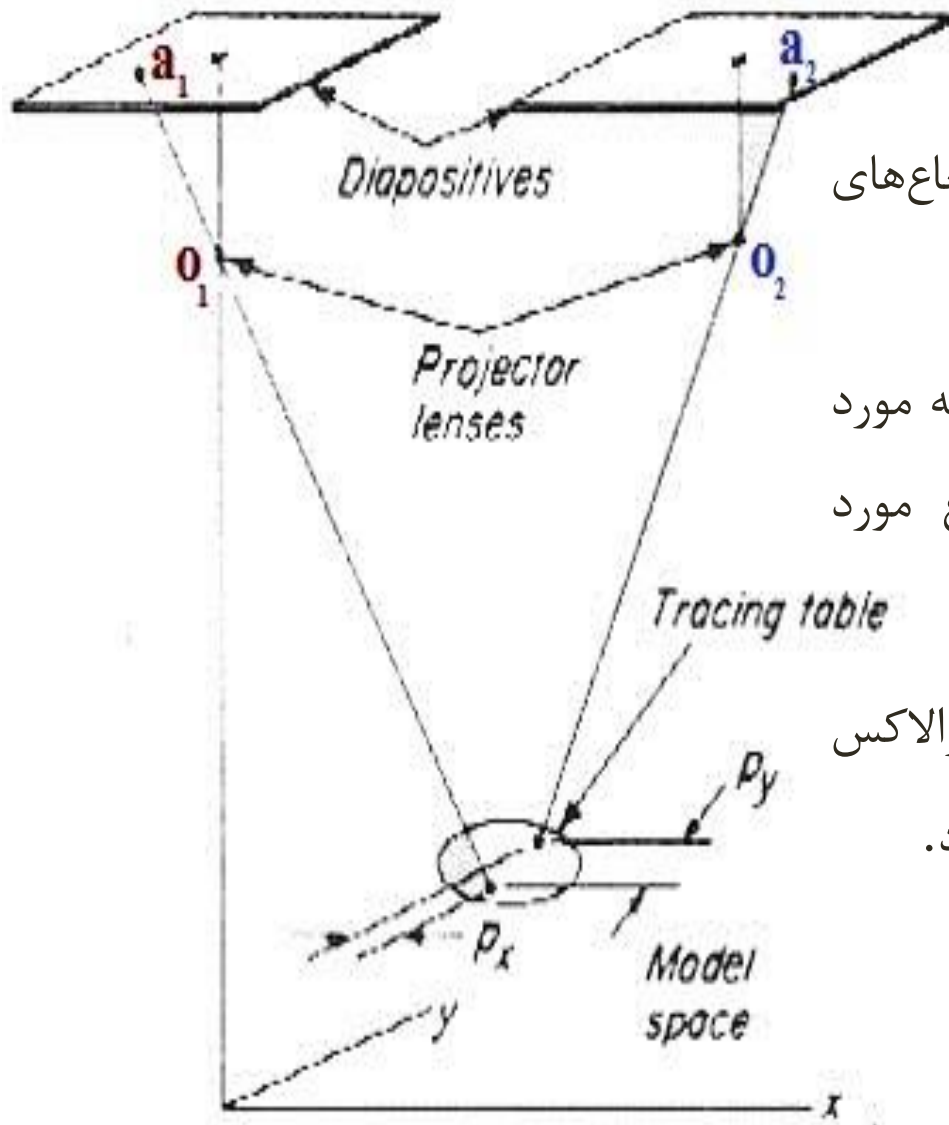
b_x یا جابجایی قائم صفحه تصویر (Projection plane) حذف نمود.

انتخاب المانهای انتقالی و دورانی جهت ایجاد مدل سه بعدی

برای ایجاد مدل سه بعدی:

- اولین شرط: حذف پارالاکس y تا شعاع‌های نورانی نظیر متقاطع شوند.
- دومین شرط: حل پارالاکس x تا نقطه مورد نظر سه بعدی دیده شود (در ارتفاع مورد نظر).

برای برقراری شرط اول باید المانهایی که پارالاکس y نقاط را حذف می نمایند شناسایی نمود.



انتخاب المانهای انتقالی و دورانی جهت ایجاد مدل سه بعدی

از میان المانهای موجود، عناصر حرکتی پروژکتور سمت چپ $(b_x', b_y', b_z', \omega', \varphi', K')$ و عناصر حرکتی پروژکتور سمت راست $(b_x'', b_y'', b_z'', \omega'', \varphi'', K'')$

- اثر المانهای انتقالی b_y دو پروژکتور در حذف Py یکسان است (b_y', b_y'') .
- اثر المانهای انتقالی b_z دو پروژکتور در حذف Py یکسان است (b_z', b_z'') .
- اثر المانهای دورانی ω دو پروژکتور در حذف py مشابه یکدیگر است (ω', ω'') .
- اثر المانهای دورانی φ در دو پروژکتور متفاوت عمل می نمایند (φ', φ'') .
- اثر المانهای دورانی k در دو پروژکتور با هم تفاوت دارند (k', k'') .
- برای المانهایی که اثرهای متفاوتی در حذف py دارند المان مجزایی محسوب می گردند.
- برای تولید مدل سه بعدی به پنج المان مجزا نیاز است.

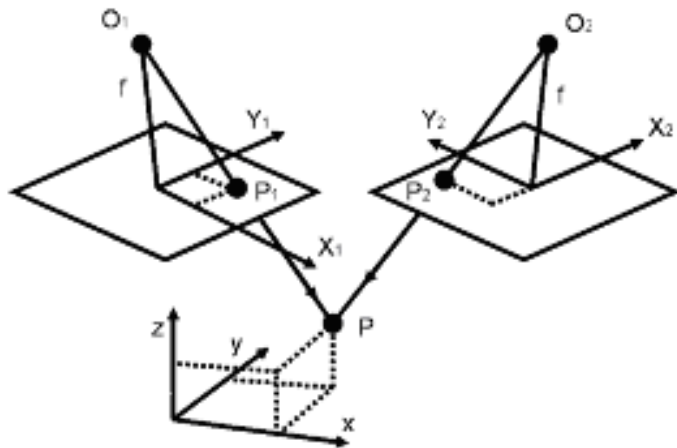
انتخاب المانهای انتقالی و دورانی جهت ایجاد مدل سه بعدی

➤ عنصرهای زیر اثرشان برای پروژکتهای چپ و راست یکی و تفاوت علامت دارند:

$$bx' = -bx'' \quad by' = -by'' \quad bz' = -bz'' \quad \omega' = -\omega''$$

➤ در عمل توجیه نسبی با ۷ عنصر (مختلف) مستقل انجام می شود که در سه گروه استفاده

می شوند:



(1) گروه انتقالی: k'' , k' , by

(2) گروه مقیاسی: φ'' , φ' , bz

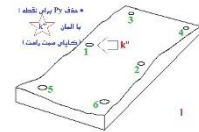
(3) گروه امگا: ω

توجیه نسبی ۵ مجهول دارد (چون در ۵ نقطه باید p_y را حذف کنیم) یعنی از ۷ تایی فوق باید ۵

تا را انتخاب کنیم و استفاده نماییم، که به ۵۰ روش می توان ۵ المان از بالا انتخاب کرد.

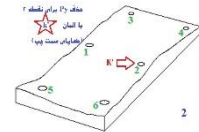
انتخاب المانهای مورد نیاز جهت توجیه نسبی دو طرفه

(1) حذف Py برای نقطه ۱ با المان k'' (کاپای سمت راست)

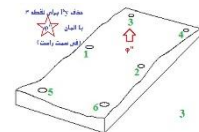


(عنصر k'' در نقطه ی ۱ بیشترین خطا را ایجاد می کند.)

(2) حذف Py برای نقطه ۲ با المان k' (کاپای سمت چپ)



(3) حذف Py برای نقطه ۳ با المان φ'' (فی سمت راست)



(عنصر φ'' در نقطه ی ۳ بیشترین اثر را دارد و در ۱ و ۲ اثری ندارد.)

(4) حذف Py برای نقطه ۴ با المان φ' (فی سمت چپ)



(5) حذف Py برای نقطه ۵ با المان ω'' یا ω'



تکرار تا خطا در نقطه ی ۵ کمینه شود.

نقطه ۶ به عنوان چک کار

$$(\omega', \varphi', k', \varphi'', k'') \quad (\omega'', \varphi', k', \varphi'', k'')$$

• حذف Py برای نقطه ۱

با المان k''

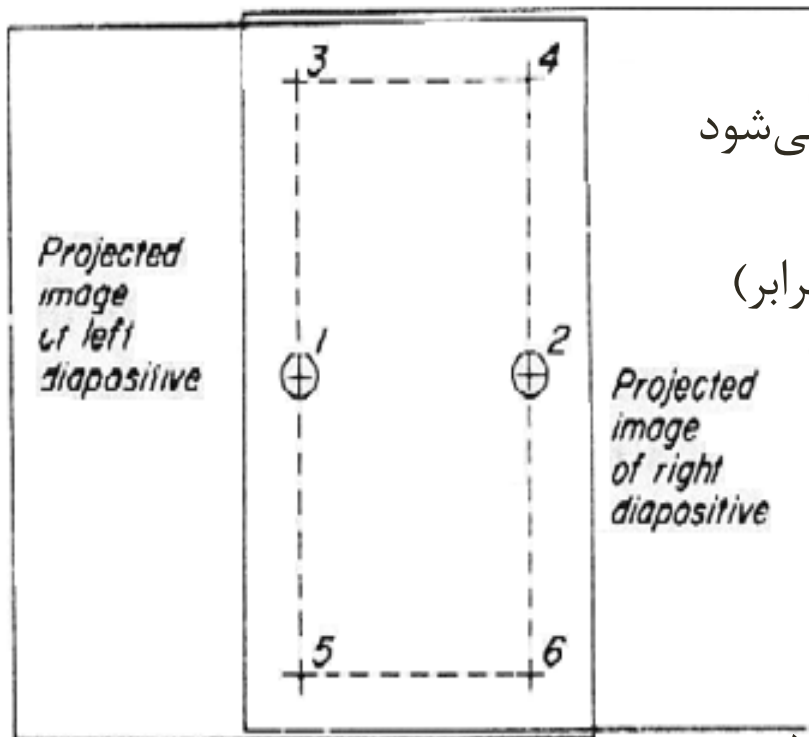
(کاپای سمت راست)



انتخاب المانهای مورد نیاز جهت توجیه نسبی دو طرفه

□ همان طور که مشاهده شد در توجیه نسبی دو طرفه یا ناوابسته تنها از المانهای دورانی

استفاده شد.



□ حذف Py نقاط ۱ الی ۴ به صورت کامل انجام می شود

ولی در نقطه ۵ بر روی همه نقاط Py (به صورت نابرابر)

ایجاد می گردد.

برای حل این مشکل دو راه وجود دارد:

○ الف) روش تکراری تصحیح نسبی از خطای موجود

○ ب) استفاده از ضریب تصحیح اضافی (Overcorrection)

روش‌های حذف Py نقطه 5

❖ روش تکراری:

پس از حذف Py نقطه ۴، مقدار Py نقطه ۵ اندازه گیری گردد و تنها نیمی از Py آن نقطه حذف گردد

سپس فرآیند حذف Py نقاط مجدداً تکرار گردد تا زمانی که: $\omega^{(n)} - \omega^{(n-1)} < 10^{-6} (rad)$

❖ روش استفاده از ضریب تصحیح اضافی (Over-correction):

حذف Py نقاط ۱ الی ۴ مانند قبل انجام می‌شود و برای نقطه ۵ به صورت زیر اقدام صورت می‌گیرد:

ابتدا مقدار k (ضریب تصحیح کلی) محاسبه گردیده:

$$k = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{f}{d} \right)^2 \right)$$

$$\Delta p_5 = k \cdot (-p_5)$$

سپس تصحیح کلی (ΔP_5) به نقاط ۳، ۴، ۵ و ۶ اعمال می‌شود:

ΔP_5	0	0	ΔP_5
P_1	0	0	P_1
ΔP_5	0	0	ΔP_5

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{d}{f} \right)^2} = \frac{p_1}{\Delta p_5}$$

روش‌های حذف Py نقطه 5

تصحیح اضافی: برابر است با اختلاف مقدار تصحیح کلی و پارالاکس موجود در نقطه ۵:

$$\Delta p_5 + p_5 = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{z}{d} \right)^2 \right) (-p_5) + p_5 = \frac{1}{2} \left(-1 + \left(\frac{z}{d} \right)^2 \right) (-p_5)$$

- در روش دوطرفه توجیه نسبی اگر از تصحیح اضافی استفاده نکنیم، مقدار P_5 هیچ گاه صفر نخواهد شد. فقط با افزایش دوره‌های تکرار می‌توان مقدار آن را کوچک نمود.
- علت تکرار تصحیح اضافی بعد از تکرار دوم (یا علت اینکه Py_5 باید صفر باشد اما نیست):

✓ نقاط ۱ تا ۶ متقارن نیستند.

✓ زمین صد در صد مسطح نیست.

✓ تصحیح اضافی در نقطه ۵ با خطا حل شده است.

✓ حذف پارالاکس در نقطه ۱ تا ۴ با خطا همراه بوده است.

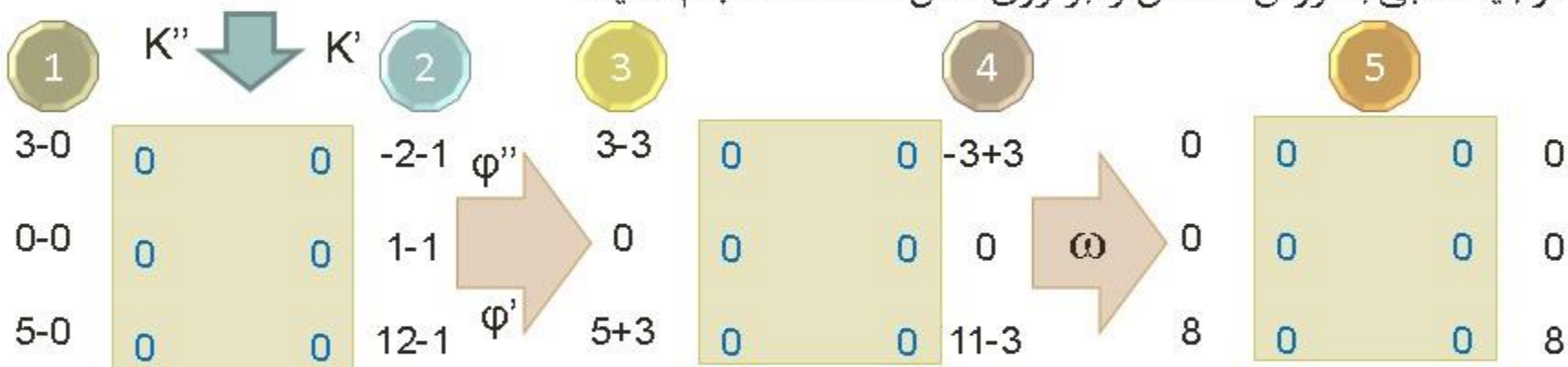
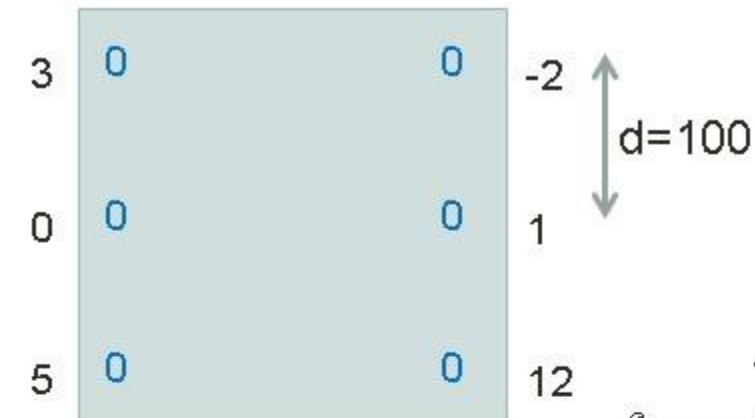
مثالی از توجیه نسبی دو طرفه

□ مدلی با وضعیت روبرو داریم:

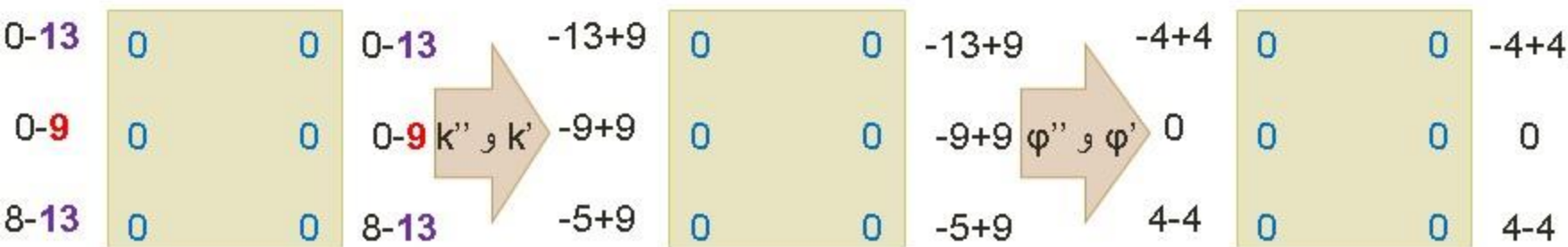
اعداد داده شده، P_y در نقاط می‌باشند.

اگر فاصله کلونی دوربین مورد استفاده ۱۵۰ میلی متر باشد.

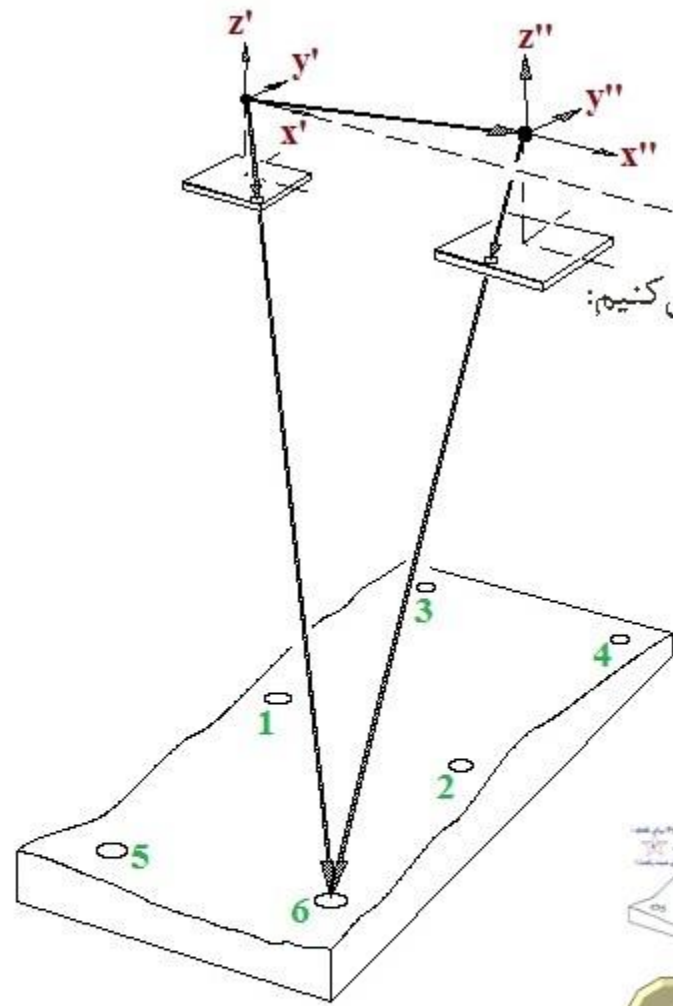
توجیه نسبی به روش مستقل را بر روی مدل داده شده انجام دهید؟



$$k = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{1 \ 5 \ 0}{1 \ 0 \ 0} \right)^2 \right) \xrightarrow{k = \frac{13}{8}} k \cdot p_5 = 13 \rightarrow \frac{p_1}{k \cdot p_5} = \frac{1}{1 + \frac{4}{9}} \rightarrow p_1 = 9$$

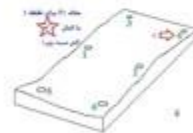
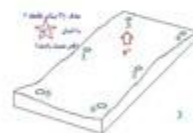
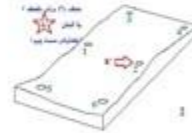
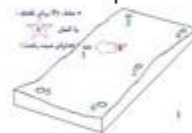


مثالی از توجیه نسبی دو طرفه



جهت یادآوری بخش دو مثال قبل را با مطالب گفته شده دوباره نویسی می کنیم:

- (1) حذف P_y برای نقطه ۱ با المان k'' (کاپای سمت راست)
- (2) حذف P_y برای نقطه ۲ با المان k' (کاپای سمت چپ)
- (3) حذف P_y برای نقطه ۳ با المان φ'' (فی سمت راست)
- (4) حذف P_y برای نقطه ۴ با المان φ' (فی سمت چپ)
- (5) حذف P_y برای نقطه ۵ با المان ω'' یا ω'

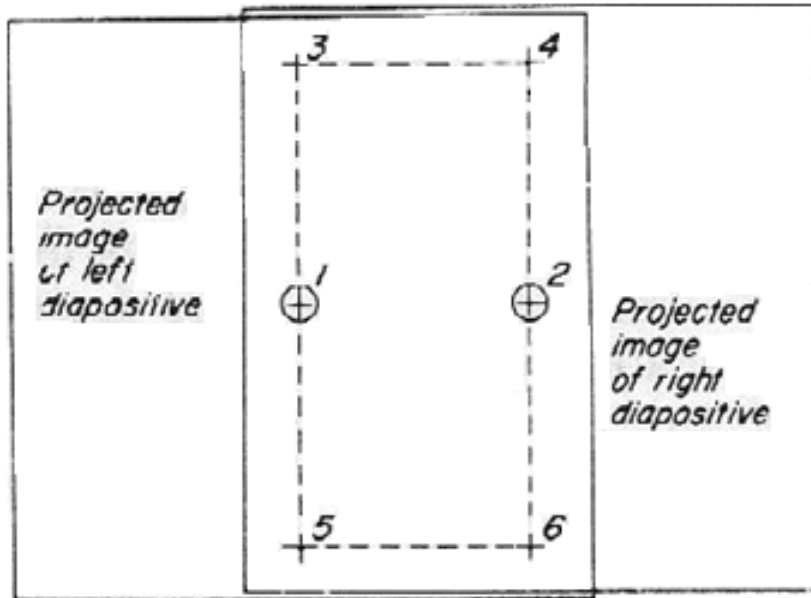


-13	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	-13	→	$-13+9$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$-13+9$	→	$-4+4$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$-4+4$
-9	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	-9	→	$-9+9$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$-9+9$	→	0	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	0
-5	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	-5	→	$-5+9$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$-5+9$	→	$4-4$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$4-4$



انتخاب المانهای مورد نیاز جهت توجیه نسبی یکطرفه

حالت اول: استفاده از المانهای پروژکتور سمت چپ $(b'_y, b'_z, \omega', \varphi', k')$



- حذف P_y نقطه ۱ با المان b'_y
- حذف P_y نقطه ۲ با المان k'
- حذف P_y نقطه ۳ با المان b'_z
- حذف P_y نقطه ۴ با المان φ'
- حذف P_y نقطه ۵ با المان ω'

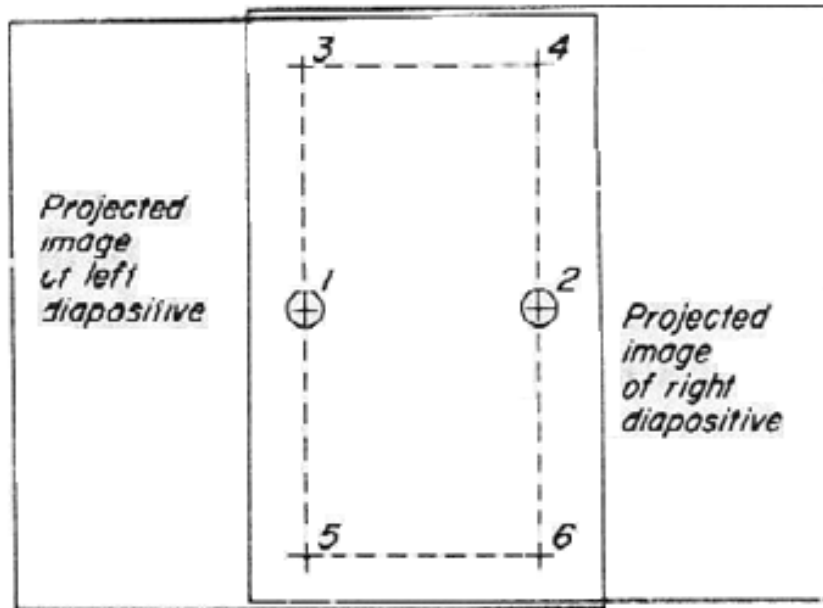
شیوه حذف P_y نقطه ۵ مانند حالت توجیه نسبی دو طرفه است.

• نقطه ۶ برای چک کار و بررسی صحت انجام توجیه نسبی است.

• در نقطه ۶ نیز باید محدوده مدل سه بعدی دیده شود.

انتخاب المانهای مورد نیاز جهت توجیه نسبی یکطرفه

حالت دوم: استفاده از المانهای پروژکتور سمت راست $(b''_y, b''_z, \omega'', \varphi'', k'')$



- حذف P_y نقطه ۲ با المان b''_y
- حذف P_y نقطه ۱ با المان k''
- حذف P_y نقطه ۴ با المان b''_z
- حذف P_y نقطه ۳ با المان φ''
- حذف P_y نقطه ۵ با المان ω''

سایر موارد مشابه حالت‌های قبل است.

معادله شرط توجیه نسبی

بعد از اینکه P_y در نقاط ۱ تا ۵ صفر شد، P_y نقطه‌ی ۶ صفر نیست.

علت:

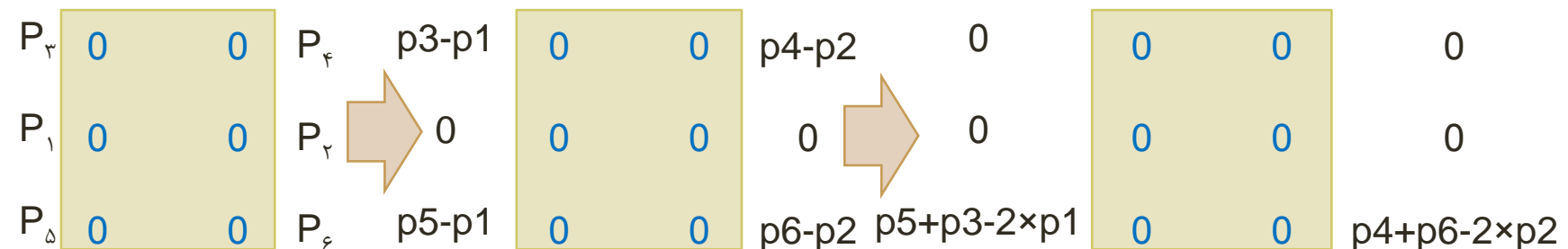
✓ توجیه داخلی غیر کامل است.

✓ خطای سیستماتیک در ساختار دستگاه بیش از نصف ابعاد نقطه نقطه شناور است.

این خطا بین تمام نقاط مدل باید سرشکن شود.

شرط برقراری توجیه نسبی به صورت کامل:

$$p_5 + p_3 - 2p_1 = p_6 + p_4 - 2p_2$$



معادله شرط توجیه نسبی

اگر روی نقطه‌ی ششم P_y باقی بماند باید آن را روی نقاط دیگر سرشکن کرد تا به اندازه‌ای کوچک شود که در حقیقت قابل نظر کردن شود.

اگر معادله‌ی شرط توجیه نسبی برقرار نشود باید P_y باقیمانده را بر روی باقی نقاط سرشکن کرد. در این صورت q را خطای معادله شرط توجیه نسبی می‌نامند. و به صورت زیر سرشکن

$$q = (p_6 + p_4 - 2p_2) - (p_5 + p_3 - 2p_1)$$

می‌شود:



نقاط ۲ و ۳ و ۵ مشابه هم

و نقاط ۱ و ۴ و ۶ دارای علامت مخالف با نقاط قبلی و مشابه هم می‌باشند.

در کدام مدل زیر، بعد از توجیه نسبی هیچ پارالاکس Y در مدل باقی نمی ماند؟

4	0	0	3	(ب)
6	0	0	7	
3	0	0	2	

3	0	0	4	(الف)
6	0	0	3	
7	0	0	2	

7	0	0	3	(د)
2	0	0	3	
6	0	0	4	

7	0	0	2	(ج)
4	0	0	3	
3	0	0	6	



در صورتی که بعد از توجیه نسبی، اعوجاج باقیمانده در مدل به صورت روبرو باشد، مدل با خطاهای سرشکن شده کدام است؟

0	0	0	0
0	0	0	0
-4	0	0	0

-1	0	0	-1
+1	0	0	+1
-1	0	0	-1

(ب)

+1	0	0	-1
-1	0	0	+1
+1	0	0	-1

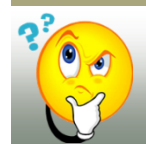
(الف)

0.5	0	0	0.5
-0.5	0	0	-0.5
0.5	0	0	0.5

(د)

-0.5	0	0	0.5
0.5	0	0	-0.5
-0.5	0	0	0.5

(ج)

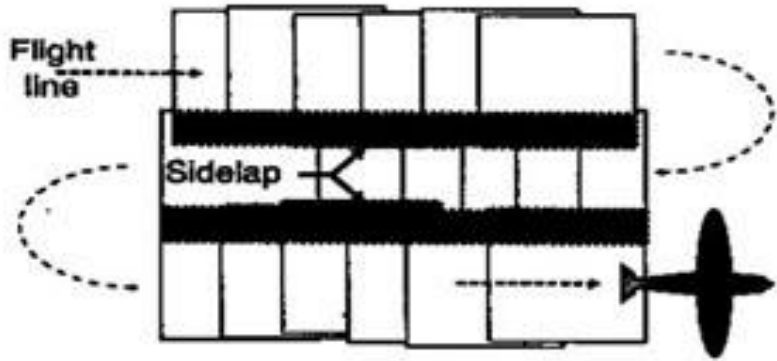


مثال: فرض کنید یک مدل سه بعدی در یک دستگاه تبدیل اپتیکی Multiplex تشکیل شده است (با فاصله اصلی 30mm) و نقاط استاندارد ۲، ۳ و ۴ در فاصله 360mm از پروژکتور واقع شده اند. در صورتی که عکس هوایی با فاصله کانونی 152.40mm و با ابعاد استاندارد 23cm و با پوشش ۶۰ درصد استفاده شده باشد و مقادیر دیفرانسیلی زیر نیز به پروژکتور اعمال شده باشد، مطلوبست محاسبه مقادیر دیفرانسیلی المانهای انتقالی و دورانی برای نقاط ۲، ۳ و ۴ (در صورتی که نقاط ۱، ۲، ۳ و ۴ یک مربع را ایجاد نمایند).

$$db_x = 0.90_{\text{mm}}, db_y = 1.40_{\text{mm}}, db_z = 1.70_{\text{mm}}, d_\omega = d_\phi = d_k = 00^\circ 05'00''$$



مثال



مرحله اول محاسبه موقعیت نقاط ۲، ۳ و ۴ در فضای مدل است، در نتیجه باید باز عکسی، باز دیپوزیتیو و باز مدلی مشخص گردند:

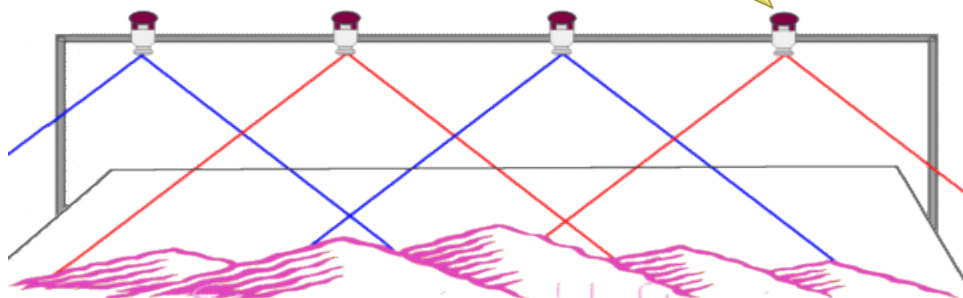
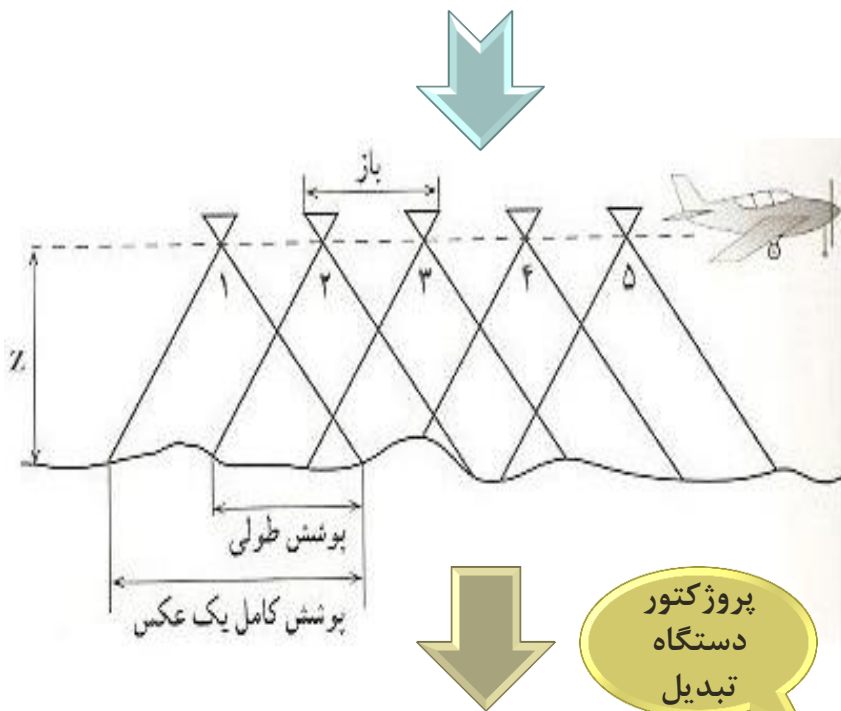
برای محاسبه باز عکسی داریم:

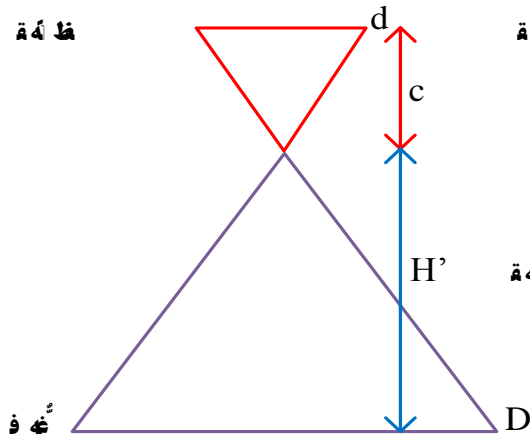
$$b_{\text{aerial photo}} = (1 - \%PE) \times D$$

$$= (1 - 0.6) \times 230_{\text{mm}} = 92_{\text{mm}}$$

همان طور که در بحث توجیه داخلی نیز عنوان شد، در دستگاه‌های اپتیکی اندازه‌ی دیپوزیتیوها بایستی مد نظر قرار گیرد. برای اینکار می‌توان از نسبت‌های

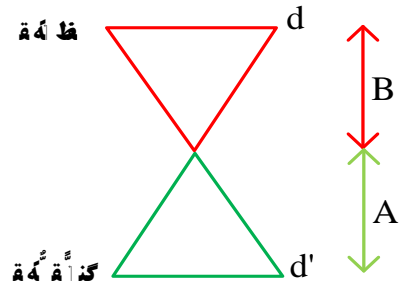
هندسی استفاده نمود.





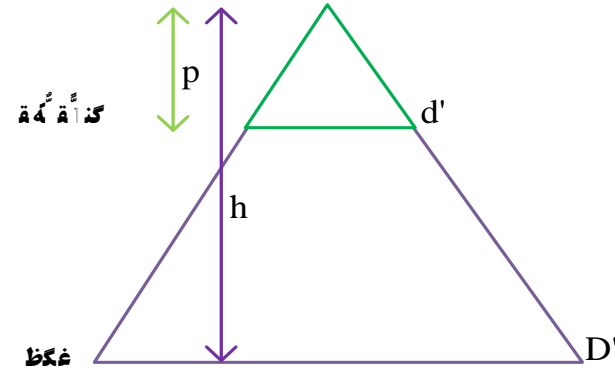
$$\frac{1}{c} + \frac{1}{H'} = \frac{1}{f}$$

فاصله کانونی دوربین تهیه کننده تصاویر



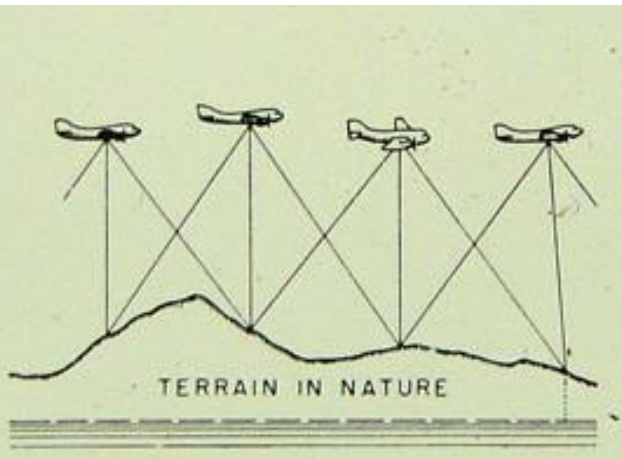
$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{F'}$$

فاصله کانونی عدسی دستگاه



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{h} = \frac{1}{f'}$$

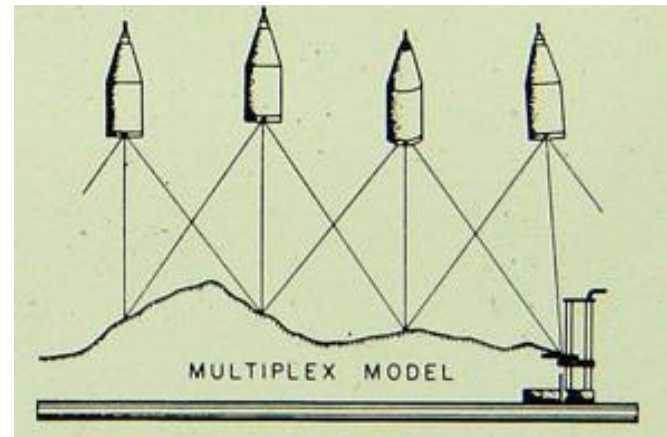
فاصله کانونی پروژکتور (در دستگاه تبدیل)



فاصله اصلی در دستگاه تبدیل

$$\frac{B}{A} = \frac{p}{c}$$

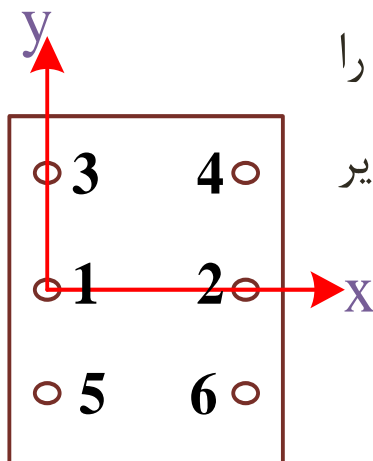
فاصله اصلی دوربین تهیه کننده تصاویر



باز دیاپوزیو و باز مدلی نیز از نسبت‌های زیر مشخص کردند:

$$b_{\text{diapositive}} = b_{\text{aerial photo}} \times \text{بزرگنمایی دستگاه} = 92^{\text{mm}} \times \frac{30}{152.40} = 18.11^{\text{mm}}$$

$$b_{\text{Model}} = b_{\text{diapositive}} \times \text{بزرگنمایی پروژکتور} = 18.11^{\text{mm}} \times \frac{360}{30} = 217.32^{\text{mm}}$$



در صورت سوال ذکر شد که نقاط ۱، ۲، ۳ و ۴ یک مربع را

ایجاد می نمایند، بنابراین برای این نقاط مختصات‌های زیر

را خواهیم داشت:

Point	X	Y
2	+217.32	0
3	0	+217.32
4	+217.32	+217.32



$$db_x = 0.90_{mm}, db_y = 1.40_{mm}, db_z = 1.70_{mm}, d_\omega = d_\phi = d_k = 0.00145_{rad}, Z = 360_{mm}, b = 217.32_{mm}$$

Point	X	Y
2	+217.32	0
3	0	+217.32
4	+217.32	+217.32

$$dX' = db_x' + \frac{X}{h} db_z' + \frac{XY}{h} d\omega' - h \left(1 + \frac{X^2}{h^2} \right) d\phi' - Y dk'$$

$$dY' = db_y' + \frac{Y}{h} db_z' + h \left(1 + \frac{Y^2}{h^2} \right) d\omega' - \frac{XY}{h} d\phi' + X dk'$$

$$dX_2 = +0.90^{mm} + \frac{217.32}{360} \times 1.70^{mm} +$$

$$\frac{217.32 \times 0}{360} (0.00145^{rad}) - 360^{mm} \left(1 + \frac{(217.32)^2}{(360)^2} \right) (0.00145^{ad}) - 0^{mm} \times (0.00145^{ad}) = +1.22^{mm}$$

برای سایر نیز به همین شکل محاسبه می‌گردد.

$$dX_4 = +0.90^{mm} + \frac{217.32}{360} \times 1.70^{mm} +$$

$$\frac{217.32 \times 0}{360} (0.00145^{rad}) - 360^{mm} \left(1 + \frac{(217.32)^2}{(360)^2} \right) (0.00145^{ad}) - 217.32^{mm} \times (0.00145^{ad}) = +1.09^{mm}$$

$$dY_4 = +1.40^{mm} + \frac{217.32}{360} \times 1.70^{mm} +$$

$$360^{mm} \left(1 + \frac{(217.32)^2}{(360)^2} \right) (0.00145^{rad}) - \frac{217.32 \times 217.32}{360} (0.00145^{rad}) + 217.32^{mm} (0.00145^{ad}) = +3.27^{mm}$$



تمرین

جدول زیر متعلق به مثال قبل را تکمیل نمایید.

DIFFERENTIAL	dX_2	dY_2	dX_3	dY_3	dX_4	dY_4
dh_x	+0.90	?	?	?	+0.90	0
dh_y	0	?	?	?	0	+1.40
dh_z	+1.03	?	?	?	+1.03	+1.03
$d\omega$	0	?	?	?	+0.19	+0.71
$d\phi$	-0.71	?	?	?	-0.71	-0.19
$d\kappa$	0	?	?	?	-0.32	+0.32
Total	+1.22	?	?	?	+1.09	+3.27



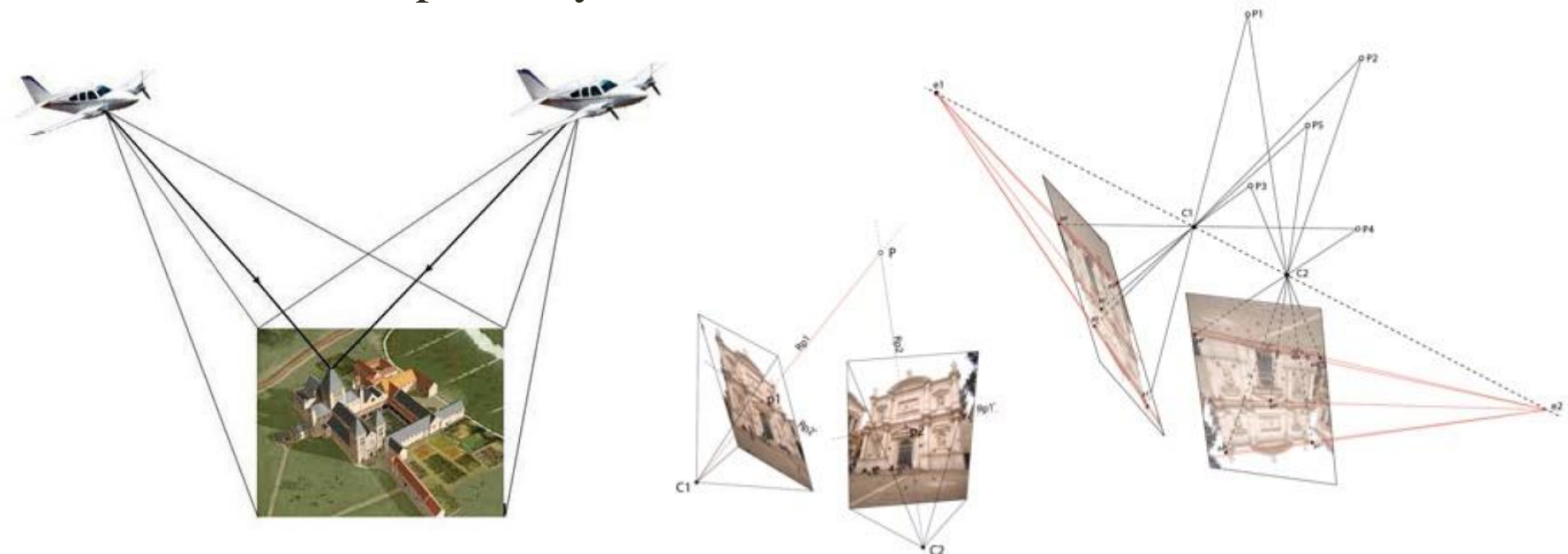
توجیه نسبی تحلیلی (Analytical Rel. Ori.)

روشهای دستگامی و عددی در حل توجیه نسبی کم دقت هستند

روشهای تحلیلی برای همه حالات برقرار است

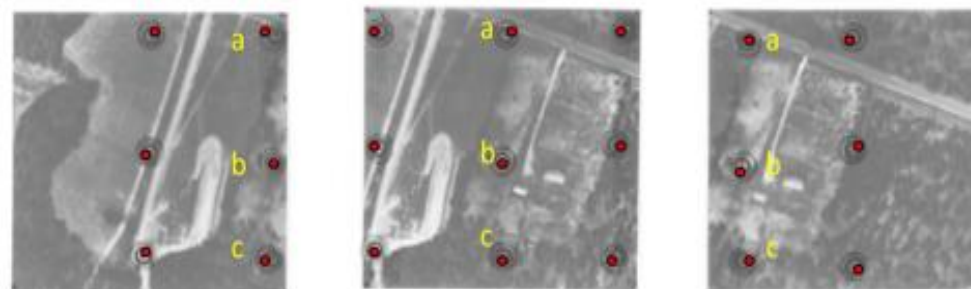
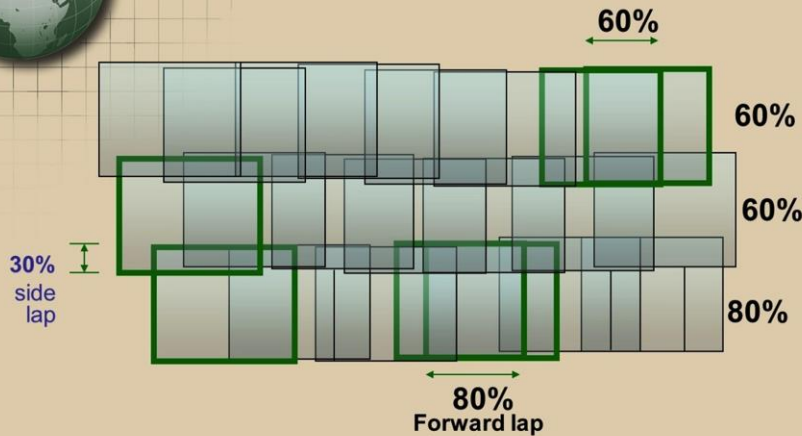
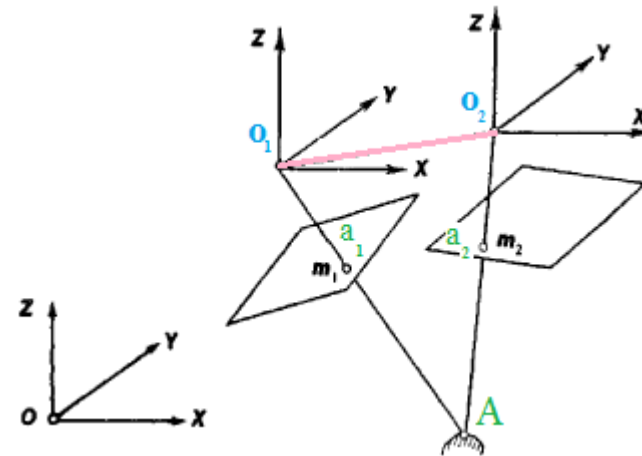
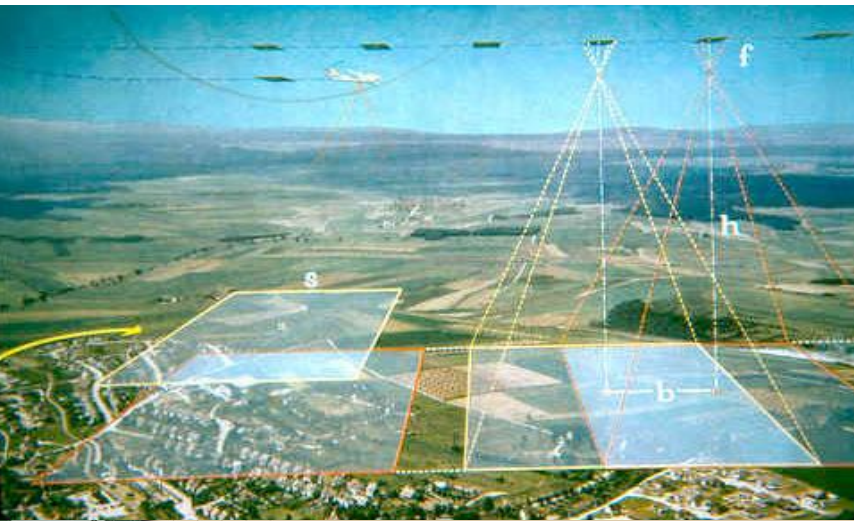
روشهای مورد استفاده در توجیه نسبی تحلیلی :

- معادله شرط هم خطی (Co-linearity Condition equation)
- معادله شرط هم صفحه‌ای (Co-planarity Condition equation)



توجیه نسبی تحلیلی با معادله شرط هم‌خطی

در توجیه نسبی رقومی هدف این است که عکس‌ها را طوری دوران دهیم تا امتداد و تقاطع شعاع‌ها بر روی یک نقطه یکدیگر را قطع کنند.



توجیه نسبی تحلیلی با معادله شرط همخطی

- قبل از انجام توجیه نسبی فضای مدلی مجهول است (X_A, Y_A, Z_A) .
 - به ازای هر نقطه مدلی دو نقطه عکسی متناظر خواهیم داشت (a', a'')
 - از طرفی می دانیم که تعداد مجهولات توجیه نسبی برابر ۵ می باشد.
- که مشاهده بر اساس آنها انجام می شود (مقادیر معلوم)، به عبارتی به ازای هر نقطه چهار معادله خواهیم داشت: ۲ معادله در عکس چپ و دو معادله در عکس راست $(X'_a, Y'_a \& X''_a, Y''_a)$
- بنابراین برای n نقطه خواهیم داشت:

$$5 + 3 \times (\text{تعداد نقاط مدلی یا } n) = \text{تعداد مجهولات}$$

$$2 \times 2 \times (\text{تعداد نقاط مدلی یا } n) = \text{تعداد معادلات}$$

$$n = 5 \rightarrow 3 \times n + 5 \leq 4 \times n : \text{حداقل تعداد نقاط برای حل}$$

برای حل توجیه نسبی: حداقل تعداد نقاط مدل، ۵ عدد می باشد $(df=0)$

تذکر: مزیت روش توجیه نسبی با مدل شرط همخطی: محاسبه همزمان مختصات نقاط مدلی

توجیه نسبی تحلیلی با معادله شرط هم‌خطی

در ادامه برای نمونه توجیه نسبی وابسته سمت راست را مورد بررسی قرار خواهیم داد:

برای توجیه نسبی با معادله شرط هم‌خطی نیاز به خطی سازی داریم

$$F = x_o - f \frac{r}{q} - x_i = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_i - X_o) + m_{12}(Y_i - Y_o) + m_{13}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right] - x_i$$

$$G = y_o - f \frac{s}{q} - y_i = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_i - X_o) + m_{22}(Y_i - Y_o) + m_{23}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right] - y_i$$

برای نقطه‌ی دلخواهی مثل $i=p$ خواهیم داشت:

$$v_{x_p} = J +$$

$$b_{11}d\omega + b_{12}d\phi + b_{13}dk + \\ -b_{14}dX_o - b_{15}dY_o - b_{16}dZ_o + \\ b_{14}dX_p + b_{15}dY_p + b_{16}dZ_p$$

$$v_{y_p} = k +$$

$$b_{21}d\omega + b_{22}d\phi + b_{23}dk + \\ -b_{24}dX_o - b_{25}dY_o - b_{26}dZ_o + \\ b_{24}dX_p + b_{25}dY_p + b_{26}dZ_p$$

توجیه نسبی یکطرفه سمت راست

$$(X_p, Y_p, Z_p)$$

قبل از انجام توجیه نسبی فضای مدلی مجهول است

چون توجیه نسبی یکطرفه سمت راست است، بنابراین المان‌های مرتبط با عکس چپ ثابت است و متغیر نمی‌باشد، و تنها عکس راست حرکت داده می‌شود

المان b_x معلوم فرض می‌شود در نتیجه ۵ المان مجهول توجیه خواهیم داشت

$$(\delta\omega'', \delta\varphi'', \delta\kappa'', \delta Y_o'', \delta Z_o'')$$

مقادیر اولیه در فضای مدل به صورت مختصات عکسی سمت چپ می‌باشد

$$(x_p' - x_o, y_p' - y_o, -f)^T = (X_p, Y_p, Z_p)^T$$

هر نقطه مدلی دو نقطه عکسی متناظر خواهیم داشت که مشاهده بر اساس آنها انجام می‌شود (مقادیر

به عبارتی به ازای هر نقطه چهار معادله خواهیم داشت. (x_p', y_p') ، (x_p'', y_p'')

در نتیجه مجهولات ما در این روش برابر خواهند شد با پارامتر مجهول عکس سمت راست

(مجهولات توجیه نسبی) و مختصات مدلی هریک از نقاط (فرض نقاط A تا F مد نظر باشد)

Δ_2^e
 C_A
 C_B
 C_C
 C_D
 C_E
 C_F

توجیه نسبی یکطرفه سمت راست

فرض: از شش نقطه عکسی نظیر برای انجام توجیه نسبی استفاده نماییم. $P = A \text{ or } B \text{ or } C \text{ or } D \text{ or } E \text{ or } F$

- Fix the left photo:

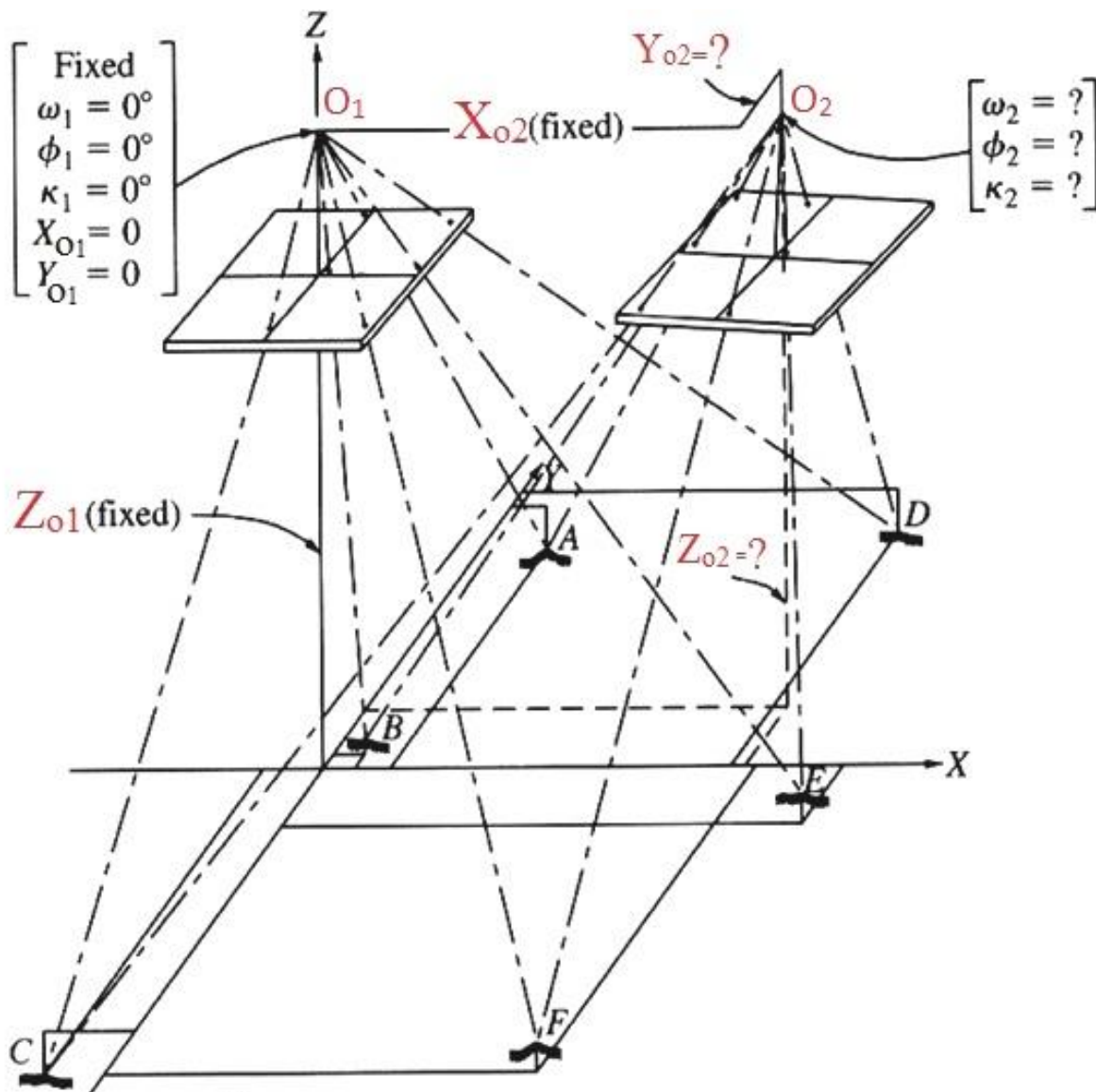
- $\omega_1 = 0$
- $\phi_1 = 0$
- $\kappa_1 = 0^\circ$
- $K_1 = 0$
- $X_{O_1} = 0$
- $Y_{O_1} = 0$
- $Z_{O_1} = \text{fixed}$

- Fix the photo base:

- $X_{O_2} = X_{O_1} + b = b$

- Solve for:

- $\omega_2 = ?$
- $\phi_2 = ?$
- $\kappa_2 = ?$
- $Y_{O_2} = ?$
- $Z_{O_2} = ?$



توجیه نسبی یکطرفه سمت راست

مقادیر اولیه برای توجیه نسبی یکطرفه سمت راست:

$$X_o' = Y_o' = 0 \quad Z_o' = f \quad \omega' = \varphi' = \kappa' = 0 \quad \text{معادلات سمت چپ:}$$

$$v'_{x_p} = b'_{14} dX'_p + b'_{15} dY'_p + b'_{16} dZ'_p + J \quad v'_{y_p} = b'_{24} dX'_p + b'_{25} dY'_p + b'_{26} dZ'_p + K'$$

$$b_x = X_o'' - X_o' \quad X_o'' = b_{photo} \quad \delta X_o = 0 \quad \text{معادلات سمت راست:}$$

$$v''_{x_p} = b''_{11} d\omega'' + b''_{12} d\varphi'' + b''_{13} dk'' + b''_{14} dX_p'' + b''_{15} dY_p'' + b''_{16} dZ_p'' + J''$$

$$v''_{y_p} = b''_{21} d\omega'' + b''_{22} d\varphi'' + b''_{23} dk'' + b''_{24} dX_p'' + b''_{25} dY_p'' + b''_{26} dZ_p'' + K''$$

$$-b''_{15} dY_o'' - b''_{16} dZ_o'' + \quad -b''_{25} dY_o'' - b''_{26} dZ_o'' +$$

$$\left(x_p' - x_o, y_p' - y_o, 0 \right)^T = \left(X_p, Y_p, Z_p \right)^T \quad \text{سایر مقادیر اولیه:}$$

$$Y_o'' = 0 \quad Z_o'' = f \quad \omega'' = \varphi'' = \kappa'' = 0$$

توجیه نسبی یکطرفه سمت راست

ماتریس طراحی A

0	0	0	0	0	b'_{14a}	b'_{15a}	b'_{16a}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	b'_{24a}	b'_{25a}	b'_{26a}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{14b}	b'_{15b}	b'_{16b}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{24b}	b'_{25b}	b'_{26b}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{14c}	b'_{15c}	b'_{16c}	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{24c}	b'_{25c}	b'_{26c}	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{14d}	b'_{15d}	b'_{16d}	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{24d}	b'_{25d}	b'_{26d}	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{14e}	b'_{15e}	b'_{16e}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{24e}	b'_{25e}	b'_{26e}	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{14f}	b'_{15f}	b'_{16f}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b'_{24f}	b'_{25f}	b'_{26f}
b''_{11a}	b''_{12a}	b''_{13a}	$-b''_{15a}$	$-b''_{16a}$	b''_{14a}	b''_{15a}	b''_{16a}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b''_{21a}	b''_{22a}	b''_{23a}	$-b''_{25a}$	$-b''_{26a}$	b''_{24a}	b''_{25a}	b''_{26a}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b''_{11b}	b''_{12b}	b''_{13b}	$-b''_{15b}$	$-b''_{16b}$	0	0	0	b''_{14b}	b''_{15b}	b''_{16b}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b''_{21b}	b''_{22b}	b''_{23b}	$-b''_{25b}$	$-b''_{26b}$	0	0	0	b''_{24b}	b''_{25b}	b''_{26b}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b''_{11c}	b''_{12c}	b''_{13c}	$-b''_{15c}$	$-b''_{16c}$	0	0	0	0	0	0	b''_{14c}	b''_{15c}	b''_{16c}	0	0	0	0	0	0
b''_{21c}	b''_{22c}	b''_{23c}	$-b''_{25c}$	$-b''_{26c}$	0	0	0	0	0	0	b''_{24c}	b''_{25c}	b''_{26c}	0	0	0	0	0	0
b''_{11d}	b''_{12d}	b''_{13d}	$-b''_{15d}$	$-b''_{16d}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b''_{14d}	b''_{15d}	b''_{16d}	0	0	0
b''_{21d}	b''_{22d}	b''_{23d}	$-b''_{25d}$	$-b''_{26d}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b''_{24d}	b''_{25d}	b''_{26d}	0	0	0
b''_{11e}	b''_{12e}	b''_{13e}	$-b''_{15e}$	$-b''_{16e}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b''_{14e}	b''_{15e}	b''_{16e}
b''_{21e}	b''_{22e}	b''_{23e}	$-b''_{25e}$	$-b''_{26e}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b''_{24e}	b''_{25e}	b''_{26e}	0	0	0
b''_{11f}	b''_{12f}	b''_{13f}	$-b''_{15f}$	$-b''_{16f}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b''_{14f}	b''_{15f}	b''_{16f}
b''_{21f}	b''_{22f}	b''_{23f}	$-b''_{25f}$	$-b''_{26f}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b''_{24f}	b''_{25f}	b''_{26f}

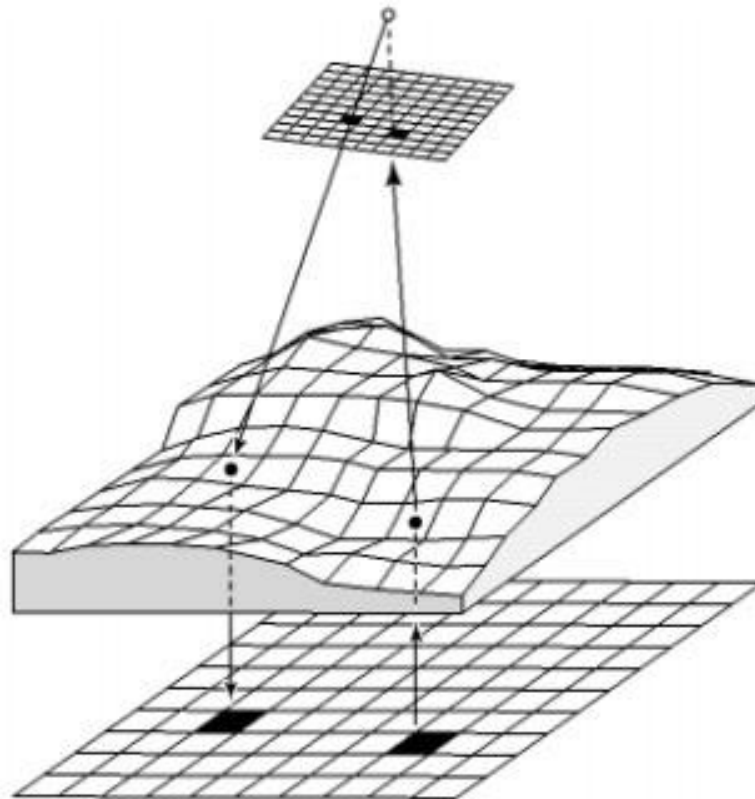
برای انجام توجیه نسبی یک زوج عکس، اگر پارامترهای انتقالی بین مراکز تصویر معلوم باشد، حداقل به چند جفت نقطه متناظر نیاز است؟

الف) دو ب) سه ج) چهار د) پنج

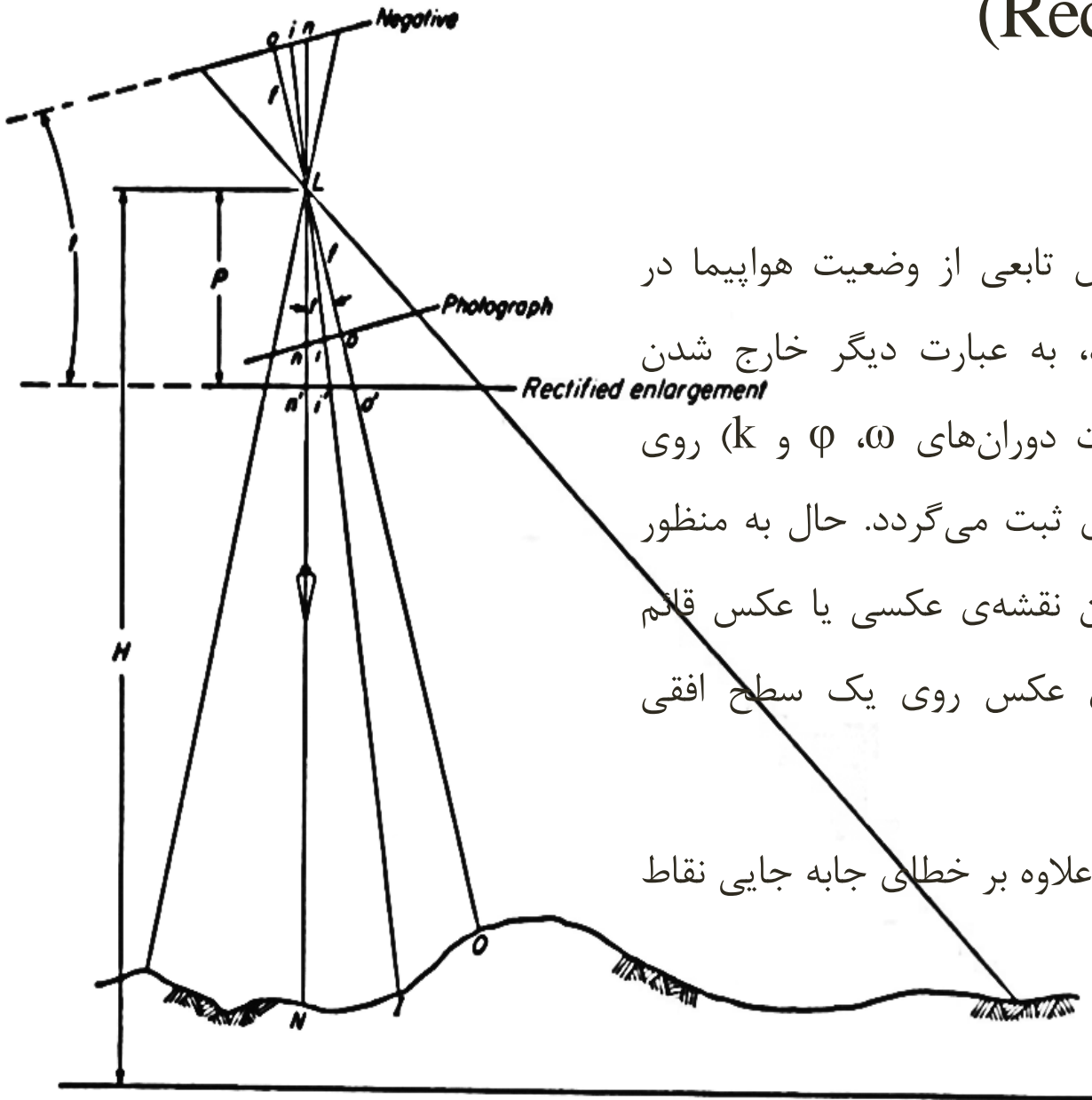


ترمیم و ارتوفتو

Rectification and Ortho-photo



ترمیم (Rectification)



Tilted photograph and rectified enlargement

اطلاعات ثبت شده روی عکس تابعی از وضعیت هواپیما در لحظه‌ی عکس‌برداری می‌باشد، به عبارت دیگر خارج شدن هواپیما از حالت قائم (به علت دوران‌های ω ، ϕ و k) روی عکس در لحظه‌ی عکس‌برداری ثبت می‌گردد. حال به منظور استفاده از این عکس به عنوان نقشه‌ی عکسی یا عکس قائم بایستی کلیه‌ی اطلاعات روی عکس روی یک سطح افقی (نقشه عکسی) تصویر گردد.

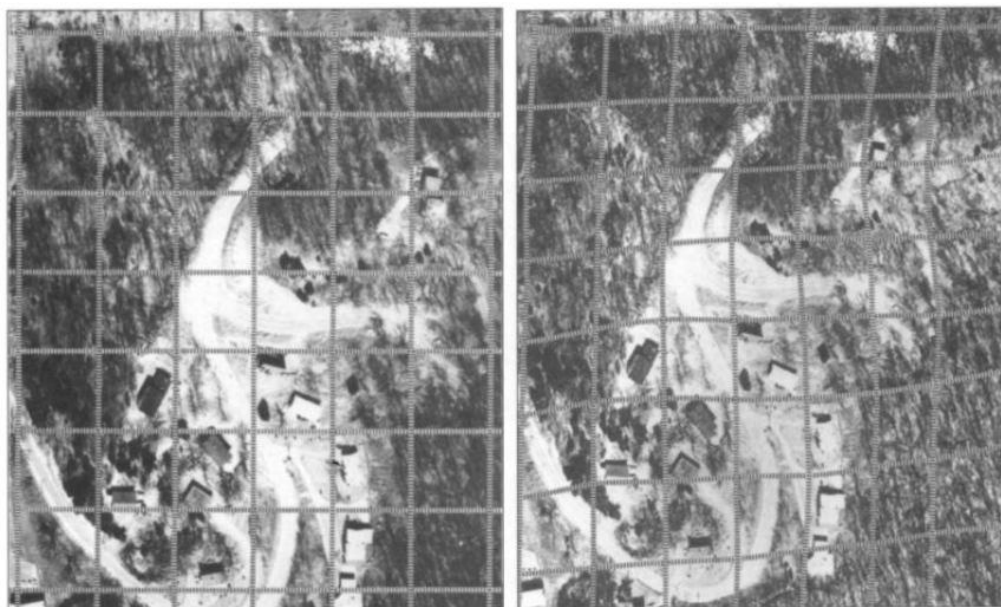
در صورت مسطح نبودن زمین علاوه بر خطای جابه‌جایی نقاط ناشی از دوران هواپیما (تیلت)،

خطای ناشی از تغییر ارتفاع

عوارض زمین روی عکس نیز وجود دارد.

برای تهیه عکس قائم از عکس تیلت دار دو روش عمده ترمیم و اورتوفتو وجود دارد.

- **ترمیم:** به عمل تهیه عکس قائم از عکس تیلت دار از طریق حذف جابجایی ناشی از تیلت ترمیم می گویند. که محصول این کار عکس ترمیم شده (Rectified Photo) می باشد. در چنین عکسی جابه جایی ناشی از اختلاف ارتفاع همچنان وجود دارد.





Tilted Image



Rectified Image

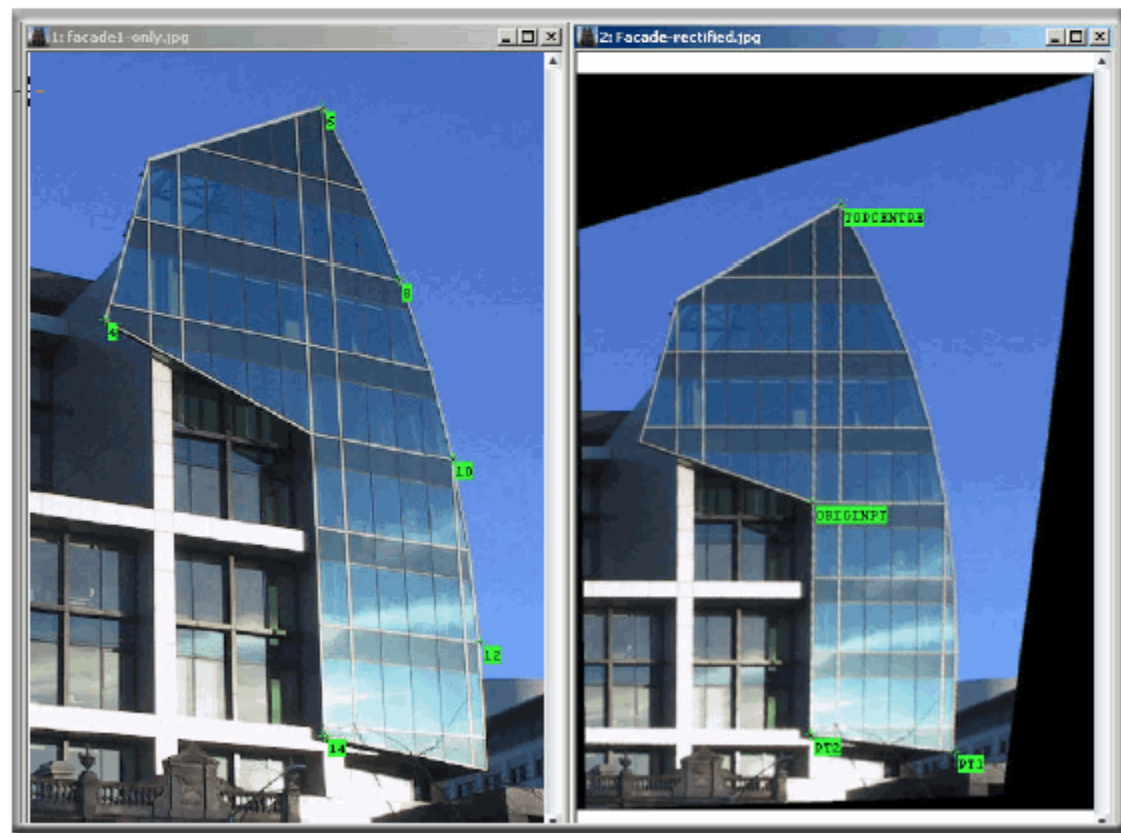
XYRectify creates rectified images from oblique images of planar surfaces.

XYRectify.exe is a standalone utility program that is offered with iWitnessPRO. The program is easy to use and is accompanied by a nine page user manual called "XYRectify.pdf". For more information, refer to the iWitnessPRO CD.

www.iwitnessphoto.com

اسلاید قبل نمونه‌ای از یک عکس هوایی ترمیم شده را نشان می‌دهد.

در فتوگرامتری برد کوتاه نیز گاهی در کاربردهای مختلف نیاز به ترمیم عکس وجود دارد، شکل مقابل نمونه‌ای از این کار را نشان می‌دهد.

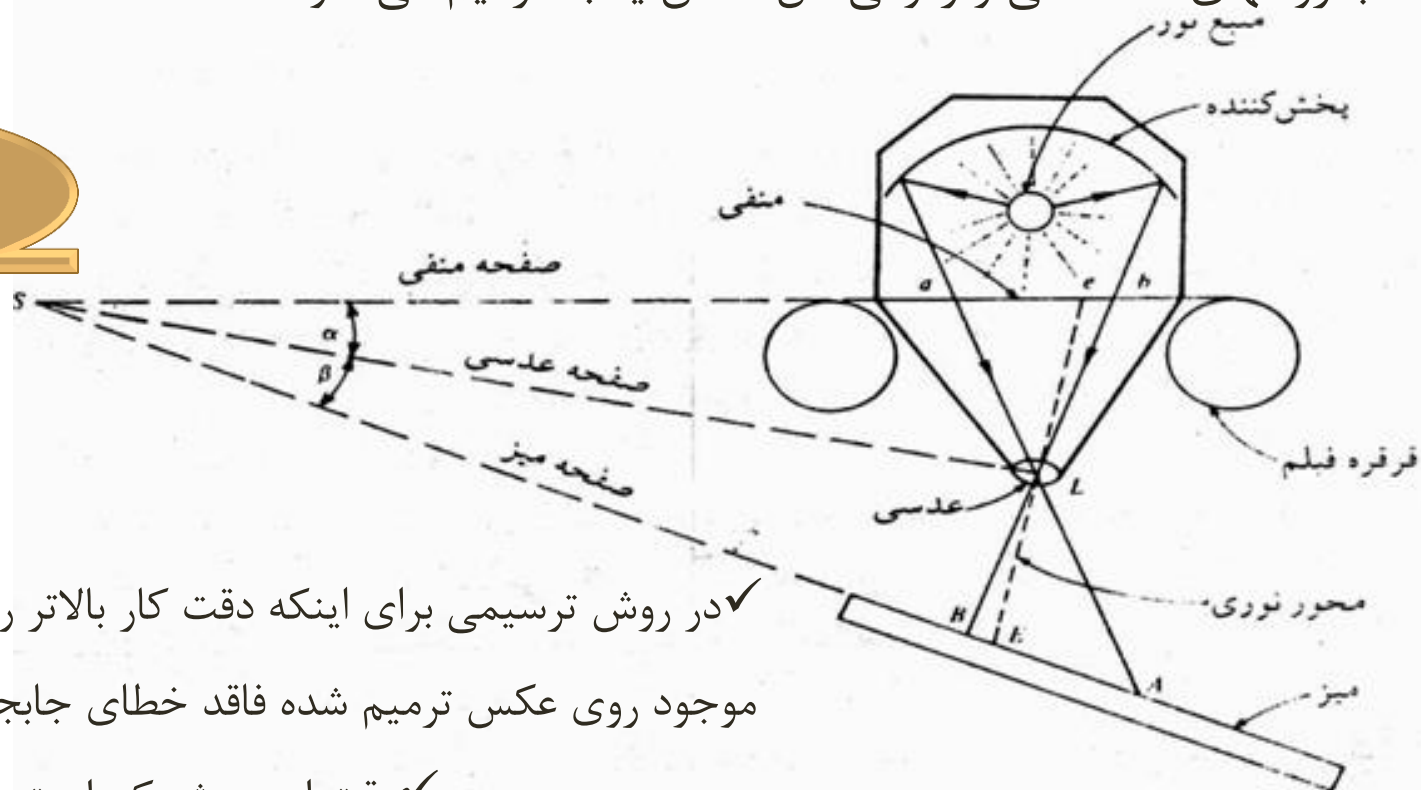


روشهای ترمیم:

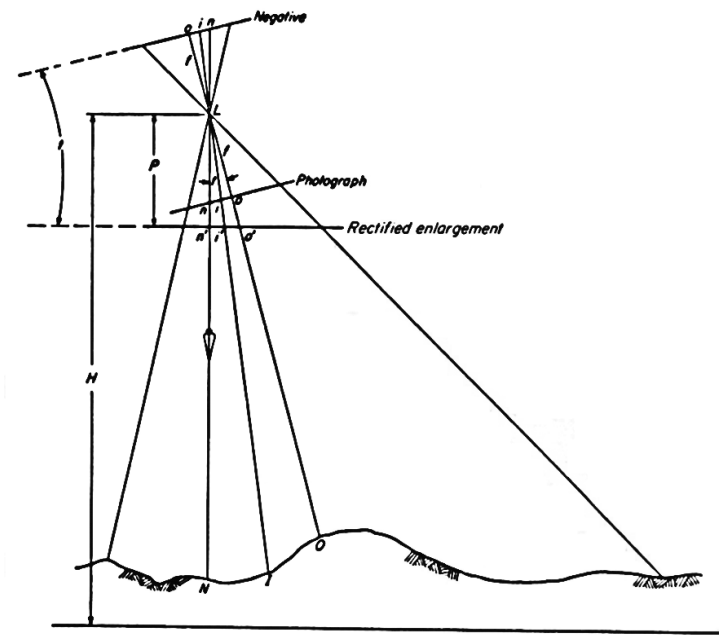
۱. ترسیمی یا گرافیکی
۲. دستگاهی (دستگاه نوری - مکانیکی)
۳. تحلیلی
۴. رقومی

در روشهای ترسیمی و تحلیلی عمل ترمیم به صورت نقطه به نقطه انجام می گیرد، اما با روشهای دستگاهی و رقومی کل عکس یکجا ترمیم می شود.

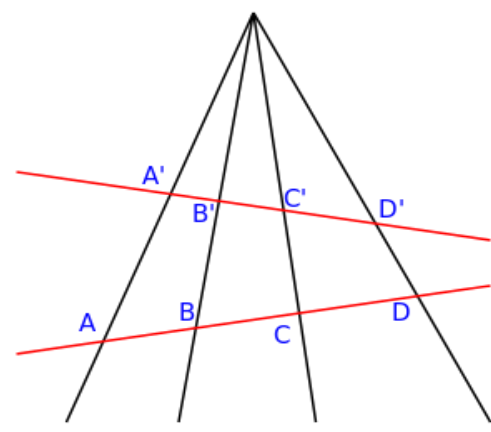
دستگاه ترمیم



- ✓ در روش ترسیمی برای اینکه دقت کار بالاتر رود باید نقاط کنترل موجود روی عکس ترمیم شده فاقد خطای جابجایی ارتفاعی باشند.
- ✓ دقت این روش کم است.

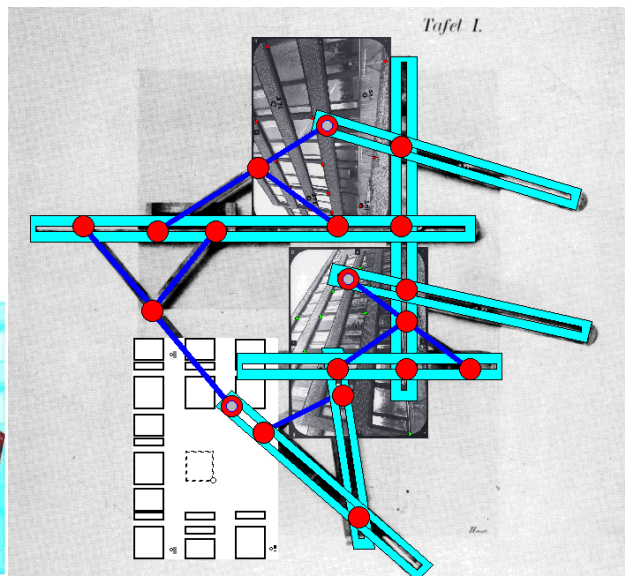
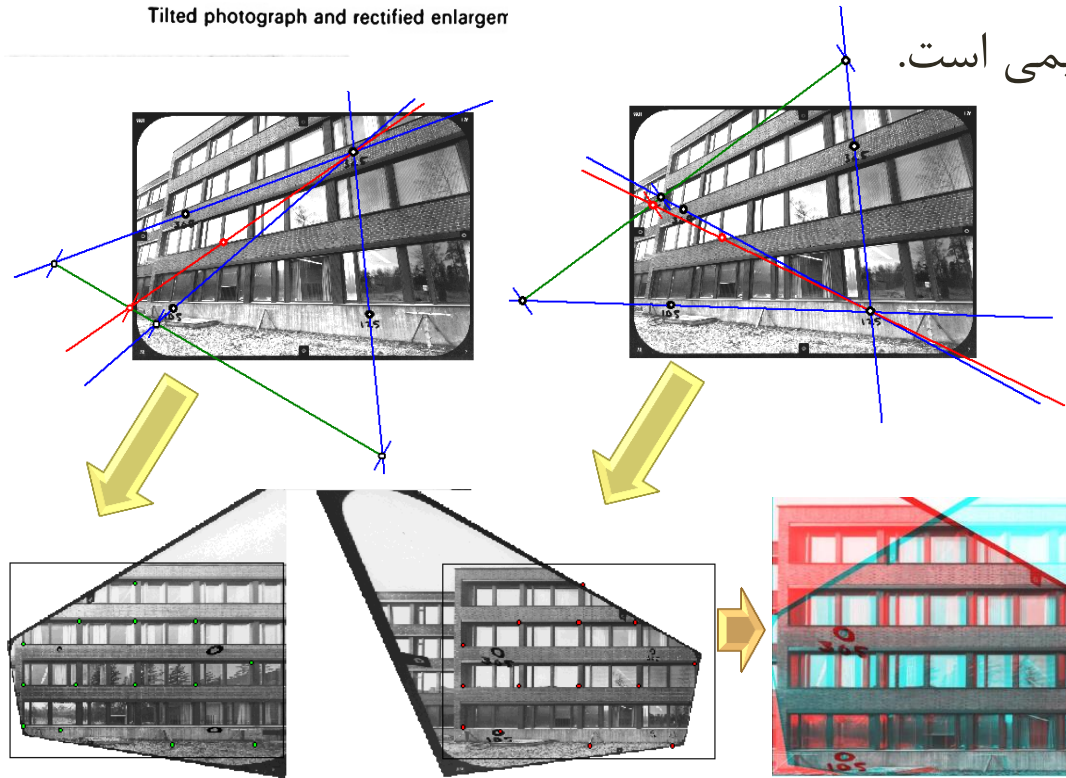


Tilted photograph and rectified enlarger



در روش ترمیم ترسیمی از مفهوم تقسیم توافقی
Cross Ratio (نسبت تشابه خطوط متقارب)

استفاده می شود که مبنای روش ترسیمی است.

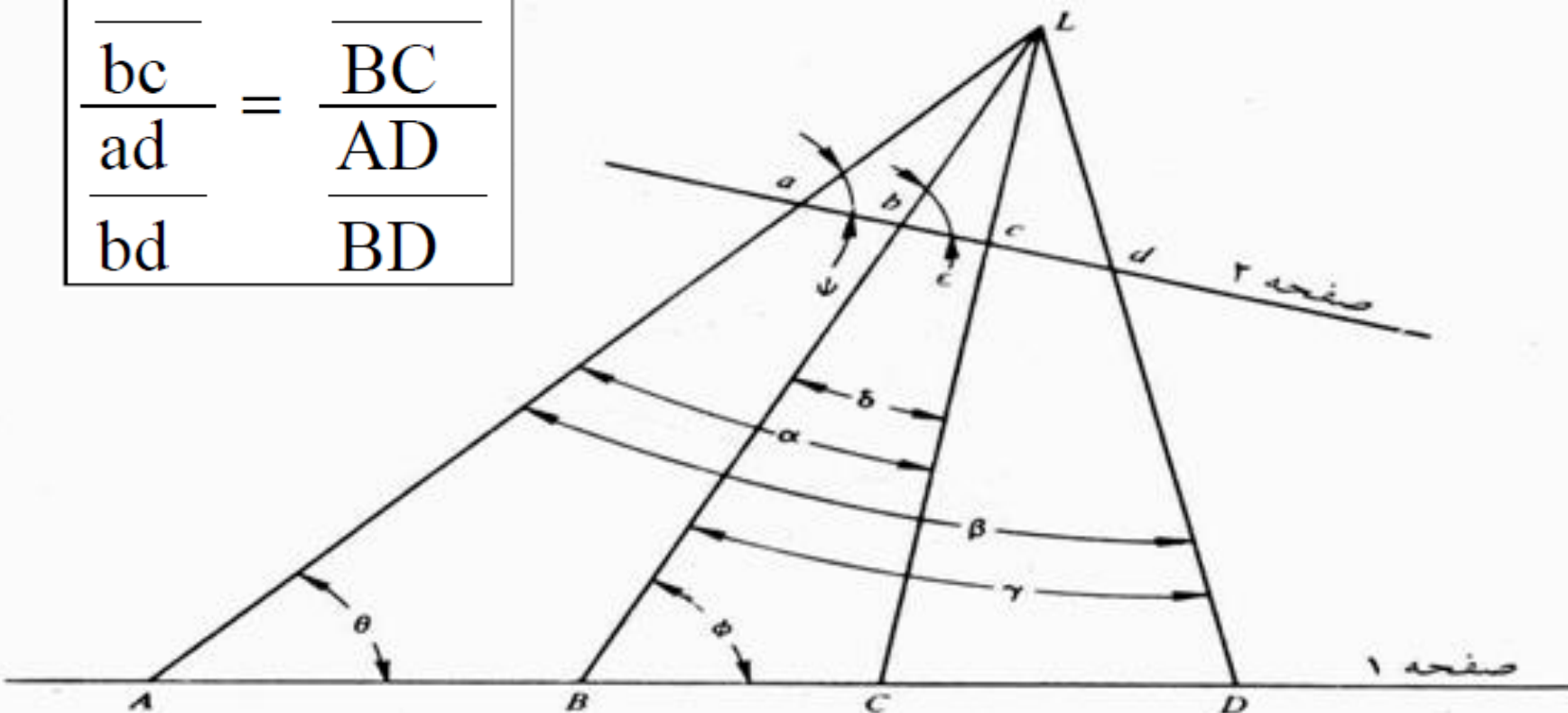


نظریه نسبت تشابه خطوط متقارب:

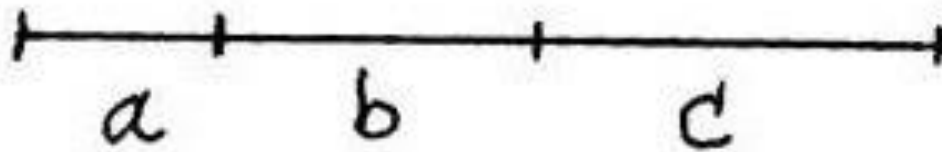
اگر مطابق شکل چهار خط از یک نقطه بگذرند (مرکز پرسپکتیو) و دو خط (صفحه عکسی و زمینی) را در نقاطی قطع نمایند، می توان روابط زیر را بیان کرد.

$$\frac{ac}{bc} = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{ad}{bd} = \frac{AD}{BD}$$



خطی مستقیم روی زمین ترسیم کرده و آن را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کرده و علامت می‌زنیم. سپس به صورت مایل از آن عکسبرداری می‌کنیم. اگر طبق شکل زیر فواصل اندازه‌گیری شده روی عکس برابر $a = 10$ پیکسل و $c = 30$ پیکسل باشد مقدار b چند پیکسل است؟ راهنمایی: نسبت توافقی یا نسبت نسبت‌های طول‌های متناظر ثابت است.



۱۶ (۱)

۲۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۱ (۴)



❖ روش تحلیلی:

در روش تحلیلی معادلات شرط هم‌خطی مورد استفاده قرار گرفته و در نهایت از معادله پروژکتیو دو بعدی برای عملیات ترمیم استفاده می‌گردد.

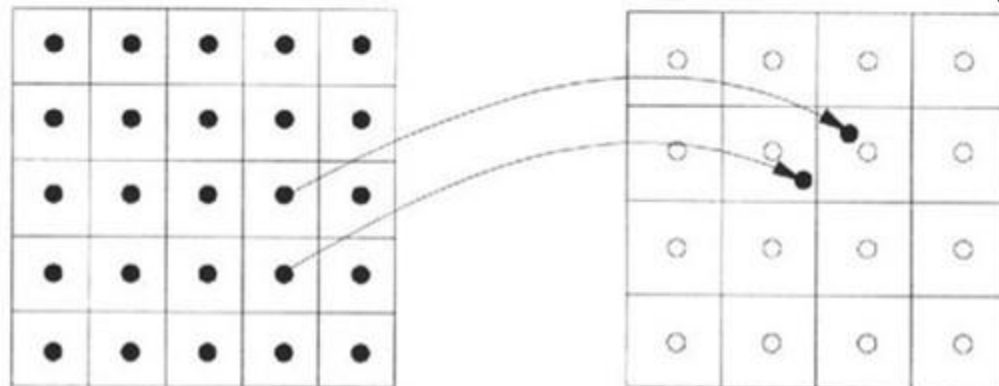
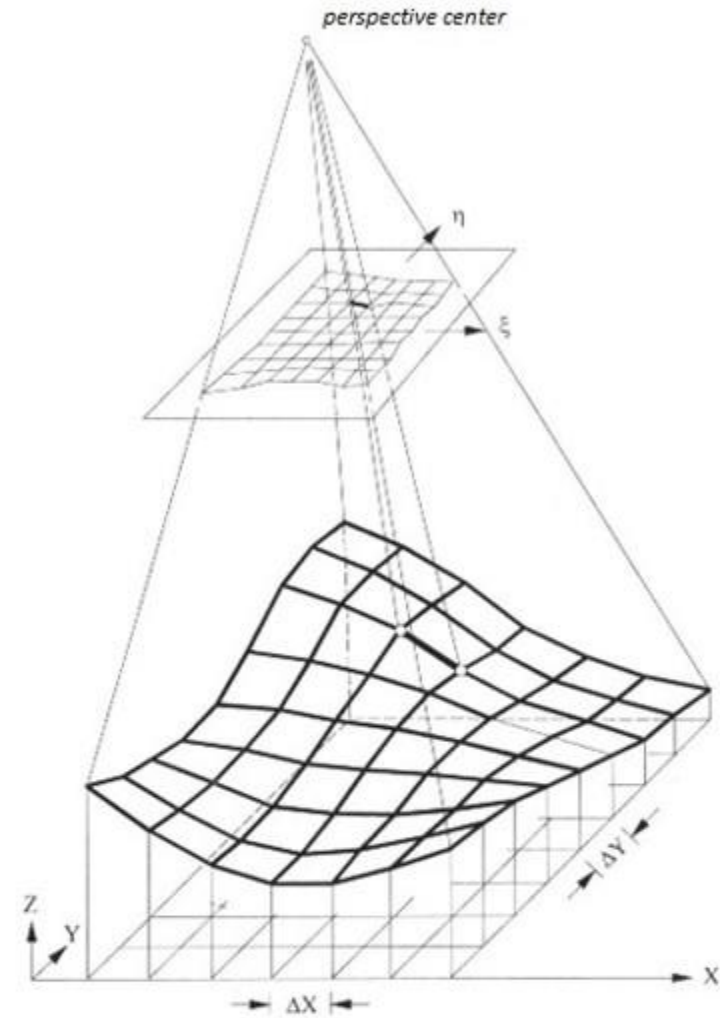
❖ روش رقومی:

علاوه بر انتقال هندسی و محاسبه‌ی مختصات، تصویر رقومی ترمیم شده نیز بدست می‌آید.

ورودی: تصویر مایل + حداقل ۴ نقطه کنترل زمینی

خروجی: تصویر ترمیم‌یافته (زمین مرجع شده)

پس از انجام محاسبات، تصویر جدید با درجات خاکستری تصویر اولیه بازسازی می‌شود (روش‌های Re-sampling).

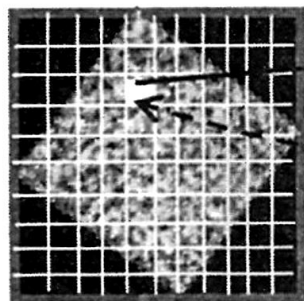


مراحل:

حل انتقال هندسی پروژکتیو به مانند روش تحلیلی

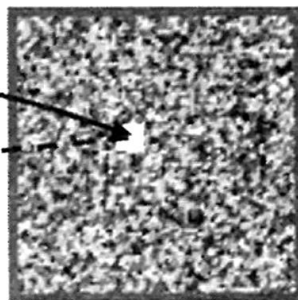
نمونه برداری دوباره تصویر (باز نمونه برداری تصویر):

شبکه منظم نهایی با
خصوصیات هندسی
واقعی



تصویر تصحیح شده

پیدا کردن محل پیکسل
در تصویر اصلی



تصویر تصحیح نشده

انتقال درجه خاکستری
از تصویر اصلی

✓ مستقیم

✓ معکوس

معروف ترین روش های نمونه برداری مجدد عبارت اند از:

Nearest Neighbour : روش نمونه برداری نزدیکترین همسایه

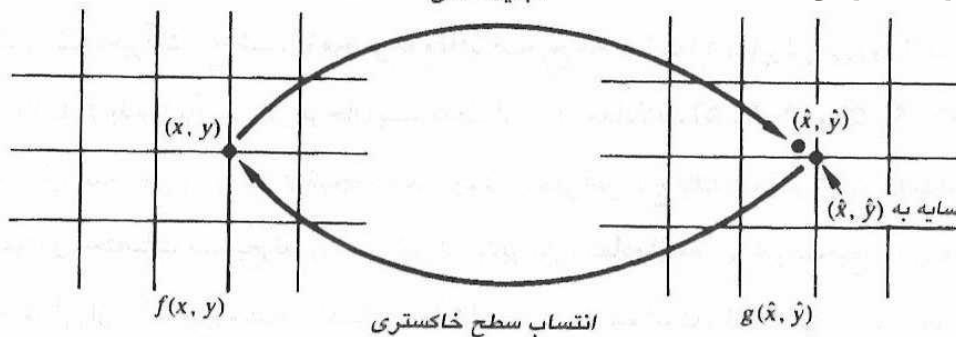
در روش نزدیکترین همسایه عملاً هیچ گونه

محاسبه بیشتری انجام نمی پذیرد. فقط

مقدار درجه خاکستری پیکسلی انتخاب

می شود که به موقعیت نقطه در تصویر نزدیکترین باشد.

تبدیل مکانی

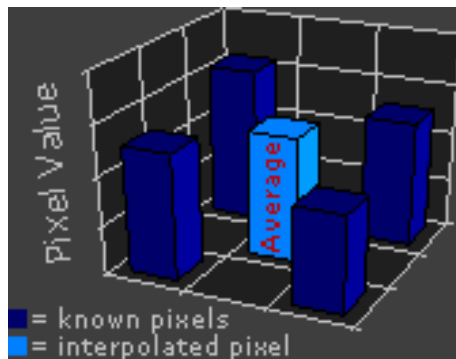
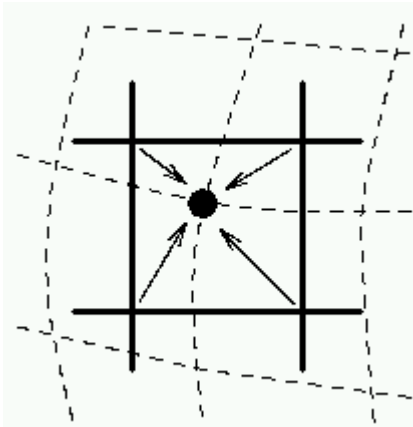


انتساب سطح خاکستری

درونیابی سطح خاکستری بر اساس مفهوم نزدیکترین همسایه

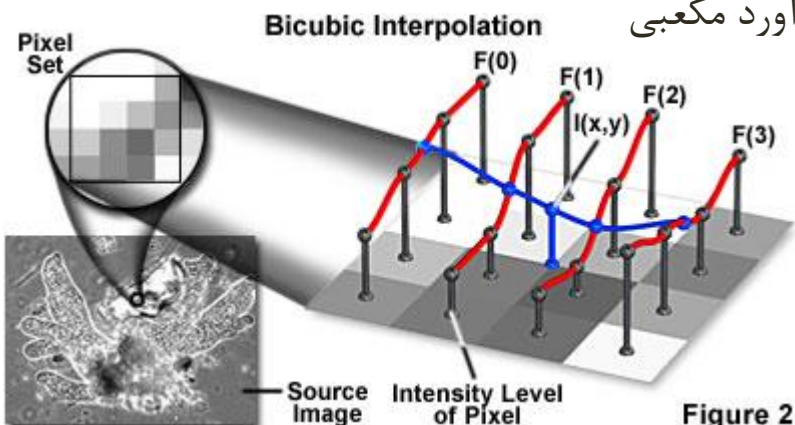
Bilinear Interpolation: روش درون یابی دو خطی

در این روش از چهار پیکسل همسایه نقطه در تصویر استفاده شده و میان آنها درون یابی برای یافتن درجه خاکستری نقطه مورد نظر انجام می گردد. در عمل یک صفحه به چهار درجه خاکستری همسایه برازش داده شده و سپس درجه خاکستری نقطه مورد نظر محاسبه می شود. با توجه به محاسبات بیشتر این روش نسبت به روش نزدیکترین همسایه، زمان بیشتری را نیاز دارد. علاوه بر این، این روش درون یابی باعث می شود تا تصویری نرم تر ایجاد شود و بنابراین بعضی از لبه‌های بسیار بارز در تصویر تصحیح نشده، در تصویر نهایی ممکن است کمی مبهم شوند (Blur).



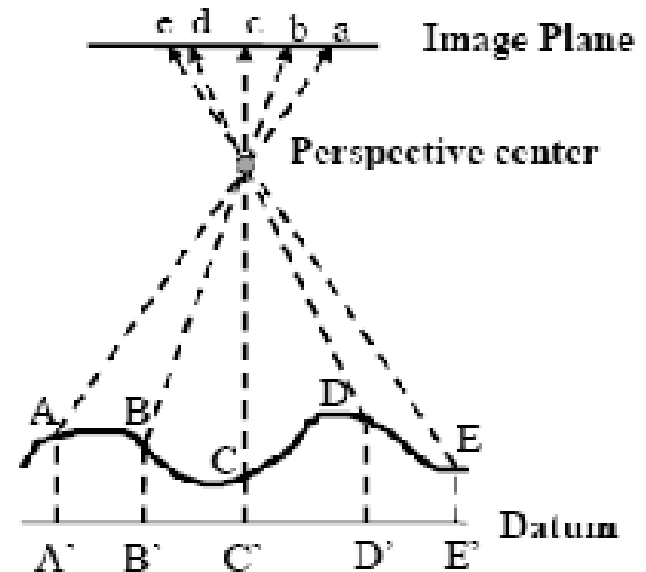
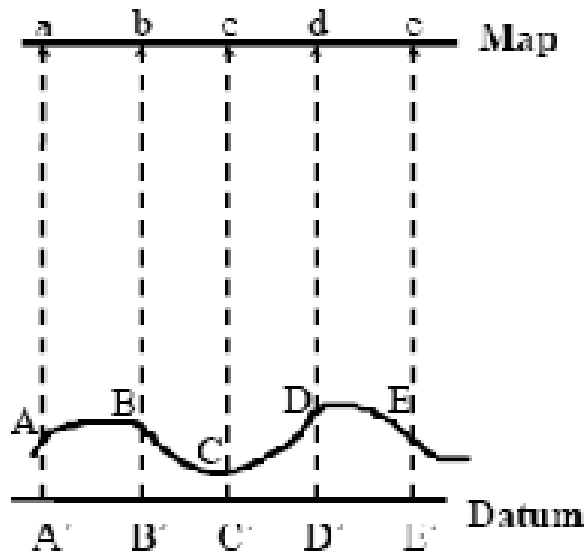
Bicubic Interpolation (Cubic Convolution): روش برآورد مکعبی

در این روش یک سطح دو مکعبی از بین داده‌های موجود عبور داده می‌شود. مقدار این نقطه درون یابی شده، ترکیبی از مقادیر ۱۶ نقطه نزدیک به آن است. در این روش سطح هموارتری نسبت به درون یابی دوخطی ایجاد می‌شود.



اورتوفتو : (Ortho Photo)

- عکسی است که از روی عکس‌های هوایی به ترتیبی تهیه شده که فاقد جابجایی‌های تصویری ناشی از تیلت و ناهمواری می‌باشد، یعنی عملاً می‌توان آن را بسیار شبیه به نقشه دانست.
- یکی از تفاوت‌های نقشه و عکس این است که نقشه دارای تفسیر است اما عکس نیاز به تفسیر دارد.



• Orthogonal projection.

• Perspective projection.

اورتوفتو تصویری از سطح زمین با سیستم تصویر اورتوگونال (انطباق با نقشه) است. یعنی اعوجاجات ناشی از تیلت و ناهمواری برطرف شده است.

➤ اگر سطح زمین مسطح باشد ارتوفتو همان ترمیم است.

برای ساخت ارتوفتو ابتدا تصویر توجیه داخلی و خارجی شده سپس مشابه ترمیم با شرط هم خطی تصویر اورتوگونال بدست می آید.

➤ تفاوت موزائیک‌های تصویری ساخته شده با عکس‌های ترمیم شده و ارتوفتو شده:

در ساخت موزائیک تصویری با قطعه عکس‌های ترمیم شده به علت ناهمواری‌های زمین خطای مقیاس خواهیم داشت به خصوص در گوشه‌های موزائیک عکسی، ولی با قطعه عکس‌های ارتوفتو شده به علت ترمیم جزء به جزء تصویری خطای کم مقیاس داریم.

ترمیم جزء به جزء (Different rectification)

ورودی‌ها:

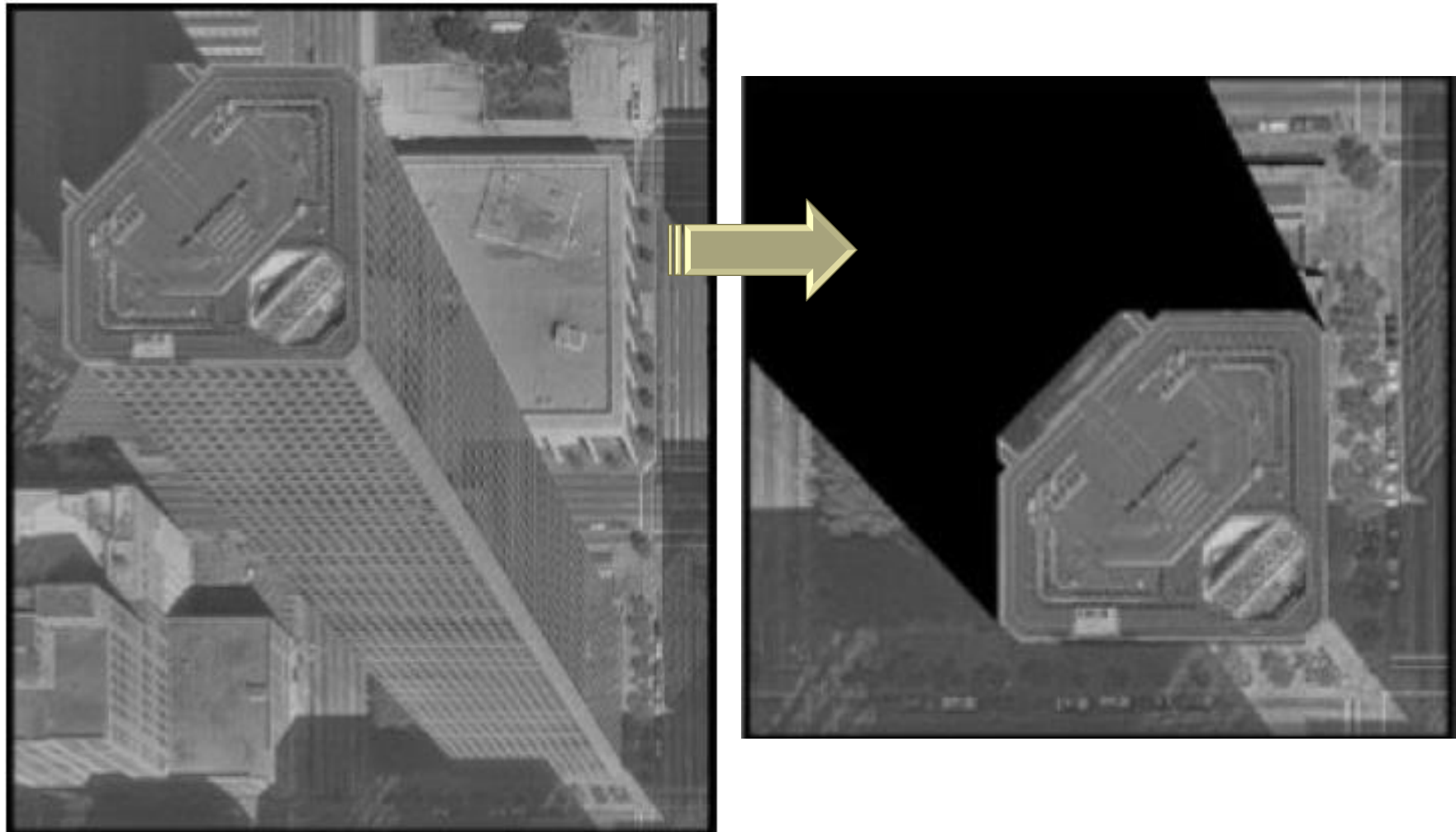
- تصویر رقومی (digital Image)
- عناصر توجیه خارجی (Exterior Orientation Parameters)
- عناصر توجیه داخلی (Interior Orientation Parameters)
- مدل ارتفاعی زمین (DEM یا DSM)

خروجی:

تهیه تصویری با خصوصیات نقشه و با بافت واقعی عوارض (True Orthophoto) یا

(True OrthoImage)

روش رقومی اورتوفتو در کامپیوتر و با کمک DEM صورت می‌گیرد.



ترمیم و اورتوفتو

جمع بندی:

- ترمیم معمولی در مناطق مسطح کاربرد دارد، در این روش تیلت از بین می‌رود ولی جا به جایی ناشی از ارتفاع باقی می‌ماند. در حقیقت در ترمیم معمولی Z نقاط ثابت است و در آن هدف تکثیر X و Y نقاط زمینی می‌باشد.

- کاربرد ترمیم:

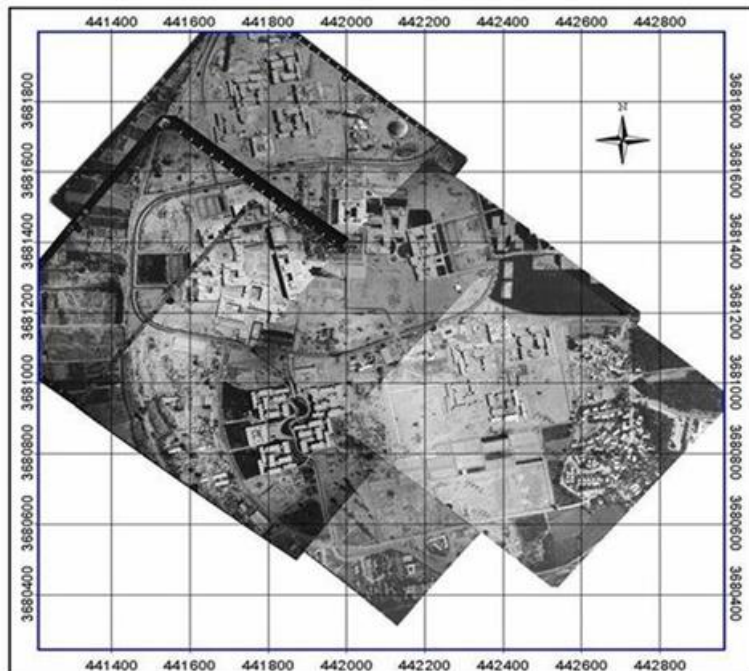
پس از انجام عملیات ترمیم عکس نقشه (photomap) ایجاد خواهد شد

همچنین کاربرد در ایجاد موزائیک عکسی (Photo-mosaic)

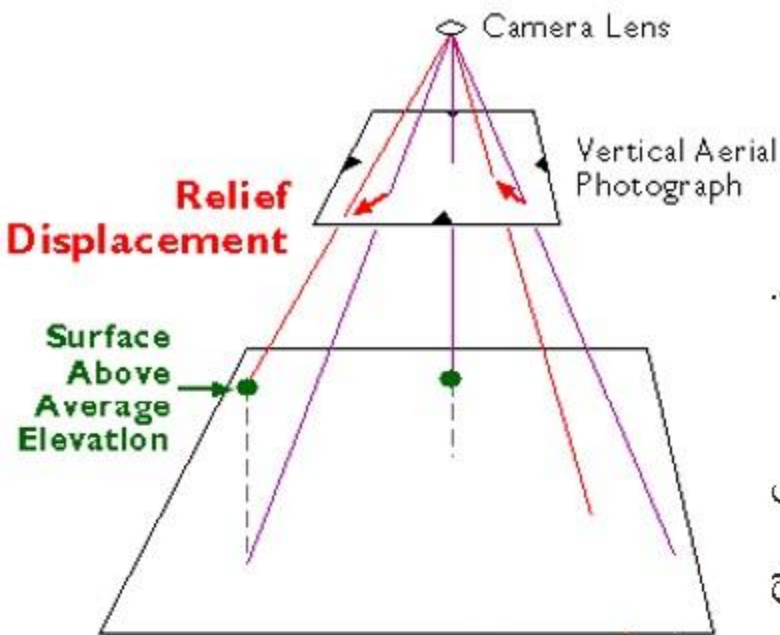
منطقه مورد نظر جهت استفاده در تفسیر بصری و ...

- دلیل استفاده از نقشه عکسی به جای اورتوفتو:

هزینه بالای تهیه اورتوفتو (Ortho-photo)



ترمیم و اورتوفتو

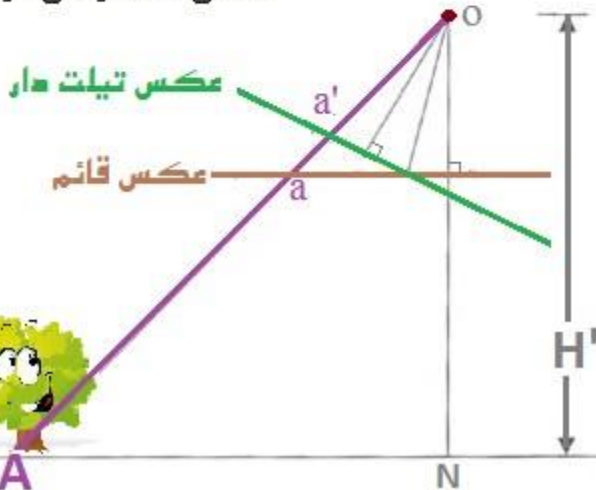


جابه جایی‌های ناشی از tilt و Δr در عکس هوایی (همین‌طور که در شکل مشخص است تمامی پرتوهای پرخاسته از سطح زمین به یک نقطه (مرکز عدسی) همگرا می‌شوند).

Surface Below Average Elevation

اورتوفتو (ترمیم جزء به جزء) در مناطق کوهستانی کاربرد دارد. در این روش هر دو خطا (tilt و Δr) از بین می‌رود. به عبارتی ترمیم تحلیلی فقط تیلت را از بین می‌برد پس برای مناطق مسطح کاربرد دارد و اگر منطقه ذوعارضه بود احتیاج به DEM منطقه داریم تا بتوان Δr (جابه جایی ناشی از ارتفاع و اختلاف ارتفاع) تک عکس را تعیین و از بین برد.

نکته: به منظور حذف جابه جایی عکسی ناشی از tilt و Δr از روی اطلاعات عکسی (زوج عکس)، بایستی مدل سه‌بعدی منطقه را تشکیل داد (حل ترفیع فضایی برای زوج عکس پوشش‌دار یا توجیه مطلق) تا بتوان خطای ناشی از تیلت و ارتفاعات را حذف نمود.



ترمیم تحلیلی (Analytical Rectification)

چنانچه منطقه مسطح باشد، خطای ناشی از ارتفاعات حذف می‌گردد و فقط خطای ناشی از تیلت باعث جابه جایی نقاط عکسی می‌گردد، برای حذف این جابه جایی و تعیین موقعیت صحیح نقاط، می‌توان از معادلات شرط هم‌خطی استفاده نمود.

فرم کلی معادله مستقیم شرط هم‌خطی:

$$\begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} = \lambda M \cdot \begin{pmatrix} X_A - X_o \\ Y_A - Y_o \\ Z_A - Z_o \end{pmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$x_a = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_A - X_o) + m_{12}(Y_A - Y_o) + m_{13}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right]$$

$$y_a = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_A - X_o) + m_{22}(Y_A - Y_o) + m_{23}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right]$$

$$\vec{R}_i = \lambda^{-1} M^{-1} \cdot \vec{r}_i = \lambda^{-1} M^T \cdot \vec{r}_i = \lambda^{-1} \cdot R \cdot \vec{r}_i$$

$$\begin{pmatrix} X_A - X_o \\ Y_A - Y_o \\ Z_A - Z_o \end{pmatrix} = \lambda^{-1} M^{-1} \cdot \begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

فرم معکوس معادله شرط هم‌خطی (اثر مقیاس مستتر)

$$X_A - X_o = (Z_A - Z_o) \left[\frac{r_{11}(x_A - x_o) + r_{12}(y_A - y_o) + r_{13}(-f)}{r_{31}(x_A - x_o) + r_{32}(y_A - y_o) + r_{33}(-f)} \right]$$

$$Y_A - Y_o = (Z_A - Z_o) \left[\frac{r_{21}(x_A - x_o) + r_{22}(y_A - y_o) + r_{23}(-f)}{r_{31}(x_A - x_o) + r_{32}(y_A - y_o) + r_{33}(-f)} \right]$$

(وقتی توجه داخلی عکس‌ها حل شده باشد دیگر نیازی به X_0 و Y_0 نیست)

$$(X - X_0) = (Z - Z_0) \frac{r_{11}(x) + r_{12}(y) + r_{13}(-f)}{r_{31}(x) + r_{32}(y) + r_{33}(-f)}$$

$$(Y - Y_0) = (Z - Z_0) \frac{r_{21}(x) + r_{22}(y) + r_{23}(-f)}{r_{31}(x) + r_{32}(y) + r_{33}(-f)}$$

با فاکتورگیری از عامل $r_{33}(-f)$ درمخرج خواهیم داشت:

$$(X - X_0) = \frac{(Z - Z_0) r_{11}(x) + r_{12}(y) + r_{13}(-f)}{r_{33}(-f) \left(\frac{r_{31}(x)}{r_{33}(-f)} + \frac{r_{32}(y)}{r_{33}(-f)} + 1 \right)}$$

$$(Y - Y_0) = \frac{(Z - Z_0) r_{21}(x) + r_{22}(y) + r_{23}(-f)}{r_{33}(-f) \left(\frac{r_{31}(x)}{r_{33}(-f)} + \frac{r_{32}(y)}{r_{33}(-f)} + 1 \right)}$$

با حل ترمیم عناصر توجیه خارجی یعنی $X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi$ و k معلوم می‌شوند به تبع آنها Γ_{11} تا Γ_{33} نیز معلوم خواهند بود. بنابراین تغییر متغیر زیر را می‌توان داشت (به عبارت دیگر با فرض ثابت بودن المان‌های توجیه خارجی و مسطح بودن منطقه خواهیم داشت):

$$X - X_0 = \frac{a_1x + a_2y + a_3}{c_1x + c_2y + 1} \quad Y - Y_0 = \frac{b_1x + b_2y + b_3}{c_1x + c_2y + 1}$$

$$a_1 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{11} \quad a_2 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{12} \quad a_3 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{13}(-f)$$

$$b_1 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{21} \quad b_2 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{22} \quad b_3 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{23}(-f)$$

$$c_1 = \left(\frac{r_{31}}{r_{33}(-f)} \right) \quad c_2 = \left(\frac{r_{32}}{r_{33}(-f)} \right)$$

با حل ترمیم عناصر توجیه خارجی یعنی $X_0, Y_0, Z_0, \omega, \phi$ و k معلوم می‌شوند به تبع آنها Γ_{11} تا Γ_{33} نیز معلوم خواهند بود. بنابراین تغییر متغیر زیر را می‌توان داشت (به عبارت دیگر با فرض ثابت بودن المان‌های توجیه خارجی و مسطح بودن منطقه خواهیم داشت):

$$X - X_0 = \frac{a_1 x + a_2 y + a_3}{c_1 x + c_2 y + 1} \quad Y - Y_0 = \frac{b_1 x + b_2 y + b_3}{c_1 x + c_2 y + 1}$$

$$a_1 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{11} \quad a_2 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{12} \quad a_3 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{13}(-f)$$

$$b_1 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{21} \quad b_2 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{22} \quad b_3 = \left(\frac{z - z_0}{r_{33}(-f)} \right) r_{23}(-f)$$

$$c_1 = \left(\frac{r_{31}}{r_{33}(-f)} \right) \quad c_2 = \left(\frac{r_{32}}{r_{33}(-f)} \right)$$

$$\begin{bmatrix}
 x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1 X_1 & -y_1 X_1 \\
 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1 Y_1 & -y_1 Y_1 \\
 x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2 X_2 & -y_2 X_2 \\
 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -x_2 Y_2 & -y_2 Y_2 \\
 & & & \cdot & & \cdot & & \\
 & & & \cdot & & \cdot & & \\
 & & & \cdot & & \cdot & &
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 A_1 \\
 A_2 \\
 A_3 \\
 B_1 \\
 B_2 \\
 B_3 \\
 C_1 \\
 C_2
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 X_1 \\
 Y_1 \\
 X_2 \\
 Y_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot
 \end{bmatrix}$$

$A_{2n \times 4} \qquad X_{8 \times 1} \qquad L_{2n \times 1}$

برای حذف اثر تیلت با استفاده از معادله پروژکتیو حداقل چهار نقطه کنترل زمینی نیاز خواهد بود.

با حل به روش سرشکنی ضرایب A_1 تا C_2 بدست خواهد آمد.

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L$$

برای محاسبه‌ی دقت، L^M محاسباتی با L^{GCP} مربوط به نقاط کنترل مقایسه می‌شود:

$$V_i = L_i^{GCP} - L_i^M \Rightarrow \begin{cases} V_{X_i} = X_i^{GCP} - X_i^M \\ V_{Y_i} = Y_i^{GCP} - Y_i^M \end{cases}$$

برای نقاط مورد استفاده (حداقل ۴ نقطه) V_X و V_Y را محاسبه و اگر مقادیر تصحیحات کوچک باشند عملیات خاتمه می‌یابد.

• فرق معادلات حل توجیه داخلی و ترمیم: در توجیه داخلی نقاط X_1 و Y_1 ، X_2 و Y_2 و ...

(ماتریس سمت راست تساوی) ccf بودند اما در ترمیم این نقاط GCP می‌باشند. ماتریس

اول نیز در ترمیم مشاهدات می‌باشند.

• مختصات عکسی نظیر آنها را مشاهده می‌کنیم تا بتوانیم ماتریس مجهولات را بدست آوریم (

A_1 و A_2 و ...). از این به بعد (بعد از بدست آوردن مقادیر ماتریس مجهولات) با داشتن

مختصات عکسی هر نقطه و با اعمال ماتریس مجهولات می‌توانیم به فضای زمین برویم. یعنی

مختصات زمینی نقاط نظیر در عکس را بدست آوردیم.

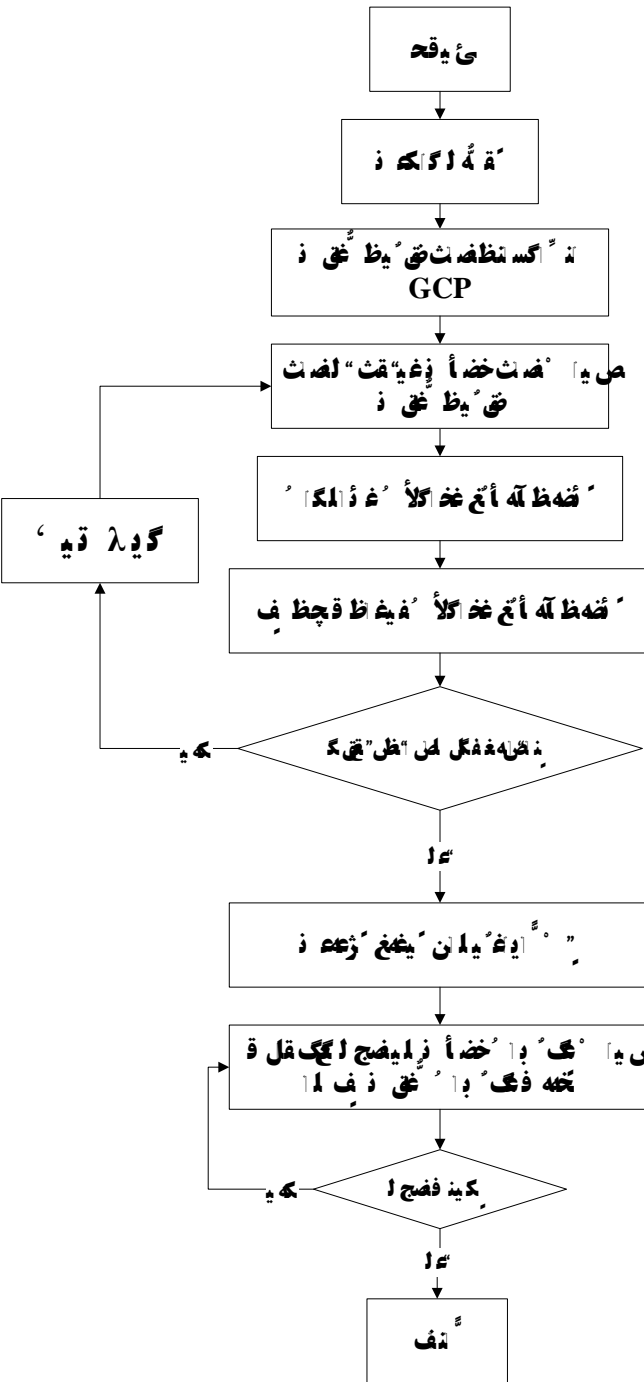
ترمیم تحلیلی

✓ محاسبه‌ی ضرائب ترمیم:

در این حالت ω ، ϕ ، k را به ما می‌دهد که حالت عکس برداری را داشته باشیم و با ثابت گرفتن Z می‌توانیم حل کنیم. یعنی ما از مشاهدات عکسی به مشاهدات زمینی رسیدیم.

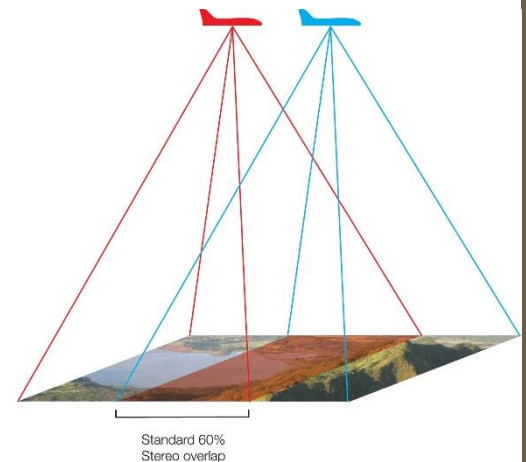
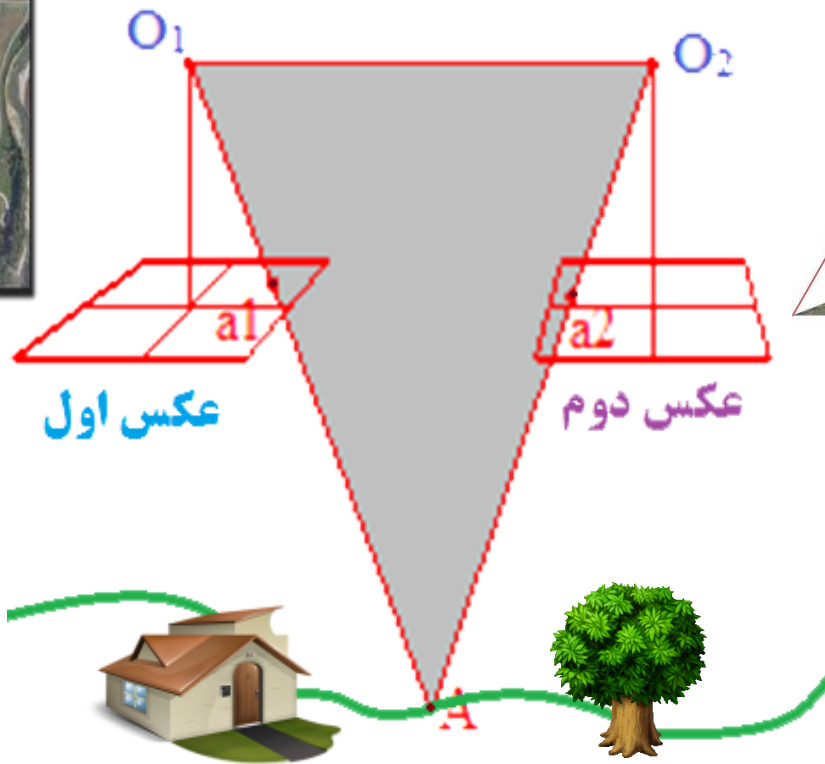
باید توجه کرد V_X و V_Y باقیمانده‌های زمینی هستند پس عدد مقیاس باید به آنها اعمال شود تا بتوانند با مختصات‌های مشاهداتی جمع شوند.

هنگامی که V_X و V_Y قابل قبول شدند (مقایسه در فضای زمینی) یعنی عکس و زمین به خوبی به هم مرتبط شدند.



شرط هم‌صفحه‌ای

(Coplanarity Condition)



معادله شرط هم‌صفحه‌ای

بنا به تعریف، طی شرط هم‌صفحه‌ای، دو مرکز تصویر O_1 و O_2 ، هر نقطه شئی A و نقاط عکسی نظیر روی زوج عکس پوشش‌دار (a_1, a_2) در یک صفحه قرار می‌گیرند. این شرط اساس توجیه نسبی و تقاطع فضایی را تشکیل می‌دهد.

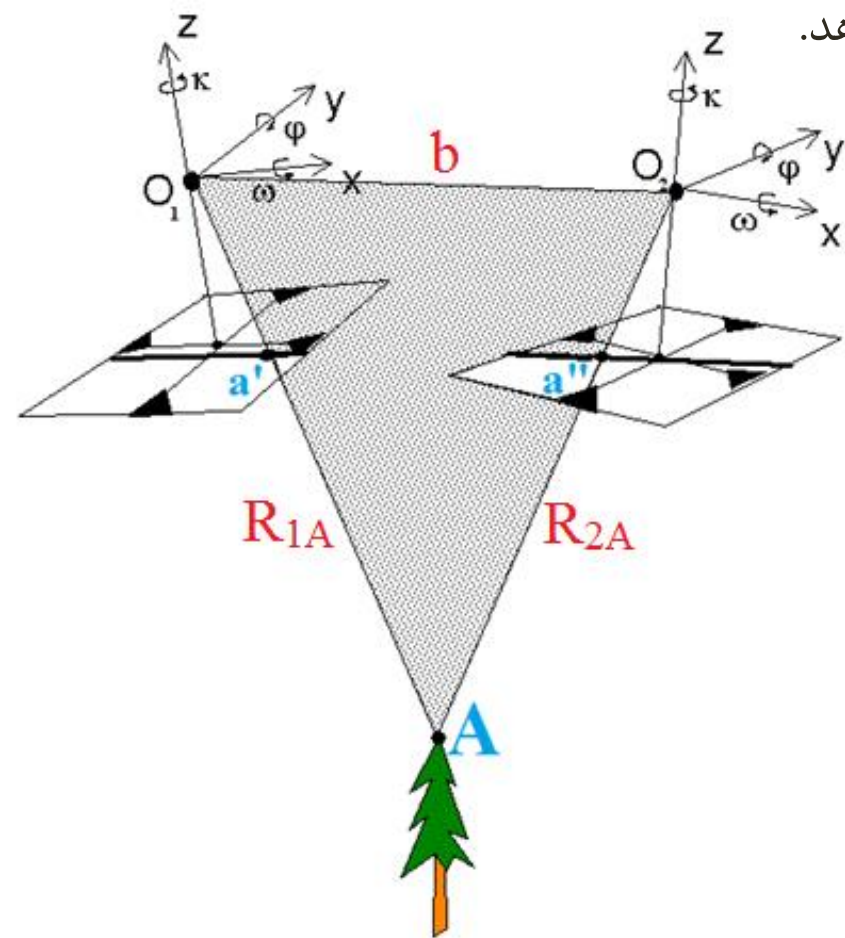
وقتی توجیه نسبی و یا تقاطع فضایی صورت

می‌گیرد، برای هر نقطه مثل A بردار R_{1A}

بردار R_{2A} را قطع می‌کند.

همچنین این دو بردار و باز هوایی (b) در یک

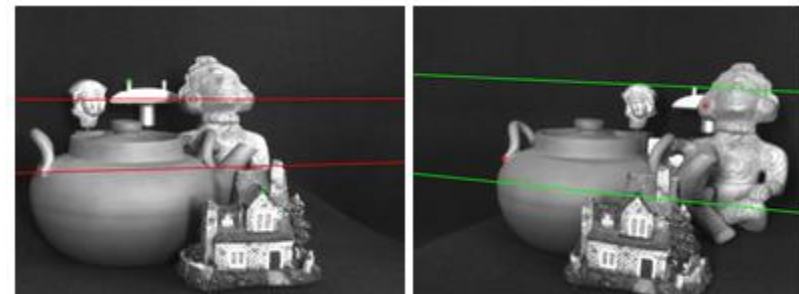
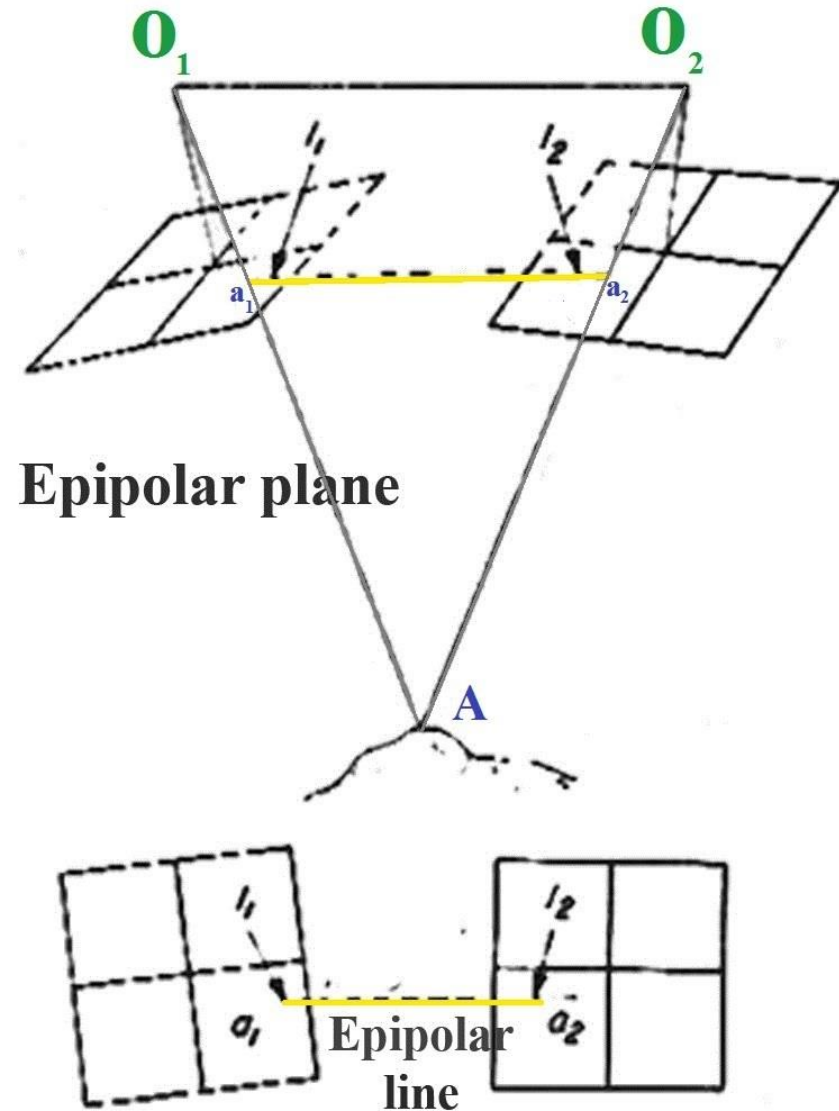
صفحه قرار خواهند داشت.



توجیه نسبی با معادله شرط هم‌صفحه‌ای

صفحه اپی‌پلار (Epipolar Plane):

صفحه‌ای شامل دو شعاع نورانی نظیر یک نقطه زمینی یا مدلی، نقاط عکسی متناظر و مراکز تصویر دو عکس در دو لحظه عکس‌برداری یا در دستگاه‌های تبدیل.



تصاویر چپ و راست و خطوط اپی‌پلار

توجیه نسبی با معادله شرط هم‌صفحه‌ای

خطوط اپی‌پلار (Epipolar Lines):

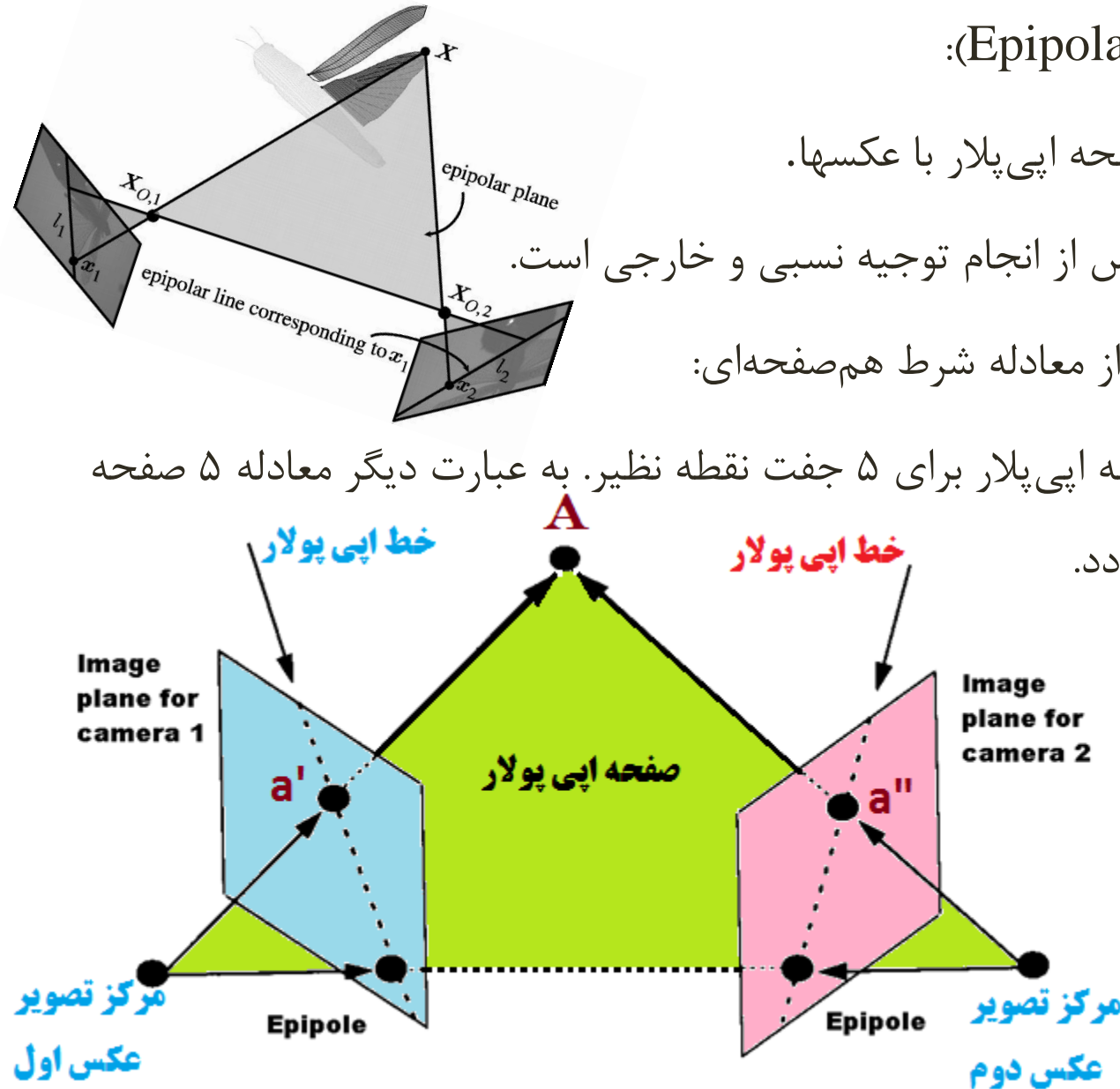
خطوط حاصل از تلاقی صفحه اپی‌پلار با عکسها.

تذکر: تولید خطوط فوق پس از انجام توجیه نسبی و خارجی است.

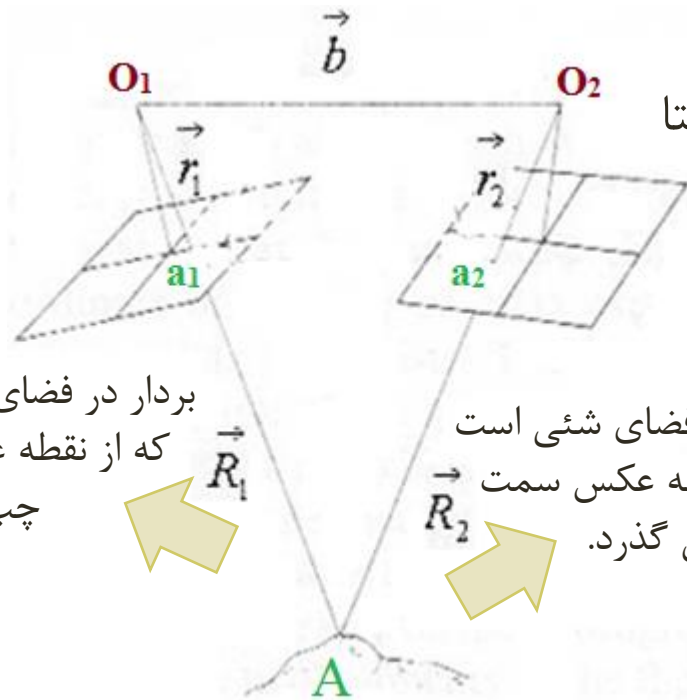
- توجیه نسبی با استفاده از معادله شرط هم‌صفحه‌ای:

هدف ایجاد حداقل ۵ صفحه اپی‌پلار برای ۵ جفت نقطه نظیر. به عبارت دیگر معادله ۵ صفحه

اپی‌پلار باید مشخص گردد.



توجیه نسبی با معادله شرط هم‌صفحه‌ای



فاصله بین مراکز تصویر (باز : \vec{b}) در صورت هم راستا

نبودن دو عکس دارای ۳ مولفه می‌باشد:

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{o_2} - X_{o_1} \\ Y_{o_2} - Y_{o_1} \\ Z_{o_2} - Z_{o_1} \end{bmatrix}$$

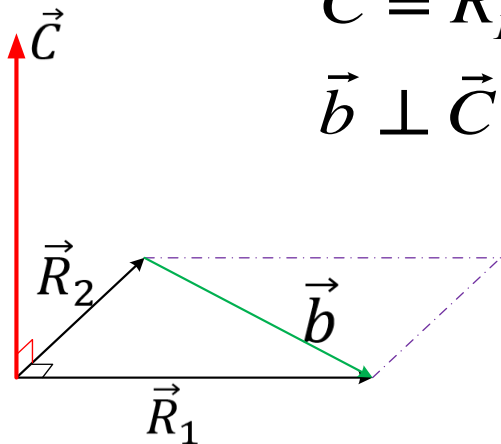
معادله هر صفحه اپی‌پلار:

$$\vec{R}_{1i} = [X_{1i}, Y_{1i}, Z_{1i}]^T$$

$$\vec{R}_{2i} = [X_{2i}, Y_{2i}, Z_{2i}]^T$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{C} = \vec{R}_1 \times \vec{R}_2 \\ \vec{b} \perp \vec{C} \rightarrow \vec{b} \cdot \vec{C} = 0 \end{array} \right\} \vec{b} \cdot (\vec{R}_1 \times \vec{R}_2) = 0$$

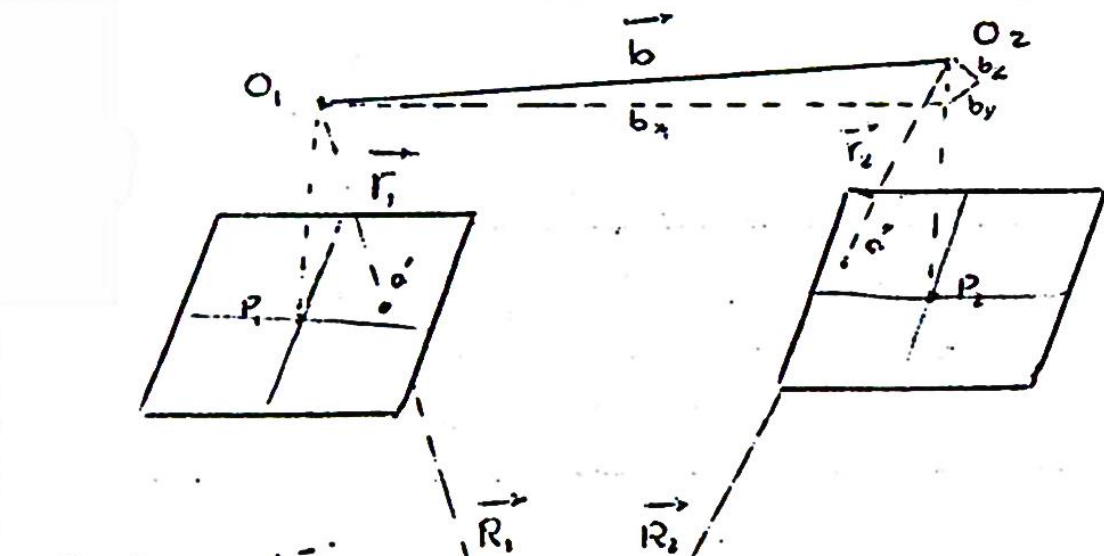
سیستم متعامد:



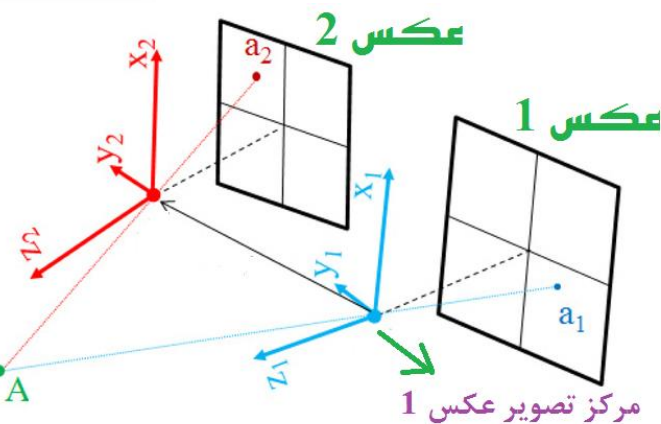
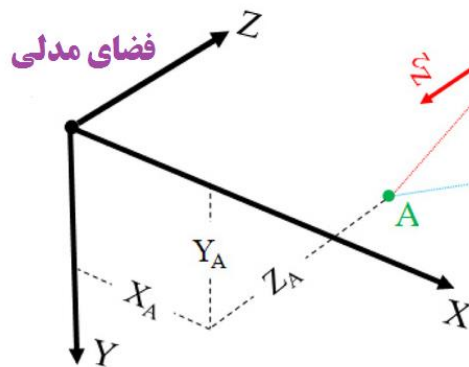
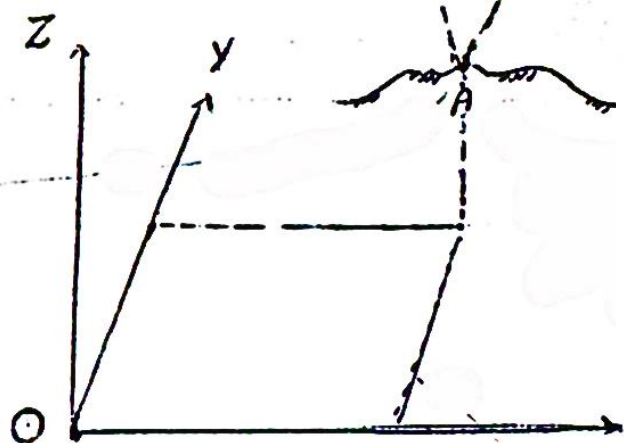
$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

توجیه نسبی با معادله شرط هم‌صفحه‌ای

در شرط هم‌صفحه‌ای هدف این است که شعاع‌ها را به فضای مدل ببریم. مدل در توجیه نسبی محصول نهایی می‌باشد.



A نقطه‌ای مدلی است
در مختصات خارج مدلی شود.



توجیه نسبی با معادله شرط هم‌صفحه‌ای

در شرط هم‌صفحه‌ای به ازای هر نقطه مدلی یک معادله داریم و در صورتی که تعداد مجهولات برابر ۵ می‌باشد در نتیجه برای حل حداقل به ۵ نقطه نیاز داریم. برای مثال برای ۲۰ نقطه مدلی، ۲۰ معادله داریم و ۵ مجهول در نتیجه درجه آزادی ۱۵ خواهد شد.

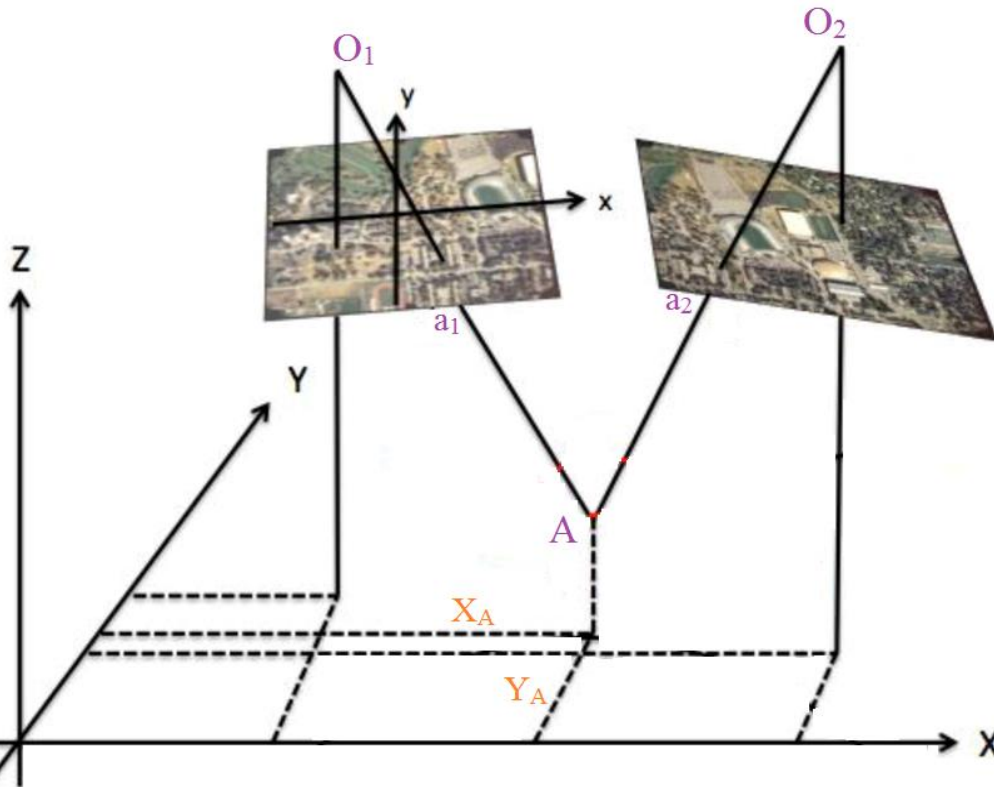
✓ روش‌های توجیه نسبی با استفاده از معادلات شرط هم‌صفحه‌ای:

➤ توجیه نسبی یک‌طرفه سمت راست

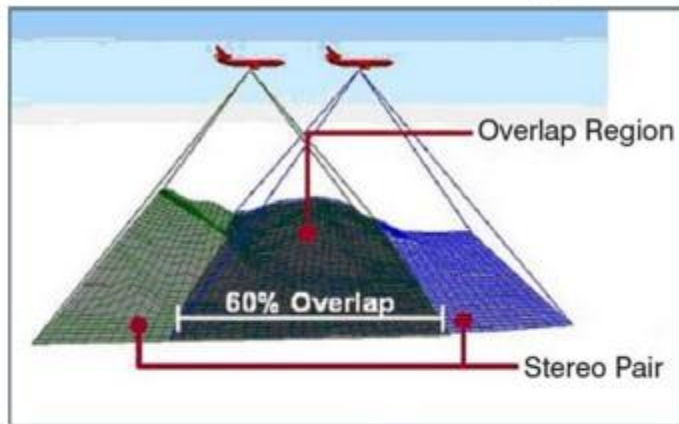
➤ توجیه نسبی یک‌طرفه سمت چپ

➤ توجیه نسبی دوطرفه

➤ روش دلخواه



توجیه نسبی با معادله شرط هم‌صفحه‌ای



• توجیه نسبی یک‌طرفه سمت چپ (راست ثابت و چپ متغیر):

$$\left. \begin{array}{l} x', y' \\ x'', y'' \end{array} \right\} \text{مشاهدات}$$

$$\{d\omega', d\varphi', d\kappa', dby', dbz'\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_o, y_o, f \\ \omega'', \varphi'', \kappa'', by'', bz'', bx \end{array} \right\} \text{معلومات}$$

• توجیه نسبی یک‌طرفه سمت راست:

$$\left. \begin{array}{l} x', y' \\ x'', y'' \end{array} \right\} \text{مشاهدات}$$

$$\{d\omega'', d\varphi'', \kappa'', dby'', dbz''\}$$

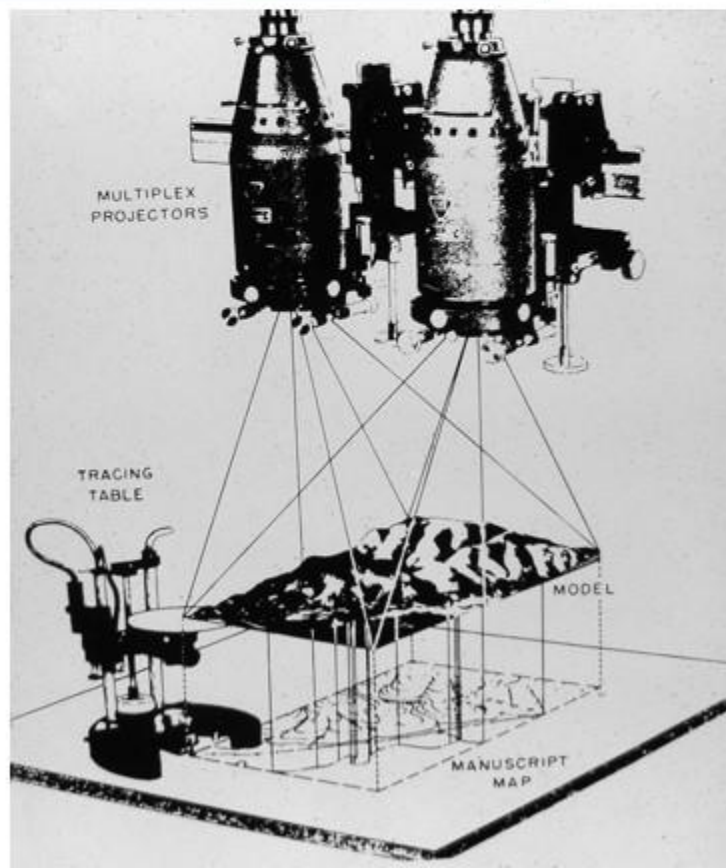
$$\left. \begin{array}{l} x_o, y_o, f \\ \omega', \varphi', \kappa', by', bz', bx \end{array} \right\} \text{معلومات}$$

• توجیه نسبی دو‌طرفه

$$\left. \begin{array}{l} x', y' \\ x'', y'' \end{array} \right\} \text{مشاهدات}$$

$$\{d\omega'', d\varphi', d\varphi'', d\kappa', d\kappa''\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_o, y_o, f \\ \omega', by, bz, bx \end{array} \right\} \text{معلومات}$$



توجیه نسبی با معادله شرط هم‌صفحه‌ای

معادله هر صفحه اپی‌پلار:

$$\vec{b} \cdot (\vec{R}_{1i} \times \vec{R}_{2i}) = 0$$

سیستم متعامد:

$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

از طرفی برای نقطه \vec{a} عکس داریم:

$$\vec{R}_i = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{M}^T \cdot \vec{r}_i$$

در نتیجه برای عکس‌های چپ و راست داریم:

$$\vec{R}_{1i} = \lambda_1^{-1} \cdot \mathbf{M}_1^T \cdot \vec{r}_{1i} = \lambda_1^{-1} \cdot \mathbf{M}_1^T \begin{bmatrix} x - x_{o1} \\ y - y_{o1} \\ -f \end{bmatrix}_{1i} \quad \vec{R}_{2i} = \lambda_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_2^T \cdot \vec{r}_{2i} = \lambda_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_2^T \begin{bmatrix} x - x_{o2} \\ y - y_{o2} \\ -f \end{bmatrix}_{2i}$$

عکس سمت چپ

عکس سمت راست

توجیه نسبی با معادله شرط هم‌صفحه‌ای

توجه: M_1^T با M_2^T متفاوت است آن هم به دلیل متفاوت بودن ω ، φ ، k در ۲ عکس است.

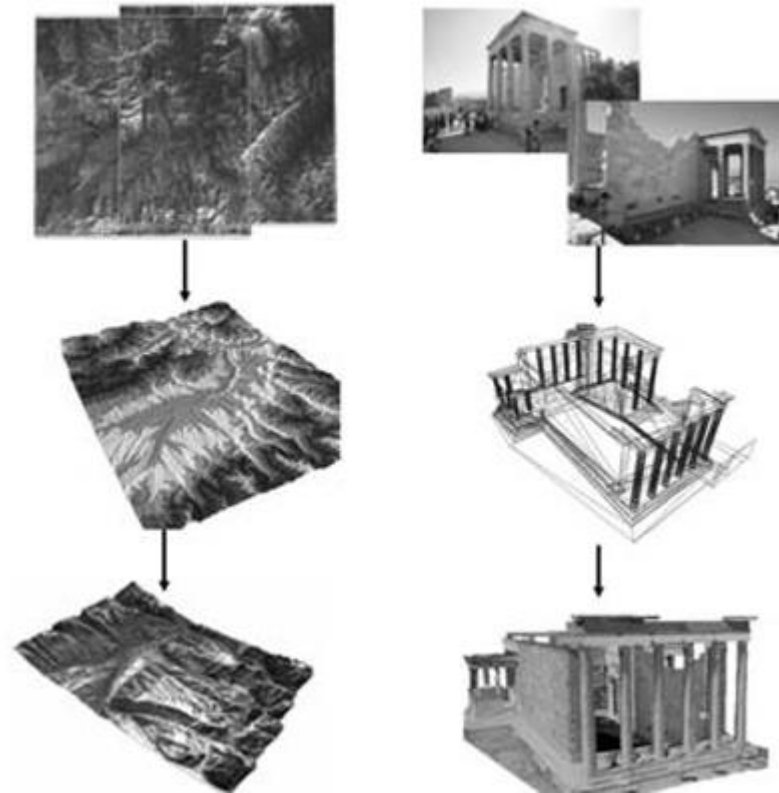
$$\vec{R}_{1i} = \lambda_1^{-1} \cdot M_1^T \cdot \vec{r}_{1i} = \lambda_1^{-1} \cdot M_1^T \begin{bmatrix} x_{1i} - x_{o1} \\ y_{1i} - y_{o1} \\ -f \end{bmatrix}$$

اگر برای عکس سمت چپ این معادلات را بنویسیم خواهیم داشت:

با فرض انجام توجیه داخلی خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda_1} \begin{bmatrix} m11 & m12 & m13 \\ m21 & m22 & m23 \\ m31 & m32 & m33 \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = K_1 \begin{bmatrix} r11 & r12 & r13 \\ r21 & r22 & r23 \\ r31 & r32 & r33 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix}$$



توجیه نسبی و وابسته سمت راست با معادله شرطا هم صفحه ای

• توجیه نسبی یکطرفه سمت راست:

مشاهدات $\{x', y', x'', y''\}$

مجهولات $\{d\omega'', d\varphi'', \kappa'', db_y'', db_z''\}$

معلومات $\{x_o, y_o, f, \omega', \varphi', \kappa', b_y', b_z', b_x\}$

در حالت مطلوب دو عکس دارای مقیاس یکه هستند (ضریب

مقیاس عکس چپ و راست با هم برابر و برابر یک است) در نتیجه

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 1$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 1$$

$$\omega_1 = \varphi_1 = \kappa_1 = 0$$

$$X_{o1} = Y_{o1} = 0$$

$$Z_{o1} = f$$

از طرفی در توجیه نسبی یکطرفه سمت راست، تغییرات

مقادیر توجیه نسبی برای عکس سمت چپ صفر است در نتیجه

$$\omega_1 = \varphi_1 = \kappa_1 = X_{o1} = Y_{o1} = 0 \quad Z_{o1} = f \text{ می باشد.}$$

$$b_x = X_{o2} - X_{o1} \Rightarrow db_x = 0$$

$$b_y = Y_{o2} - Y_{o1};$$

$$b_z = Z_{o2} - Z_{o1};$$

Base ما مدل است، چون می خواهیم شعاعها در مدل تقاطع

نمایند.

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \vec{b} \cdot (\vec{R}_{1i} \times \vec{R}_{2i}) = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0$$

$$M = \begin{bmatrix} (\cos\varphi \cos\kappa) & (\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa) \\ (-\cos\varphi \sin\kappa) & (\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa) \\ (\sin\varphi) & (-\sin\omega \cos\varphi) & (\cos\omega \cos\varphi) \end{bmatrix}$$

$$M^T = \begin{bmatrix} (\cos\varphi \cos\kappa) & (-\cos\varphi \sin\kappa) & (\sin\varphi) \\ (\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (-\sin\omega \cos\varphi) \\ (\sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (\cos\omega \cos\varphi) \end{bmatrix}$$

$$\vec{R}_{1i} = \lambda_1^{-1} M_1^T \cdot \vec{r}_{1i} = \frac{1}{\lambda_1} M_1^T \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix}$$

عکس سمت چپ:
تغییرات توجیه نسبی برای عکس سمت
چپ صفر است چون مقادیر عناصر آنها
ثابت می‌باشند.

$$R_{1i} = \begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda_1} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{bmatrix}$$

توجیه نسبتی یک طرفه سمت راست

$$\vec{R}_{2i} = \lambda_2^{-1} M_2^T \cdot \vec{r}_{2i} = \frac{1}{\lambda_2} M_2^T \begin{pmatrix} x_{2i} \\ y_{2i} \\ -f \end{pmatrix} \quad \text{عکس سمت راست:}$$

$$\begin{pmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos \varphi'' \cos \kappa'') & (-\cos \varphi'' \sin \kappa'') & (\sin \varphi'') \\ \dots & \dots & (-\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ \dots & \dots & (\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{2i} \\ y_{2i} \\ -f \end{bmatrix}$$

مختصات
مشاهداتی عکس
سمت راست

$$\begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i} (\cos \varphi'' \cos \kappa'') \\ -y_{2i} (\cos \varphi'' \sin \kappa'') \\ -f (\sin \varphi'') \\ x_{2i} (\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ +y_{2i} (\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ +f (\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i} (\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ +y_{2i} (\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ -f (\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix}$$

مجهول

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

X_{1i} ، Y_{1i} و Z_{1i} محاسبه شده در اسلایدهای قبلی در F_i جایگذاری می‌شوند.

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0$$

$$F_i = (b_x \cdot y_{1i} - b_y \cdot x_{1i})Z_{2i} + (b_x \cdot f + b_z \cdot x_{1i})Y_{2i} - (b_y \cdot f + b_z \cdot y_{1i})X_{2i} = 0$$

در ادامه X_{2i} ، Y_{2i} و Z_{2i} نیز باید در F_i جایگذاری می‌شوند.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید در این روش مختصات مدلی کاربردی ندارد.

عمل تقاطع در فضای مدلی صورت می‌گیرد (یعنی شعاع‌ها به فضای زمین نمی‌روند).

معادلات شرط هم‌صفحه‌ای صرفاً در توجیه نسبی کاربرد دارند، چون مختصات شئی در

آنها به کار نمی‌روند و مختصات عکسی را در خود دارند.

توجیه نسبی یکطرفه سمت راست

$$F_i = (b_x \cdot y_{1i} - b_y \cdot x_{1i})Z_{2i} + (b_x f + b_z \cdot x_{1i})Y_{2i} - (b_y f + b_z \cdot y_{1i})X_{2i} = 0$$

معادله‌ی فوق معادله‌ی کلی شرط هم‌صفحه‌ای بر اساس توجیه نسبی یکطرفه سمت راست است.

$$(F_i^o)_{r \times 1} + [A]_{r \times n} \times (V)_{n \times 1} + [B]_{r \times u} (\Delta)_{u \times 1} = 0_{r \times 1}$$

مشتق نسبت به مشاهدات

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} & \frac{\partial F_i}{\partial y_{1i}} & \frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial F_i}{\partial y_{2i}} \end{bmatrix}$$

مشتق نسبت به مجهولات

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial b y_2} & \frac{\partial F_i}{\partial b z_2} & \frac{\partial F_i}{\partial \omega_2} & \frac{\partial F_i}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial F_i}{\partial k_2} \end{bmatrix}$$

ماتریس باقیمانده مشاهدات

$$(V_i) = \begin{bmatrix} V_{x_1} \\ V_{y_1} \\ V_{x_2} \\ V_{y_2} \end{bmatrix}$$

ماتریس باقیمانده مجهولات

$$(\Delta) = \begin{bmatrix} \delta b y_2 \\ \delta b z_2 \\ \delta \omega_2 \\ \delta \varphi_2 \\ \delta k_2 \end{bmatrix}$$

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

مشتق نسبت به مولفه‌ی y در عکس دوم برای نقطه اول

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_{11}} & \frac{\partial F_1}{\partial y_{11}} & \frac{\partial F_1}{\partial x_{21}} & \frac{\partial F_1}{\partial y_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F_2}{\partial x_{12}} & \frac{\partial F_2}{\partial y_{12}} & \frac{\partial F_2}{\partial x_{22}} & \frac{\partial F_2}{\partial y_{22}} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}_{r \times n} \quad V = \begin{bmatrix} V_{x_{11}} \\ V_{y_{11}} \\ V_{x_{21}} \\ V_{y_{21}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

نقطه دوم

برای F_i باید مقدار اولیه (F_i^o) در نظر بگیریم.

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial b y_2} & \frac{\partial F_1}{\partial b z_2} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega_2} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial F_1}{\partial k_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial b y_2} & \frac{\partial F_2}{\partial b z_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial F_2}{\partial k_2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}_{r \times u} \quad \Delta = \begin{bmatrix} db y' \\ db z' \\ d\omega' \\ d\varphi' \\ d\kappa' \end{bmatrix}_{u \times 1} \quad F_i^o = \begin{bmatrix} F_1^o \\ F_2^o \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ F_i^o \end{bmatrix}_{r \times 1}$$

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

برای V مقادیری مانند 0.001 در نظر داریم، عبارتی هدفمان این است که این V ها را به حد آستانه (threshold) نزدیک کنیم.

$$F_i = (F_{oi})_{r \times 1} + [A]_{r \times n} \times (V)_{n \times 1} + [B]_{r \times u} (\Delta)_{u \times 1} = 0_{r \times 1}, \quad \begin{cases} n = 4 \times r \\ u = 5 \end{cases}$$

در معادله‌ی فوق n تعداد مشاهدات، u تعداد مجهولات (در اینجا برای توجیه نسبی برابر 5) و r تعداد معادلات شرط برای هر دو مشاهده‌ی عکسی (X و Y عکس چپ یا راست) مربوط به یک نقطه می‌باشد. شکل عمومی معادلات مشاهداتی برای مختصات عکسی (X'_i, Y'_i & X''_i, Y''_i) است، به عبارتی به ازای هر نقطه چهار معادله خواهیم داشت، ۲ معادله در عکس چپ و دو معادله در عکس راست

$$M = (A^T p^{-1} A)$$

تصحیحات Δ به مقادیر تقریبی اولیه اضافه شده و به ازای مقادیر جدید،

$$N = (B^T M^{-1} B)$$

ضرایب A_i ، B_i و F_i محاسبه می‌شوند و مجدد Δ بدست می‌آید.

$$\Delta = -N^{-1} B^T M^{-1} F_0$$

این عمل را آنقدر تکرار می‌کنیم تا به جواب مناسب برسیم.

$$\Delta = -\left[B^T (A^T p^{-1} A)^{-1} B \right]^{-1} B^T (A^T p^{-1} A)^{-1} F_0$$

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i}(\cos \varphi'' \sin \kappa'') - f(\sin \varphi'') \\ x_{2i}(\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ + f(\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i}(\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ - f(\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix}$$

مشتق جزئی نسبت به مشاهدات

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} = \begin{bmatrix} b_x & b_y & b_z \\ 1 & 0 & 0 \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{bmatrix} = (b_z \cdot Y_{2i} - b_y \cdot Z_{2i})$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} = \begin{bmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ \cos \phi \cos \kappa & \cos \omega \sin \kappa & \sin \omega \sin \kappa \\ + \sin \omega \sin \phi \cos \kappa & -\cos \omega \sin \phi \cos \kappa & \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_{1i}} = \begin{bmatrix} b_x & b_y & b_z \\ 0 & 1 & 0 \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{bmatrix} = (b_x \cdot Z_{2i} - b_z \cdot X_{2i})$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_{2i}} = \begin{bmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ -\cos \varphi'' \sin \kappa'' \cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'' & \sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'' & \end{bmatrix}$$

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i}(\cos \varphi'' \sin \kappa'') - f(\sin \varphi'') \\ x_{2i}(\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ + f(\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i}(\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ - f(\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix}$$

مشتق جزئی نسبت به مجهولات

$$\frac{\partial F_i}{\partial b y_2} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} x_{1i} & -f \\ X_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial b z_2} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{1i} & y_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} \end{vmatrix}$$

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos\varphi'' \cos\kappa'') - y_{2i}(\cos\varphi'' \sin\kappa'') - f(\sin\varphi'') \\ x_{2i}(\cos\omega'' \sin\kappa'' + \sin\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\cos\omega'' \cos\kappa'' - \sin\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ + f(\sin\omega'' \cos\varphi'') \\ x_{2i}(\sin\omega'' \sin\kappa'' - \cos\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\sin\omega'' \cos\kappa'' + \cos\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ - f(\cos\omega'' \cos\varphi'') \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \omega_2} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial \omega_2} \end{vmatrix} \quad \frac{\partial x_{2i}}{\partial \omega_2} = 0$$

$$\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \omega_2} = x_{2i}(\cos\omega \sin\phi \cos\kappa - \sin\omega \sin\kappa) - y_{2i}(\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\phi \sin\kappa) + f \cos\omega \cos\phi$$

$$\frac{\partial Z_{2i}}{\partial \omega_2} = x_{2i}(\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\phi \cos\kappa) + y_{2i}(\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\phi \sin\kappa) + f \sin\omega \cos\phi$$

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i}(\cos \varphi'' \sin \kappa'') - f(\sin \varphi'') \\ x_{2i}(\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ + f(\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i}(\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ - f(\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_2} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial \varphi_2} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial X_{2i}}{\partial \varphi_2} = -x_{2i} \sin \phi \cos \kappa + y_{2i} \sin \phi \sin \kappa - f \cos \phi$$

$$\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \varphi_2} = x_{2i} \sin \omega \cos \phi \cos \kappa - y_{2i} \sin \omega \cos \phi \sin \kappa - f \sin \omega \sin \phi$$

$$\frac{\partial Z_{2i}}{\partial \varphi_2} = -x_{2i} \cos \omega \cos \phi \cos \kappa + y_{2i} \cos \omega \cos \phi \sin \kappa + f \cos \omega \sin \phi$$

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i}(\cos \varphi'' \sin \kappa'') - f(\sin \varphi'') \\ x_{2i}(\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ + f(\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i}(\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ - f(\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial k_2} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial k_2} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial k_2} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial k_2} \end{vmatrix}$$

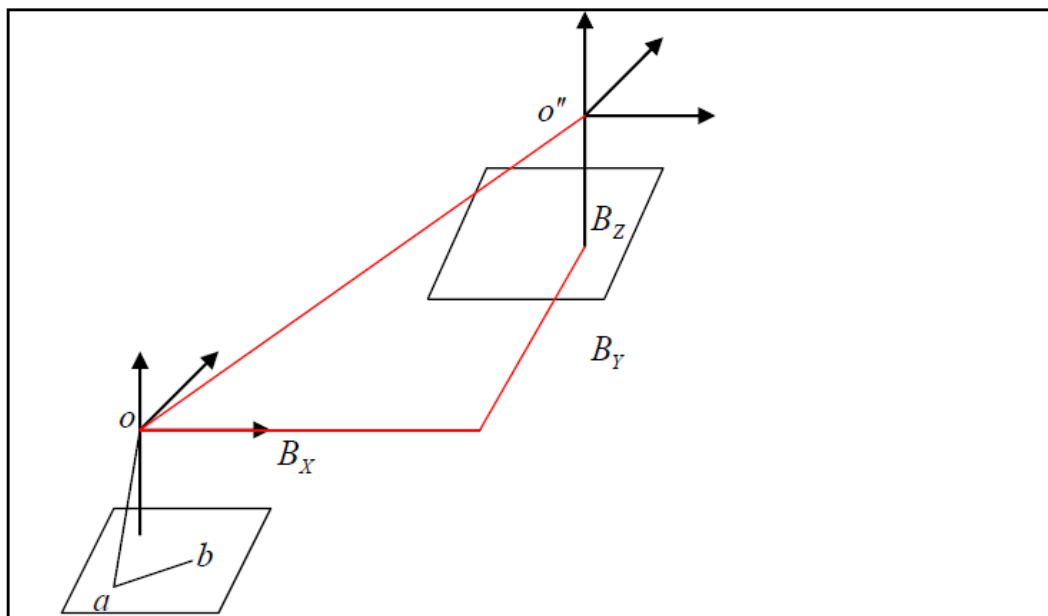
$$\frac{\partial X_{2i}}{\partial \kappa_2} = -x_{2i} \cos \phi \sin \kappa - y_{2i} \cos \phi \cos \kappa$$

$$\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \kappa_2} = x_{2i}(\cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \phi \sin \kappa) - y_{2i}(\cos \omega \sin \kappa + \sin \omega \sin \phi \cos \kappa)$$

$$\frac{\partial Z_{2i}}{\partial \kappa_2} = x_{2i}(\sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \phi \sin \kappa) - y_{2i}(\sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \phi \cos \kappa)$$

در صورتی که مولفه‌های بازعکس‌برداری، یک زوج عکس برابر با : $B_y=2_{\text{mm}}$ ، $B_z=2_{\text{mm}}$ و $B_x=90_{\text{mm}}$ در نظر گرفته شود و مختصات نقطه a در عکس چپ برابر با $x=1/253_{\text{mm}}$ و $y=-90.891_{\text{mm}}$ باشد، در روی همین عکس اگر مولفه x نقطه b برابر با 100.112_{mm} ملحوظ گردد، مولفه y این نقطه چقدر باید باشد تا این نقطه بر روی خط اپی‌پلار واقع شود؟
(توجه: دروان‌های دوربین صفر در نظر گرفته شده)

($\omega' = \omega'' = \varphi' = \varphi'' = k' = k'' = 0$) و فاصله کانونی دوربین $f=150_{\text{mm}}$ می‌باشد).



الف) -92.812

ب) -91.273

ج) -90.025

د) -88.114



$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_a & y_a & -f \\ x_b & y_b & -f \end{vmatrix} = 0$$

معادله صفحه اپی پلار برابر است با:

با استفاده از اطلاعات مسئله خواهیم داشت:

$$(b_x, b_y, b_z) = (90_{\text{mm}}, 2_{\text{mm}}, 2_{\text{mm}})$$

همچنین مختصات نقطه a برابر است با:

$$(1/253_{\text{mm}}, -90/891_{\text{mm}}, -150_{\text{mm}}) = (x_a, y_a, z_a)$$

برای نقطه b مجهول است اما برای X و Z آن خواهیم داشت:

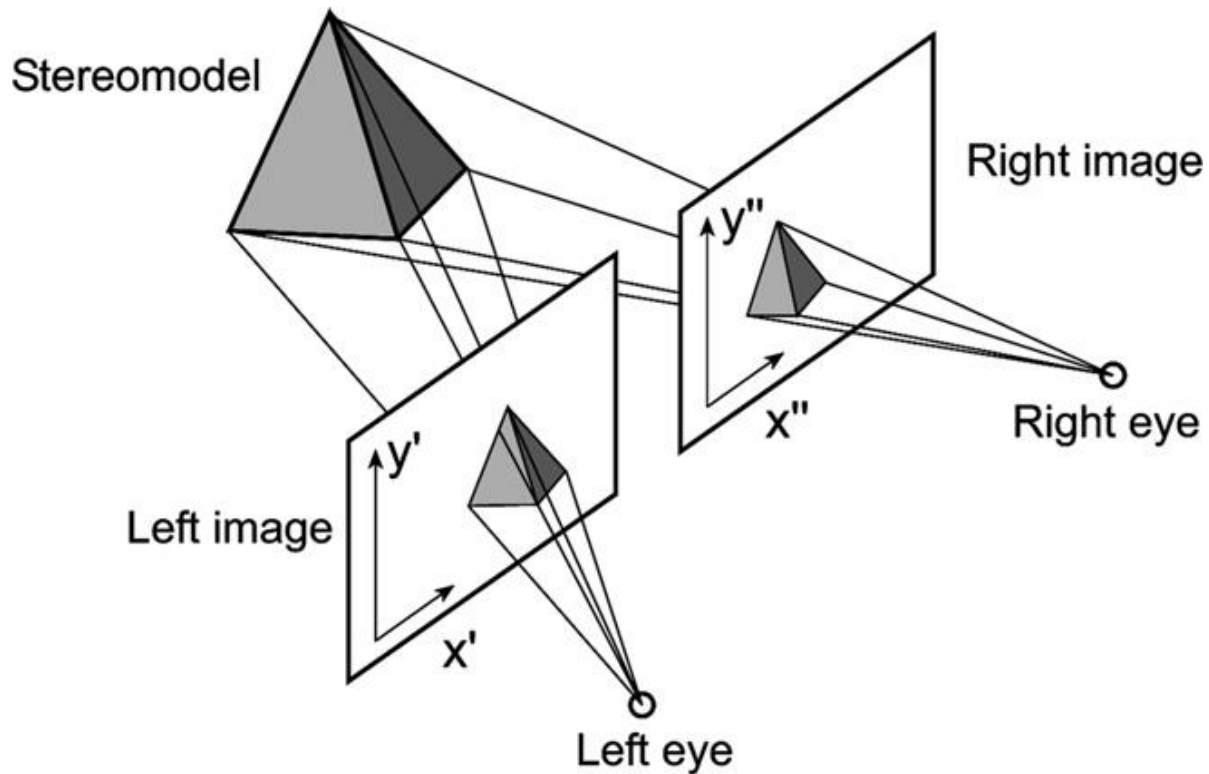
$$(100/112_{\text{mm}}, ???_{\text{mm}}, -150_{\text{mm}}) = (x_b, y_b, z_b)$$

با گرفتن دترمینان از ماتریس زیر مقدار Y بدست می آید:

$$\begin{vmatrix} 90^{mm} & 2^{mm} & 2^{mm} \\ 1.253^{mm} & -90.891^{mm} & -150^{mm} \\ 100.112^{mm} & y_2 & -150^{mm} \end{vmatrix} = 0$$



❖ مراحل قبل را برای توجیه نسبی شرط هم‌صفحه‌ای یک‌طرفه چپ انجام دهید.



توجیه نسبی دو طرفه

• توجیه نسبی دو طرفه

$\left. \begin{matrix} x', y' \\ x'', y'' \end{matrix} \right\}$ مشاهدات

$\{d\omega'', d\varphi', d\varphi'', d\kappa', d\kappa''\}$ مجهولات

$\left. \begin{matrix} x_o, y_o, f \\ \omega', b_y, b_z, b_x \end{matrix} \right\}$ معلومات

$$F_i = \vec{b} \cdot (\vec{R}_{1i} \times \vec{R}_{2i}) = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0$$

$$\vec{R}_{1i} = M_1^T \cdot \vec{r}_{1i}$$

$$\vec{R}_{2i} = M_2^T \cdot \vec{r}_{2i}$$

$$M^T = \begin{bmatrix} (\cos\varphi \cos\kappa) & (-\cos\varphi \sin\kappa) & (\sin\varphi) \\ (\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (-\sin\omega \cos\varphi) \\ (\sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (\cos\omega \cos\varphi) \end{bmatrix}$$

برای عکس چپ داریم $\omega' = 0$ بنابراین $d\omega' = 0$ خواهیم داشت.

$$\begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos \varphi' \cos \kappa') & (-\cos \varphi' \sin \kappa') & (\sin \varphi') \\ \sin \kappa' & \cos \kappa' & 0 \\ (-\sin \varphi' \cos \kappa') & (\sin \varphi' \sin \kappa') & \cos \varphi' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{bmatrix}$$

$$R_{1i} = \begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1i} (\cos \varphi' \cos \kappa') - y_{1i} (\cos \varphi' \sin \kappa') - f \sin \varphi' \\ x_{1i} \sin \kappa' + y_{1i} \cos \kappa' \\ x_{1i} (-\sin \varphi' \cos \kappa') + y_{1i} (\sin \varphi' \sin \kappa') - f \cos \varphi' \end{bmatrix}$$

مجهولات

$$\vec{R}_{2i} = M_2^T \cdot \vec{r}_{2i} \quad \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i} (\cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i} (\cos \varphi'' \sin \kappa'') - f (\sin \varphi'') \\ x_{2i} (\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i} (\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ + f (\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i} (\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i} (\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ - f (\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix}$$

$$F_i = \vec{b} \cdot (\vec{R}_{1i} \times \vec{R}_{2i}) = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0$$

برای هر سطری بست دهیم جواب دترمینان یکی است:

$$F_i = (b_y \cdot Z_{1i} - b_z \cdot Y_{1i})X_{2i} - (b_x \cdot Z_{1i} - b_z \cdot X_{1i})Y_{2i} + (b_x \cdot Y_{1i} - b_y \cdot X_{1i})Z_{2i} = 0$$

در این معادله به جای X_{1i} ، Y_{1i} و Z_{1i} و X_{2i} ، Y_{2i} و Z_{2i} مقادیر محاسبه شده در اسلاید قبلی در F_i

جایگذاری می‌شوند.

در این معادله ۵ مجهول ω' ، φ' ، k' ، φ'' ، k'' داریم و مابقی معلومند.

توجیه نسبی دو طرفه

$$F_i = (b_y \cdot Z_{1i} - b_z \cdot Y_{1i})X_{2i} - (b_x \cdot Z_{1i} - b_z \cdot X_{1i})Y_{2i} + (b_x \cdot Y_{1i} - b_y \cdot X_{1i})Z_{2i} = 0$$

معادله‌ی فوق معادله‌ی شرط هم‌صفحه‌ای بر اساس توجیه نسبی یک طرفه سمت راست است.

$$(F_i^o)_{r \times 1} + [A]_{r \times n} \times (V)_{n \times 1} + [B]_{r \times u} (\Delta)_{u \times 1} = 0_{r \times 1}$$

مشتق نسبت به مشاهدات

مشتق نسبت به مجهولات

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} & \frac{\partial F_i}{\partial y_{1i}} & \frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial F_i}{\partial y_{2i}} \end{bmatrix} \quad [B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial k''} & \frac{\partial F_i}{\partial k'} & \frac{\partial F_i}{\partial \varphi''} & \frac{\partial F_i}{\partial \varphi'} & \frac{\partial F_i}{\partial \omega''} \end{bmatrix}$$

ماتریس باقیمانده مشاهدات

ماتریس باقیمانده مجهولات

$$(V_i) = \begin{bmatrix} V_{x_1} \\ V_{y_1} \\ V_{x_2} \\ V_{y_2} \end{bmatrix} \quad (\Delta) = \begin{bmatrix} \delta k'' \\ \delta k' \\ \delta \varphi'' \\ \delta \varphi' \\ \delta \omega'' \end{bmatrix}$$

مشتق نسبت به مولفه‌ی y در عکس دوم برای نقطه اول

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_{11}} & \frac{\partial F_1}{\partial y_{11}} & \frac{\partial F_1}{\partial x_{21}} & \frac{\partial F_1}{\partial y_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F_2}{\partial x_{12}} & \frac{\partial F_2}{\partial y_{12}} & \frac{\partial F_2}{\partial x_{22}} & \frac{\partial F_2}{\partial y_{22}} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}_{r \times n}$$

نقطه دوم

$$V = \begin{bmatrix} V_{x_{11}} \\ V_{y_{11}} \\ V_{x_{21}} \\ V_{y_{21}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

برای F_i باید مقدار اولیه (F_i^o) در نظر بگیریم.

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial k''} & \frac{\partial F_1}{\partial k'} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi''} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi'} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega''} \\ \frac{\partial F_2}{\partial k''} & \frac{\partial F_2}{\partial k'} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi''} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi'} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega''} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}_{r \times u}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta k'' \\ \delta k' \\ \delta \varphi'' \\ \delta \varphi' \\ \delta \omega'' \end{bmatrix}_{u \times 1}$$

$$F_i^o = \begin{bmatrix} F_1^o \\ F_2^o \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ F_i^o \end{bmatrix}_{r \times 1}$$

توجیه نسبی دو طرفه

مشتق جزئی نسبت به مشاهدات

با توجه به مقادیر Z_{1i} ، Y_{1i} ، X_{1i} محاسبه شده در اسلایدهای قبلی خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1i} (\cos \varphi' \cos \kappa') & - y_{1i} (\cos \varphi' \sin \kappa') & - f \cdot \sin \varphi' \\ x_{1i} \cdot \sin \kappa' & + y_{1i} \cdot \cos \kappa' & \\ x_{1i} (-\sin \varphi' \cos \kappa') & + y_{1i} (\sin \varphi' \sin \kappa') & - f \cdot \cos \varphi' \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ \partial X_{2i} & \partial Y_{2i} & \partial Z_{2i} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_{1i}} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ \partial X_{2i} & \partial Y_{2i} & \partial Z_{2i} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial X_{1i}}{\partial x_{1i}} = \cos \varphi' \cos \kappa'$$

$$\frac{\partial Y_{1i}}{\partial x_{1i}} = \sin \kappa'$$

$$\frac{\partial Z_{1i}}{\partial x_{1i}} = -\sin \varphi' \cos \kappa'$$

$$\frac{\partial X_{1i}}{\partial y_{1i}} = -\cos \varphi' \sin \kappa'$$

$$\frac{\partial Y_{1i}}{\partial y_{1i}} = \cos \kappa'$$

$$\frac{\partial Z_{1i}}{\partial y_{1i}} = \sin \varphi' \sin \kappa'$$

با توجه به مقادیر

$$Z_{2i}, Y_{2i}, X_{2i}$$

محاسبه شده در اسلایدهای

قبلی خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i} (\cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i} (\cos \varphi'' \sin \kappa'') - f (\sin \varphi'') \\ x_{2i} (\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i} (\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ + f (\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i} (\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i} (\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ - f (\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial x_{2i}} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_{2i}}{\partial x_{2i}} &= \cos \varphi'' \cos \kappa'' \\ \frac{\partial Y_{2i}}{\partial x_{2i}} &= \cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'' \\ \frac{\partial Z_{2i}}{\partial x_{2i}} &= \sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'' \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_{2i}} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial y_{2i}} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial y_{2i}} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial y_{2i}} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_{2i}}{\partial y_{2i}} &= -\cos \varphi'' \sin \kappa'' \\ \frac{\partial Y_{2i}}{\partial y_{2i}} &= \cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'' \\ \frac{\partial Z_{2i}}{\partial y_{2i}} &= \sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'' \end{aligned}$$

توجیه نسبی دو طرفه

مشتق جزئی نسبت به مجهولات

با توجه به مقادیر Z_{1i} ، Y_{1i} ، X_{1i} محاسبه شده در اسلایدهای قبلی خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1i} (\cos \varphi' \cos \kappa') - y_{1i} (\cos \varphi' \sin \kappa') - f \cdot \sin \varphi' \\ x_{1i} \cdot \sin \kappa' + y_{1i} \cdot \cos \kappa' \\ x_{1i} (-\sin \varphi' \cos \kappa') + y_{1i} (\sin \varphi' \sin \kappa') - f \cdot \cos \varphi' \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \varphi'} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial \varphi'} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \varphi'} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial \varphi'} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial X_{1i}}{\partial \varphi'} = -x_{1i} (\sin \varphi' \cos \kappa') + y_{1i} (\sin \varphi' \sin \kappa') - f \cdot \cos \varphi'$$

$$\frac{\partial Y_{1i}}{\partial \varphi'} = 0$$

$$\frac{\partial Z_{1i}}{\partial \varphi'} = -x_{1i} (\cos \varphi' \cos \kappa') + y_{1i} (\cos \varphi' \sin \kappa') + f \cdot \sin \varphi'$$

با توجه به مقادیر

$$Z_{2i}, Y_{2i}, X_{2i}$$

محاسبه شده در اسلایدهای

قبلی خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i} (\cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i} (\cos \varphi'' \sin \kappa'') - f (\sin \varphi'') \\ x_{2i} (\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i} (\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ + f (\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i} (\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i} (\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ - f (\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial X_{2i}}{\partial \varphi''} = -x_{2i} (\sin \varphi'' \cos \kappa'') + y_{2i} (\sin \varphi'' \sin \kappa'') - f (\cos \varphi'')$$

$$\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \varphi''} = x_{2i} (\sin \omega'' \cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i} (\sin \omega'' \cos \varphi'' \sin \kappa'') - f (\sin \omega'' \sin \varphi'')$$

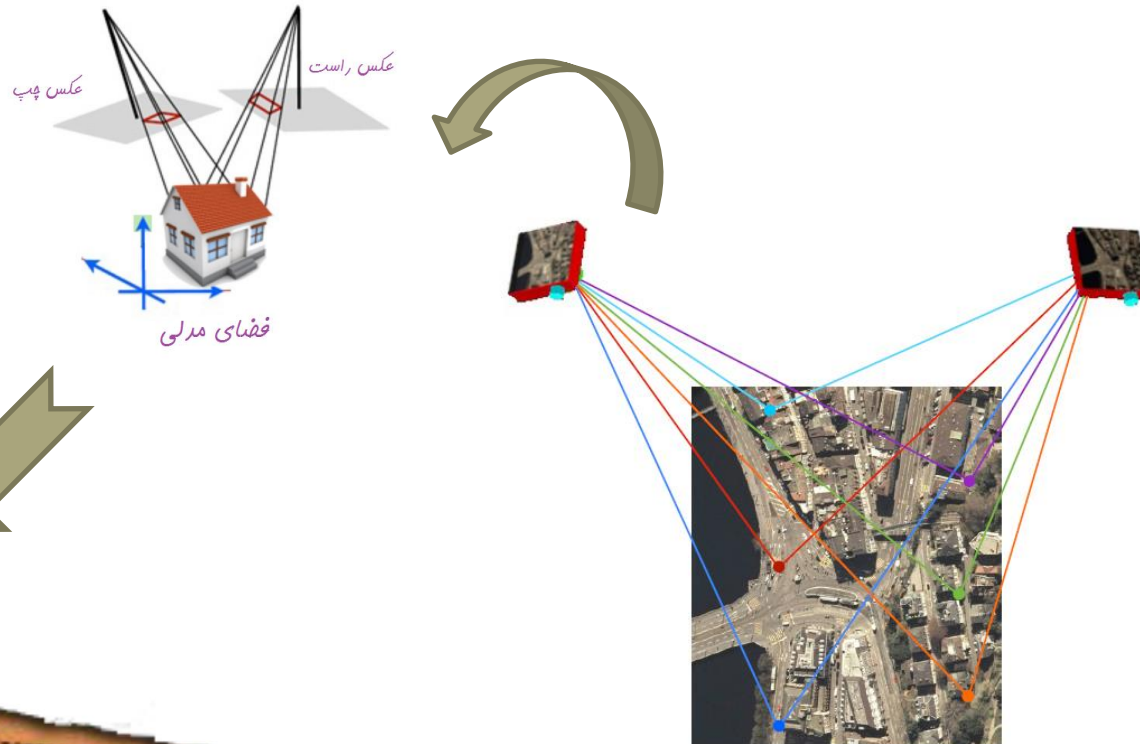
$$\frac{\partial Z_{2i}}{\partial \varphi''} = -x_{2i} (\cos \omega'' \cos \varphi'' \cos \kappa'') + y_{2i} (\cos \omega'' \cos \varphi'' \sin \kappa'') + f (\cos \omega'' \sin \varphi'')$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \varphi''} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \\ \frac{\partial \varphi''}{\partial \varphi''} & \frac{\partial \varphi''}{\partial \varphi''} & \frac{\partial \varphi''}{\partial \varphi''} \end{vmatrix}$$

برای باقی مجهولات نیز به همین صورت عمل می‌کنیم.

توجیه مطلق

(Absolute Orientation)



پس از تولید مدل سه‌بعدی دلخواه در توجیه نسبی، جهت انطباق مدل ایجاد‌ی به زمین، توجیه مطلق نیاز است. برای انجام توجیه مطلق باید هفت مجهول باقیمانده از ۱۲ مجهول اولیه توجیه خارجی در لحظه عکس‌برداری حل شود (۵ مجهول در توجیه نسبی برای تولید مدل حل شد).

پس از انجام توجیه مطلق، مدل سه‌بعدی مرحله توجیه نسبی بر زمین واقعی با دقت خوبی برازش داده می‌شود (Fit)، در نتیجه زمین واقعی (سه‌بعدی) به دست می‌آید (Ground coordinate system) که منحصر بفرد است.

- بعد از قرائت مختصات مدل نقاط کنترل، هفت مجهول توجیه مطلق (سه انتقال-سه دوران-یک مقیاس) با تشکیل دستگاه معادلات مربوطه محاسبه می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{object} = \lambda^{-1} \cdot M^T_{\omega\phi\kappa} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{object} = K \cdot R_{\omega\phi\kappa} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{object}$$

توجیه مطلق تحلیلی (Analytical Absolute Orientation)

پس از ایجاد مدل سه بعدی اولیه، انطباق مدل با زمین واقعی با توجیه مطلق انجام خواهد شد.

برای حالت تحلیلی در دستگاہهای تبدیل تحلیلی و سیستم رقومی به دو روش M(7) و

M(4-3) انجام می‌شود.

$$\begin{bmatrix} X^G \\ Y^G \\ Z^G \end{bmatrix}_{object} = K \cdot R_{\omega\phi\kappa} \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix}_{model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{object}$$

- در روش M7 تعداد پارامترهای مجهول: 7 پارامتر
- روش M(4-3) در دو مرحله مجزا انجام خواهد شد.

(1) مرحله مقیاس گذاری (Scaling) یا M4: دو نقطه کنترل مسطحاتی

$$M_4(k, X_0, Y_0, \lambda) \quad \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = K \cdot R_\kappa \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \end{bmatrix}$$

(2) مرحله تراز گذاری (Leveling) یا M3: سه نقطه کنترل ارتفاعی

$$M_3(\Omega, \phi, Z_0) \quad [Z^G] = -x' \cdot \phi + y' \cdot \Omega + Z_0 + z'$$

❖ در نتیجه توجیه مطلق با سه نقطه کنترل کامل حل خواهد شد.

توجیه مطلق به روش M7

تبدیلات سه بعدی به روش M7

$$\begin{pmatrix} F \\ G \\ H \end{pmatrix} = kM^T \cdot \begin{pmatrix} x^m \\ y^m \\ z^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0^G \\ Y_0^G \\ Z_0^G \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X^G \\ Y^G \\ Z^G \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} X^G \\ Y^G \\ Z^G \end{pmatrix}_{object} = K \cdot R_{\omega\phi\kappa} \begin{pmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{pmatrix}_{model} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix}_{object}$$

برای F, G و H نیاز به مقادیر اولیه داریم.

در اینجا چون (X, Y, Z) و (x, y, z) معلوم هستند پس مشتق نسبت به آنها صفر است.

(به منظور عدم اشتباه در اندیس مقیاس K و دوران k در ادامه به جای اندیس مقیاس k از اندیس λ

استفاده می کنیم.)

$$\begin{pmatrix} F \\ G \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F^0 \\ G^0 \\ H^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial \Omega} & \frac{\partial F}{\partial \phi} & \frac{\partial F}{\partial K} & \frac{\partial F}{\partial X_0} & \frac{\partial F}{\partial Y_0} & \frac{\partial F}{\partial Z_0} & \frac{\partial F}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial G}{\partial \Omega} & \frac{\partial G}{\partial \phi} & \frac{\partial G}{\partial K} & \frac{\partial G}{\partial X_0} & \frac{\partial G}{\partial Y_0} & \frac{\partial G}{\partial Z_0} & \frac{\partial G}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial H}{\partial \Omega} & \frac{\partial H}{\partial \phi} & \frac{\partial H}{\partial K} & \frac{\partial H}{\partial X_0} & \frac{\partial H}{\partial Y_0} & \frac{\partial H}{\partial Z_0} & \frac{\partial H}{\partial \lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\Omega \\ d\phi \\ dK \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \\ d\lambda \end{pmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M7

$$F = F_o + \left(\frac{\partial F}{\partial \lambda}\right)_o d\lambda + \left(\frac{\partial F}{\partial \Omega}\right)_o d\Omega + \left(\frac{\partial F}{\partial \phi}\right)_o d\phi + \left(\frac{\partial F}{\partial k}\right)_o dk + \left(\frac{\partial F}{\partial X_o}\right)_o dX_o + \left(\frac{\partial F}{\partial Y_o}\right)_o dY_o + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_o}\right)_o dZ_o = 0$$

$$G = G_o + \left(\frac{\partial G}{\partial \lambda}\right)_o d\lambda + \left(\frac{\partial G}{\partial \Omega}\right)_o d\Omega + \left(\frac{\partial G}{\partial \phi}\right)_o d\phi + \left(\frac{\partial G}{\partial k}\right)_o dk + \left(\frac{\partial G}{\partial X_o}\right)_o dX_o + \left(\frac{\partial G}{\partial Y_o}\right)_o dY_o + \left(\frac{\partial G}{\partial Z_o}\right)_o dZ_o = 0$$

$$H = H_o + \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda}\right)_o d\lambda + \left(\frac{\partial H}{\partial \Omega}\right)_o d\Omega + \left(\frac{\partial H}{\partial \phi}\right)_o d\phi + \left(\frac{\partial H}{\partial k}\right)_o dk + \left(\frac{\partial H}{\partial X_o}\right)_o dX_o + \left(\frac{\partial H}{\partial Y_o}\right)_o dY_o + \left(\frac{\partial H}{\partial Z_o}\right)_o dZ_o = 0$$

F_o, G_o, H_o مقادیر این توابع به ازای مقادیر اولیه مجهولات می‌باشند.

مشتقات جزئی نسبت به مجهولات می‌باشند که به ازای مقادیر تقریبی اولیه

مقدار دهی می‌شوند و $d\lambda, d\Omega, \dots, dZ_o$ تصحیحات مربوط به مجهولات می‌باشند که در هر

تکرار محاسبه می‌شوند (واحد $d\Omega, d\phi, dk$ رادیان است).

توجیه مطلق به روش M7

مشتقات جزئی نیز از روابط زیر محاسبه می گردند:

$$\frac{dR}{d\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} R$$

$$\frac{\partial}{\partial \Omega} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dF}{d\Omega} \\ \frac{dG}{d\Omega} \\ \frac{dH}{d\Omega} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\frac{dR}{d\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} R$$

$$\frac{\partial}{\partial \Phi} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dF}{d\Phi} \\ \frac{dG}{d\Phi} \\ \frac{dH}{d\Phi} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\frac{dR}{dk} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} R$$

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dF}{dk} \\ \frac{dG}{dk} \\ \frac{dH}{dk} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial X_0} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial Y_0} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial Z_0} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \mathbf{R}^0 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M7

برای نمونه به منظور بدست آوردن مشتقات نسبت به Ω به ترتیب زیر می‌توان عمل نمود:

$$M^T = \begin{bmatrix} (\cos\phi \cos\kappa) & (-\cos\phi \sin\kappa) & (\sin\phi) \\ (\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\phi \cos\kappa) & (\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\phi \sin\kappa) & (-\sin\omega \cos\phi) \\ (\sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\phi \cos\kappa) & (\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\phi \sin\kappa) & (\cos\omega \cos\phi) \end{bmatrix}$$

M^T را داریم، لذا از عناصر نسبت به Ω مشتق می‌گیریم.

$$\frac{\partial}{\partial \Omega} \begin{pmatrix} F \\ G \\ H \end{pmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (-\sin\Omega \sin\kappa + \cos\Omega \sin\phi \cos\kappa) & (-\sin\Omega \cos\kappa - \cos\Omega \sin\phi \sin\kappa) & (-\cos\Omega \cos\phi) \\ (\cos\Omega \sin\kappa + \sin\Omega \sin\phi \cos\kappa) & (\cos\Omega \cos\kappa - \sin\Omega \sin\phi \sin\kappa) & (-\sin\Omega \cos\phi) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega} = 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial \Omega} = \lambda [x(-\sin\Omega \sin\kappa + \cos\Omega \sin\phi \cos\kappa) + y(-\sin\Omega \cos\kappa - \cos\Omega \sin\phi \sin\kappa) - z(\cos\Omega \cos\phi)]$$

$$\frac{\partial H}{\partial \Omega} = \lambda [x(\cos\Omega \sin\kappa + \sin\Omega \sin\phi \cos\kappa) + y(\cos\Omega \cos\kappa - \sin\Omega \sin\phi \sin\kappa) - z(\sin\Omega \cos\phi)]$$

توجیه مطلق به روش M7

چگونگی حل معادلات M_7 (چگونگی تعیین مقادیر اولیه مجهولات):

جهت تعیین مقادیر اولیه مجهولات ۲ راه حل ارائه می‌گردد:

۱- فرض می‌کنیم عکس‌ها تیلت ندارند، در نتیجه مقادیر اولیه دوران‌های امگا و فی را برابر

صفر می‌توان فرض نمود: $\Omega^0 = \Phi^0 = 0$

همچنین از حل تبدیل کانفورمال مقادیر اولیه‌ی

λ^0, X_0^0, Y_0^0 و k^0 حاصل خواهند شد.

زمینی

مدلی

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}_{L_{2n \times 1}} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}_{A_{2n \times 4}} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}_{X_{4 \times 1}}$$

$$\Rightarrow X = (A^T A)^{-1} A^T L \rightarrow a \quad b \quad c \quad d$$

$$\lambda^o = \sqrt{a^2 + b^2} ; K^o = \tan^{-1} \frac{b}{a} ; X_0^o = c ; Y_0^o = d$$

$$Scale = \frac{f}{H'} = \frac{\overline{ab}}{AB}$$

$$\rightarrow H' = H - h_{ave} \Rightarrow Z^o_0 = H = H' + h_{ave}$$

۲- مقیاس تقریبی λ^o از محاسبه نسبت یک طول بین دو نقطه کنترل در مدل و نظیر آن در زمین محاسبه می گردد. مقادیر تقریبی $\phi^o = \omega^o = 0$ و K^o را می توان از اختلاف زاویه ای که یک طول در مدل و نظیرش در زمین با محور x می سازند محاسبه کرد:

$$K^o = \tan^{-1} D_{AB} - \tan^{-1} D_{ab}$$

در انتها، مقادیر تقریبی X_o, Y_o, Z_o را نیز می توان توسط یکی از نقاط کنترل که

مختصات زمینی و مدل آن معلوم است چنین محاسبه کرد.

$$\begin{bmatrix} X_o^o \\ Y_o^o \\ Z_o^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \lambda^o \mathbf{R}^o \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

لذا با تعیین مقادیر اولیه مجهولات، مقادیر F_o, G_o, H_o از رابطه زیر برای هر نقطه قابل محاسبه

می باشند:

$$\begin{bmatrix} F_o \\ G_o \\ H_o \end{bmatrix} = \lambda^o \cdot \mathbf{R}^o \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o^o \\ Y_o^o \\ Z_o^o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M7

$$\mathbf{A}\mathbf{X}=\mathbf{L}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \lambda} & \frac{\partial F}{\partial \Omega} & \frac{\partial F}{\partial \phi} & \frac{\partial F}{\partial \kappa} & \frac{\partial F}{\partial X_o} & \frac{\partial F}{\partial Y_o} & \frac{\partial F}{\partial Z_o} \\ \frac{\partial G}{\partial \lambda} & \frac{\partial G}{\partial \Omega} & \frac{\partial G}{\partial \phi} & \frac{\partial G}{\partial \kappa} & \frac{\partial G}{\partial X_o} & \frac{\partial G}{\partial Y_o} & \frac{\partial G}{\partial Z_o} \\ \frac{\partial H}{\partial \lambda} & \frac{\partial H}{\partial \Omega} & \frac{\partial H}{\partial \phi} & \frac{\partial H}{\partial \kappa} & \frac{\partial H}{\partial X_o} & \frac{\partial H}{\partial Y_o} & \frac{\partial H}{\partial Z_o} \end{bmatrix}$$

معادلات را به شکل ماتریسی می توان چنین نوشت :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} d\lambda \\ d\Omega \\ d\phi \\ dk \\ dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix} \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} F_o \\ G_o \\ H_o \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} = (\lambda^o + d\lambda)(\mathbf{R}^o + d\mathbf{R}) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o^o + dX_o \\ Y_o^o + dY_o \\ Z_o^o + dZ_o \end{bmatrix}$$

بنابر این می توان
مجهولات را بدست آورد:

$$\Omega_1^o = d\Omega + \Omega^o$$

$$\phi_1^o = d\phi + \phi^o$$

تکرار اول

$$\Omega_2^o = d\Omega_1 + \Omega_1^o$$

$$\phi_2^o = d\phi_1 + \phi_1^o$$

تکرار دوم

تکرار ...

این محاسبات با تکرار ادامه می یابد تا آنجایی که پارامترهای توجیه مطلق در حد قابل قبولی بدست آیند. به عبارت دیگر روند ادامه پیدا می کند تا جایی که

ها در حد مجاز قرار گیرند. $d \approx 0$

توجیه مطلق به روش M7

حالت خاص:

در روش M7 خاص برای خطی کردن ماتریس R از تقریبات زیر استفاده می‌کنیم:

$$d\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -d\kappa & d\phi \\ d\kappa & 0 & -d\Omega \\ -d\phi & d\Omega & 0 \end{bmatrix} \quad \leftarrow \quad \sin \alpha \approx \alpha, \cos \alpha \approx 1 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \{ \Omega, \phi, k \leq 4 \}$$

فرض فتوگرامتری $\{ \Omega, \phi, k \leq 4 \}$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = (1 + d\lambda)(\mathbf{R}^o + d\mathbf{R}) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}^o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در صورتی که مقادیر اولیه

$$(\lambda^o = 1, \Omega^o = \phi^o = K^o = X_o^o = Y_o^o = Z_o^o = 0)$$

در نظر گرفته شوند،

معادلات به شکل ساده‌تر تبدیل می‌شوند

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + d\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + d\mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\lambda \\ d\Omega \\ d\phi \\ dk \\ dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix}$$

$3n \times 1$ $3n \times 7$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + d\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -d\kappa & d\phi \\ d\kappa & 0 & -d\Omega \\ -d\phi & d\Omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix}$$

که با مرتب کردن معادله فوق بر حسب پارامترهای مجهول

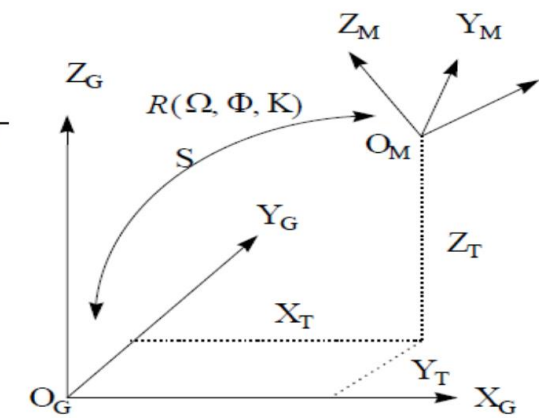
معادلات می‌تواند در اتصال دو مدل به هم (مدل دوم به مدل اول) مورد استفاده قرار گیرد. بطوری که پس از محاسبه پارامترهای اتصال دو مدل با استفاده از نقاط مشترک دو مدل که عبارتند از مرکز تصویر دو مدل مجاور و نقاط مشترک سطح مدل، مختصات مدل دوم را می‌توان به مختصات مدل اول تبدیل کرد

توجیه مطلق در دو مرحله

در مواردی که بین دو سیستم مختصات، اختلاف زیادی باشد (مثلاً در توجیه مطلق λ و k مقادیر بزرگی باشد) لازم است که مقادیر اولیه آنها تعیین شود. در صورتی که از معادلات γ پارامتری به طور یکجا استفاده گردد، انجام محاسبات طولانی می‌شود، حتی ممکن است معادلات واگرا شوند، لذا بهتر است در دو مرحله مجزای مسطحاتی و ارتفاعی، این پارامترها تعیین شوند. در اولین مرحله، چهار پارامتر λ, X_o, Y_o, K که بیشترین تأثیر را در مختصات مسطحاتی می‌گذارند محاسبه می‌شوند. و در مرحله بعدی سه پارامتر بعدی (Ω, ϕ, Z_o) که ارتفاعی‌اند محاسبه می‌گردند.

توجیه مطلق (Absolute orientation)

فضای مدلی



فضای شی

Object Space

Stereo Model

توجیه مطلق به روش M43

در روش M7 ما $d\Omega$, $d\Phi$, dk , dX_0 , dY_0 , dZ_0 و $d\lambda$ داشتیم در نتیجه اختلاف دو سیستم می بایست ناچیز می بود تا معادلات حل شود، که این یکی از عیوب روش M7 بود.

برای رفع این مشکل ماتریس کلی را به دو ماتریس تجزیه می کنیم.

$$\begin{bmatrix} X^G \\ Y^G \\ Z^G \end{bmatrix}_{object} = K.R_{\omega\phi\kappa} \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix}_{model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{object}$$

❖ روش M43 در دو مرحله انجام می گیرد (این روش دارای دقت بیشتری است)

مرحله مقیاس گذاری (Scaling) یا M4: حداقل دو نقطه کنترل مسطحاتی

$$M_4(k, X_0, Y_0, \lambda) \quad \text{1} \quad \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \lambda.R_{\kappa} \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ 0 \end{bmatrix}$$

مرحله تراز گذاری (Leveling) یا M3: حداقل سه نقطه کنترل ارتفاعی

$$M_3(\Omega, \phi, Z_0) \quad \text{2} \quad \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_{\phi}.R_{\Omega} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_o \end{bmatrix}$$

توجیه مطلق به روش M43 (مرحله مقیاس‌گذاری)

در روش M43 ابتدا به مختصات مدلی مجهولات مرحله مقیاس گذاری را اعمال می کنیم
 ($x^m, y^m, z^m \rightarrow X', Y', Z'$) سپس به مختصات‌های جدید بدست آمده سه مجهول مرحله
 تراز‌گذاری را اعمال می کنیم ($X', Y', Z' \rightarrow X^G, Y^G, Z^G$).

مرحله مقیاس گذاری (Scaling) یا M4:

ماتریس معادله یک را دوباره تجزیه می کنیم: $M_4(k, X_0, Y_0, \lambda)$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \lambda \cdot R_k \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ 0 \end{bmatrix} \quad M_k = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow R_k = \begin{bmatrix} \cos K & -\sin K & 0 \\ \sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \lambda \cdot R_k \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \end{bmatrix} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} \cos k & -\sin k \\ \sin k & \cos k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \end{bmatrix}$$



$$[Z'] = \lambda [z]$$

توجیه مطلق به روش M43 (مرحله مقیاس‌گذاری)

ماتریس معادله‌ی ۱-۱ یک ماتریس تبدیل کانفورمال دو بعدی است:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ X'_B \\ Y'_B \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}}_{I_{2 \times n}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}}_{A_{2 \times n \times 4}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}}_{X_{4 \times 1}}$$

$$\Rightarrow X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \rightarrow a \quad b \quad c \quad d$$

$$\begin{aligned} a &= \lambda \cdot \cos(k) & \lambda &= \sqrt{a^2 + b^2} & X_0 &= c \\ b &= \lambda \cdot \sin(k) & & & & \\ c &= X_0 & k &= \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) & Y_0 &= d \\ d &= Y_0 & & & & \end{aligned}$$

بعد از بدست آوردن ضرایب، مجدداً مجهولات را در ماتریس

کانفورمال قرار داده و مختصات X' و Y' را برای n نقطه‌ی مدل (برای مثال ۶ نقطه‌ی مدلی) بدست می‌آوریم.

- نکته: با توجه به معادله‌ی بالا و مقایسه آن با روش M7 می‌توان نتیجه گرفت که یکی از مزایای این روش (M43) این است که تغییر مقیاس دو سیستم می‌تواند نامحدود باشد، به عبارتی محدودیتی برای λ وجود ندارد و اختلاف دو سیستم می‌تواند جزئی نباشد.

توجیه مطلق به روش M43 (مرحله مقیاس‌گذاری)

- نکته‌ی دیگر این که k در شرایط پرواز به هر جهت با مشکل روبرو خواهد شد، چون هواپیما ناچاراً روی محور X حرکت می‌کند، به عبارت دیگر در مرحله‌ی عکس‌برداری و پرواز پارامتر مهم دروان حول محور Z (دوران k) است نه Ω و Φ ؛ چون Ω و Φ تا حد زیادی تحت کنترل خلبان است اما تغییرات k اجتناب‌ناپذیر است و امکان اینکه هواپیما در طول مسیر پرواز بیش از 4 درجه از مسیر خود منحرف شود وجود دارد. به همین دلیل دوران k (حول محور Z) در این مرحله تقریبی گرفته نمی‌شود.
- در نتیجه از مزایای روش M43 نسبت به M7 این است که برای k و λ مقادیر تقریبی در نظر گرفته نمی‌شود.

با استفاده از رابطه‌ی ۱-۱ در روش M4 چهار مجهول بدست آمدند و توسط آن چهار مجهول X' و Y' نقاط محاسبه شدند. در ادامه با استفاده از رابطه‌ی ۱-۲، Z' نیز قابل محاسبه است.

سپس با استفاده از روش M3 و اعمال سه مجهول باقی مانده از X' ، Y' و Z' بدست آمده به مختصات زمینی می‌رسیم. در نتیجه می‌توان گفت خروجی‌های روش M4 ورودی‌های روش M3 می‌باشند.

توجیه مطلق به روش M43 (مرحله ترازگذاری)

• مرحله ترازگذاری (Leveling) یا M3:

برای حل ماتریس معادله‌ی ۲ ابتدا ماتریس دورانی مربوطه را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_{\phi} \cdot R_{\Omega} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

$$R^{M3} = R_{\phi} \cdot R_{\Omega} \left\{ \begin{array}{l} R_{\phi} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \\ R_{\Omega} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega & -\sin \Omega \\ 0 & \sin \Omega & \cos \Omega \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \Phi & \sin \Phi \cdot \sin \Omega & \sin \Phi \cdot \cos \Omega \\ 0 & \cos \Omega & -\sin \Omega \\ -\sin \Phi & \sin \Omega \cdot \cos \Phi & \cos \Omega \cdot \cos \Phi \end{bmatrix}$$

در این مرحله از تقریبات زیر استفاده می‌کنیم:

۱- تقریبات برای دوران

$$\sin \alpha \{\Omega, \Phi\} \approx \alpha \quad \cos \alpha \{\Omega, \Phi\} \approx 1 \quad \Omega, \Phi$$

۲- از حاصلضربها به دلیل کوچک بودن صرف نظر می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

با جایگذاری در معادله‌ی ۲ خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Phi \\ 0 & 1 & -\Omega \\ -\Phi & \Omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} X - x' = \Phi z' \\ Y - y' = -\Omega z' \\ Z - z' = -\Phi x' + \Omega y' + z_0 \end{array}$$

توجیه مطلق به روش M43 (مرحله ترازگذاری)

معادله‌ی آخر مربوط به Leveling است (معادله‌ای که مربوط به مختصه Z است و Leveling را انجام می‌دهد).
 برای Leveling به ۳ نقطه نیاز داریم. هر نقطه یک معادله‌ی یک مجهول ← با ۳ نقطه، ۳ مجهول حل می‌شود.

برای به دست آوردن مجهولات داریم:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Z_1 - z'_1 \\ Z_2 - z'_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}}_{L_{n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} y'_1 & -x'_1 & 1 \\ y'_2 & -x'_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}}_{A_{n \times 3}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \Omega \\ \phi \\ Z_0 \end{bmatrix}}_{X_{3 \times 1}} \Rightarrow X = (A^T P A)^{-1} A^T P L$$

زمانی که تراز کردن مدل یا Leveling را انجام می‌دهیم، عناصر Leveling روی مقیاس‌گذاری یا Scaling تأثیر می‌گذارند. بنابراین معادله‌ی اول و دوم معادلات Scaling هستند که بعد از بدست آوردن عناصر Leveling باید با استفاده از این معادلات تأثیر آن را روی عناصر Scaling اعمال کرد تا مقادیر واقعی به دست آید. ←

در صورت قابل قبول بودن عناصر توجیه مطلق، این عناصر ذخیره و برای تمام نقاط اندازه‌گیری شده در مدل صادق می‌باشند. و در صورتی که قابل قبول نباشند به روش تکرار معادلات فوق حل خواهد گردید.
 در این روش چون از تقریبات کمتری استفاده کرده‌ایم و برای λ و k مقدار اولیه نگرفته‌ایم، دقیق‌تر و اختلافات سریع‌تر به سمت صفر همگرا خواهند بود.

مرورس اجمالی بر مبحث توجیه مطلق

✓ توجیه مطلق تحلیلی به دو روش M_7 و M_{4-3} انجام می‌شود، برای حل حداقل به ۲ نقطه کنترل مسطحاتی و ۳ نقطه کنترل ارتفاعی نیاز است.

✓ در روش M_7 از تبدیل کانفورمال ۳ بعدی استفاده می‌شود. برای حل این معادله

چون ماتریس دورانی R غیرخطی است لذا ابتدا این معادلات را خطی می‌کنیم و با اختصاص دادن مقادیر اولیه مناسب آنها را حل می‌کنیم.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \lambda R \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix}$$

✓ از آنجاییکه در روش M_7 نیاز به مقادیر اولیه مناسب می‌باشد بخصوص پارامترهای «کاپا و مقیاس» مقادیر اولیه بزرگی دارند که تعیین نامناسب این مقادیر باعث طولانی شدن محاسبات و حتی گاهی واگرایی معادلات می‌شود از اینرو پارامترها را در دو دسته مسطحاتی و ارتفاعی به روش M_{4-3} حل می‌کنند.

✓ در مرحله مسطحاتی ۴ پارامتر X_0, Y_0, K, λ را با استفاده از معادلات کانفورمال دوبعدی حل می‌کنند بدین منظور به دو نقطه مسطحاتی نیاز است. معادلات کانفورمال دوبعدی بدون نیاز به مقادیر اولیه حل می‌شوند.

در مرحله ارتفاعی برای هر نقطه ارتفاعی یک معادله نوشته می‌شود با سه نقطه ارتفاعی می‌توان پارامترهای ارتفاعی (Z_0, ω, Φ) را حل نمود.

دقت تهیه نقشه در دستگاه‌های تبدیل

در گذشته، برای تولید نقشه از معیار C.factor استفاده می کردند

هر چه قدر مقدار C.factor بیشتر باشد دقت ارتفاعی و مسطحاتی سیستم بیشتر خواهد بود.

$$C.factor = \frac{H}{C.I.}$$

C.I. همان فاصله دو منحنی میزان متوالی است.

حدود ضریب C.factor: $750 < C.factor < 2500$

مثال: در یک دستگاه تبدیل با C.factor برابر ۱۵۰۰، ارتفاع پرواز برابر ۷۵۰ متر باشد،

چه نقشه ای قابل تولید خواهد بود؟ C.I. = 0.5m نقشه ۱:۱۰۰۰

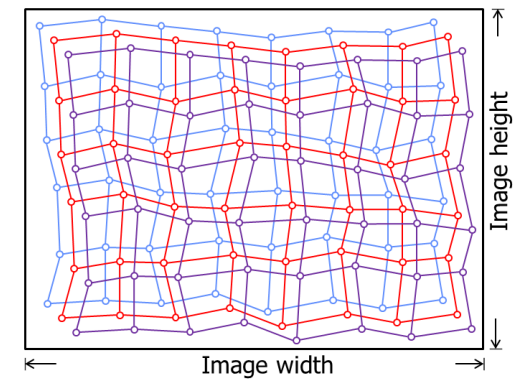
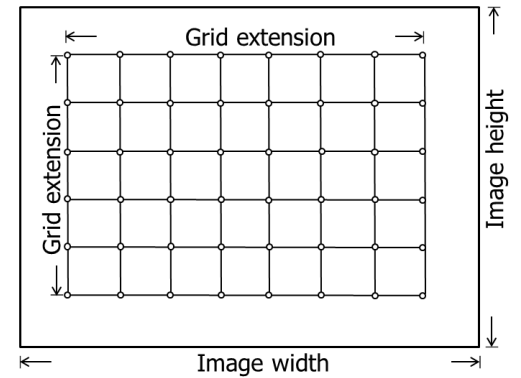
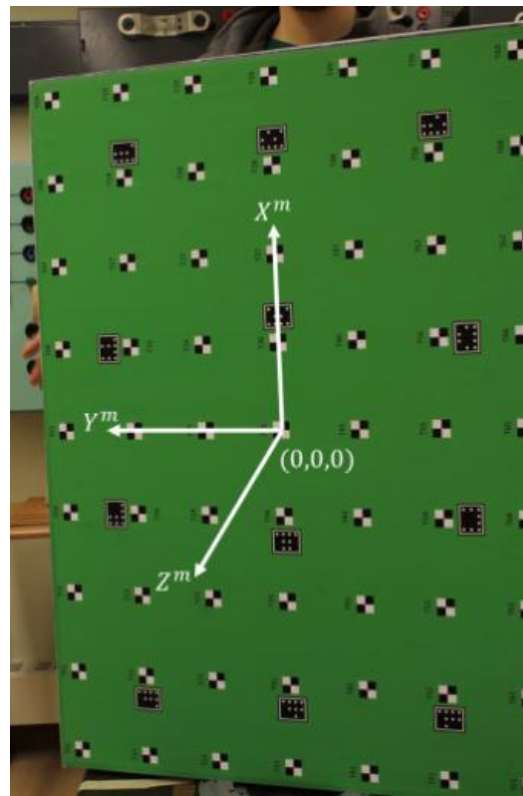
1:500	C.I. = 0.25m یا 0.5m
1:1000	C.I. = 0.5m یا 1m
1:2000	C.I. = 1m یا 2m
1:2500	C.I. = 1m یا 2m یا 2.5m
1:5000	C.I. = 2.5m یا 5m

1:10000	C.I. = 5m یا 10m
1:25000	C.I. = 10m یا 25m
1:50000	C.I. = 25m یا 50m
1:100000	C.I. = 50m یا 100m
1:250000	C.I. = 100m یا 250m



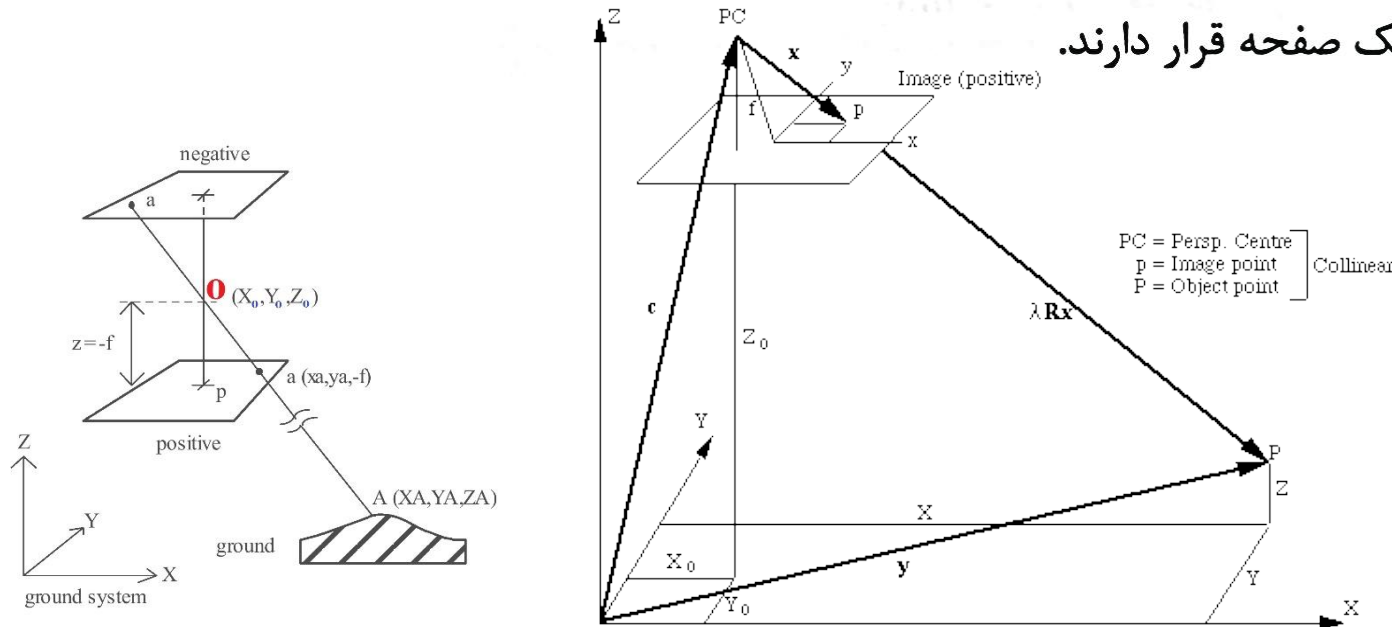
سلف كاليراسيون

(Self Calibration)



سلف کالیبراسیون

اختلاف بین مختصات یک نقطه عکس و مختصات نظیرش در فضای شیء با معادلات شرط همخطی برقرار می‌شود. این معادلات بر اساس دو اصل صورت می‌پذیرد:
 نقطه‌ی عکسی مرکز تصویر و نقطه‌ی زمینی نظیر آن در امتداد یک خط راست قرار دارند.
 تمام تصاویر بر روی یک صفحه قرار دارند.



از لحاظ فیزیکی به علت وجود خطاهای سیستماتیک موجود (که در فصل پالایش عکسی بحث شد) این دو اصل نمی‌تواند برقرار شود. بنابراین برای استفاده از این معادلات در مسائل فتوگرامتری مانند حل ترفیع و تقاطع فضایی در کاربردهایی نظیر فتوگرامتری برد کوتاه و صنعتی لازم است در صورتی که این خطاهای سیستماتیک قابل ملاحظه باشد تا حد امکان باید حذف شوند (کاهش یابند) تا دو شرط بالا تامین گردد.

در مواردی از قبیل کالیبره کردن دوربین‌های متریک و یا غیر متریک، یا مثلث بندی به روش باندل برای تأمین شدن دو اصل بالا این خطاها، به صورت مدل‌های ریاضی، یک جا در معادلات شرط هم‌خطی در نظر گرفته می‌شوند که این امر اساس سلف کالیبراسیون است.

یکی از کاربردهای معادلات شرط هم‌خطی، تکنیک کالیبراسیون تحلیلی است. با استفاده از این معادلات می‌توان برای یک مجموعه عکس، المان‌های توجیه داخلی و ضرایب اعوجاج عدسی را که برای تمام عکس‌ها مشترک فرض می‌شوند، تعیین کرد.

این روش به عنوان کالیبراسیون تحلیلی هم‌زمان چند عکس (SMAC) تعریف می‌شود. برای کالیبراسیون دوربین‌های متریک، که در فتوگرامتری هوایی به کار می‌روند، عکس‌برداری بر روی یک منطقه تست انجام می‌شود که مختصات نقاط کنترل آن با دقت بالایی معلوم باشد. در صورتی که منطقه تست موجود نباشد، مختصات نقاط کنترل به عنوان پارامترهای مجهول در معادلات در نظر گرفته می‌شود.

سلف کالیبراسیون

در کاربردهای نظیر برد کوتاه و برد ریز که منطقه تست وجود ندارد، با استفاده از تکنیک سلف کالیبراسیون؛ المان‌های توجیه داخلی، توجیه خارجی، ضرایب اعوجاج عدسی‌های دوربین و مختصات شئی تعیین می‌شود.

در حالت کلی معادلات شرط هم‌خطی برای کالیبراسیون کامل یک دوربین با اضافه کردن المان‌های توجیه داخلی به صورت زیر است:

$$x_{ij} - x_o + dx = -f \left[\frac{m_{11_i} (X_j - X_{o_i}) + m_{12_i} (Y_j - Y_{o_i}) + m_{13_i} (Z_j - Z_{o_i})}{m_{31_i} (X_j - X_{o_i}) + m_{32_i} (Y_j - Y_{o_i}) + m_{33_i} (Z_j - Z_{o_i})} \right]$$

$$y_{ij} - y_o + dy = -f \left[\frac{m_{21_i} (X_j - X_{o_i}) + m_{22_i} (Y_j - Y_{o_i}) + m_{23_i} (Z_j - Z_{o_i})}{m_{31_i} (X_j - X_{o_i}) + m_{32_i} (Y_j - Y_{o_i}) + m_{33_i} (Z_j - Z_{o_i})} \right]$$

x_{ij} و y_{ij} مختصات نقاط، در سیستم عکسی

اندیس 0 معرف مرکز تصویر

x_o و y_o مختصات نقاط اصلی در سیستم عکسی

اندیس 1 شماره عکس

d_x و d_y تصحیحات ناشی از خطای سیستماتیک

اندیس j شماره نقطه زمینی

d_x , d_y تصحیحات ناشی از خطاهای سیستماتیک در جهات x , y است که می‌تواند به شکل‌های مختلفی مدل شود، مثلاً در صورتی که توابعی از المان‌های توجیه داخلی (x_0, y_0, f) و اعوجاجات عدسی‌ها (P_1, P_2, P_3) و مماسی (K_0, K_1, K_2) باشند، به صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌شوند:

$$dx = f_x(f, x_0, y_0, K_0, K_1, K_2, P_1, P_2, P_3) + F(K)(x_{ij} - x_0) + F(P)\{P_1(r_{ij}^2 + 2(x_{ij} - x_0)^2) + P_2(2(x_{ij} - x_0)(y_{ij} - y_0))\}$$

$$dy = f_y(f, x_0, y_0, K_0, K_1, K_2, P_1, P_2, P) + F(K)(y_{ij} - y_0) + F(P)\{P_2(r_{ij}^2 + 2(y_{ij} - y_0)^2) + P_1(2(x_{ij} - x_0)(y_{ij} - y_0))\}$$

$$r_{ij}^2 = ((x_{ij} - x_0)^2 + (y_{ij} - y_0)^2)$$

$F(K)$ تابعی که برای اعوجاجات شعاعی عدسی به کار می‌رود و برای تمام عکس‌ها ثابت فرض می‌شود:

$$F(k) = K_0 + K_1 r_{ij}^2 + K_3 r_{ij}^6 + \dots$$

$F(P)$ تابعی که برای اعوجاجات مماسی عدسی دوربین به کار می‌رود و برای تمام عکس‌ها ثابت فرض می‌شود.

P_1, P_2 نیز ضرایب تصحیح برای خطای خارج از مرکز بودن عدسی هستند و برای تمام عکس‌ها ثابت است.

$$F(P) = 1 + P_3 r_{ij}^2 + P_4 r_{ij}^4 + \dots$$

f فاصله‌ی کانونی مؤثر است.

- معادلات نسبت به پارامترهای مجهول، غیر خطی‌اند و باید حول کمیت‌های اندازه‌گیری شده به سری تیلور، خطی شوند.
- علاوه بر فرمول ارائه شده فرمول‌های متعدد دیگری نیز برای سلف کالیبراسیون پیشنهاد شده است. در اغلب آنها، معمولاً ابتدا خطاهای سیستماتیک نظیر اعوجاج عدسی، خطای فاصله اصلی و یا آفست نقطه‌ی اصلی مدل‌سازی می‌شود، سپس ترم‌های اضافی به منظور بیان تغییرات عمومی در مدل مورد نظر اضافه می‌گردد.
- پارامترهای کالیبراسیون برای کل بلوک یکسان می‌باشند. ولی در صورتی که: عکس‌های متفاوتی با دوربین‌های مختلف گرفته شده باشد، یا محورهای پرواز متفاوت باشد و یا زیر بلوک‌های متفاوتی بلوک را تشکیل دهند، برای هر حالت پارامترهای کالیبراسیون تغییر می‌کنند.

معادلات نسبت به پارامترهای مجهول، غیر خطی‌اند و باید حول کمیت‌های اندازه‌گیری شده $\dot{x}_{ij}, \dot{y}_{ij}$ به سری تیلور، خطی شوند. بنابراین لازم است مقادیر تقریبی اولیه‌ای برای پارامترهای مجهول در نظر گرفته شود.

$$x_{ij} = \dot{x}_{ij} + v_{x_{ij}}$$

$$y_{ij} = \dot{y}_{ij} + v_{y_{ij}}$$

$$f = \dot{f} + \Delta f$$

$$\omega = \dot{\omega} + \Delta\omega$$

$$X_o = \dot{X}_o + \Delta X_o$$

$\dot{y}_{ij}, \dot{x}_{ij}$ مقادیر اندازه‌گیری شده هستند

$$x_o = \dot{x}_o + \Delta x_o$$

$$\varphi = \dot{\varphi} + \Delta\varphi$$

$$Y_o = \dot{Y}_o + \Delta Y_o$$

$v_{y_{ij}}, v_{x_{ij}}$ باقی مانده‌های فوق می‌باشند

$$y_o = \dot{y}_o + \Delta y_o$$

$$K = \dot{K} + \Delta K$$

$$Z_o = \dot{Z}_o + \Delta Z_o$$

$\dot{f}, \dot{x}_o, \dots, \dot{Z}$ مقادیر تقریبی مجهولات

$$K_o = \dot{K}_o + \Delta K_o$$

$$P_1 = \dot{P}_1 + \Delta P_1$$

$$X = \dot{X} + \Delta X$$

و $\Delta f, \Delta x_o, \dots, \Delta Z$ تصحیحات مربوط به آن می‌باشند.

$$K_1 = \dot{K}_1 + \Delta K_1$$

$$P_2 = \dot{P}_2 + \Delta P_2$$

$$Y = \dot{Y} + \Delta Y$$

$$K_2 = \dot{K}_2 + \Delta K_2$$

$$P_3 = \dot{P}_3 + \Delta P_3$$

$$Z = \dot{Z} + \Delta Z$$

دو تابع F, G را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$F = x_{ij} - x_o + dx + f \frac{q}{r} = 0$$

$$P = (X_j - X_{O_i})m_{21_i} + (Y_j - Y_{O_i})m_{22_i} + (Z_j - Z_{O_i})m_{23_i}$$

$$q = (X_j - X_{O_i})m_{11_i} + (Y_j - Y_{O_i})m_{12_i} + (Z_j - Z_{O_i})m_{13_i}$$

$$G = y_{ij} - y_o + dy + f \frac{p}{r} = 0$$

$$r = (X_j - X_{O_i})m_{31_i} + (Y_j - Y_{O_i})m_{32_i} + (Z_j - Z_{O_i})m_{33_i}$$



از سری تیلور به منظور خطی کردن تابع F ، G استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\begin{aligned}
 F = F^o &+ \left(\frac{\partial F}{\partial x_{ij}} \right)_o \Delta x_{ij} + \left(\frac{\partial F}{\partial x_o} \right)_o \Delta x_o + \left(\frac{\partial F}{\partial y_o} \right)_o \Delta y_o + \left(\frac{\partial F}{\partial f} \right)_o \Delta f + \left(\frac{\partial F}{\partial K_o} \right)_o \Delta K_o + \\
 &\left(\frac{\partial F}{\partial K_1} \right)_o \Delta K_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial K_2} \right)_o \Delta K_2 + \left(\frac{\partial F}{\partial P_1} \right)_o \Delta P_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial P_2} \right)_o \Delta P_2 + \left(\frac{\partial F}{\partial P_3} \right)_o \Delta P_3 + \left(\frac{\partial F}{\partial X_o} \right)_o \Delta X_o + \\
 &\left(\frac{\partial F}{\partial Y_o} \right)_o \Delta Y_o + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_o} \right)_o \Delta Z_o + \left(\frac{\partial F}{\partial \omega} \right)_o \Delta \omega + \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi} \right)_o \Delta \varphi + \left(\frac{\partial F}{\partial K} \right)_o \Delta K + \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)_o \Delta X + \\
 &\left(\frac{\partial F}{\partial Y} \right)_o \Delta Y + \left(\frac{\partial F}{\partial Z} \right)_o \Delta Z = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G = G^o &+ \left(\frac{\partial G}{\partial y_{ij}} \right)_o \Delta y_{ij} + \left(\frac{\partial G}{\partial x_o} \right)_o \Delta x_o + \left(\frac{\partial G}{\partial y_o} \right)_o \Delta y_o + \left(\frac{\partial G}{\partial f} \right)_o \Delta f + \left(\frac{\partial G}{\partial K_o} \right)_o \Delta K_o + \\
 &\left(\frac{\partial G}{\partial K_1} \right)_o \Delta K_1 + \left(\frac{\partial G}{\partial K_2} \right)_o \Delta K_2 + \left(\frac{\partial G}{\partial P_1} \right)_o \Delta P_1 + \left(\frac{\partial G}{\partial P_2} \right)_o \Delta P_2 + \left(\frac{\partial G}{\partial P_3} \right)_o \Delta P_3 + \left(\frac{\partial G}{\partial X_o} \right)_o \Delta X_o + \\
 &\left(\frac{\partial G}{\partial Y_o} \right)_o \Delta Y_o + \left(\frac{\partial G}{\partial Z_o} \right)_o \Delta Z_o + \left(\frac{\partial G}{\partial \omega} \right)_o \Delta \omega + \left(\frac{\partial G}{\partial \varphi} \right)_o \Delta \varphi + \left(\frac{\partial G}{\partial K} \right)_o \Delta K + \left(\frac{\partial G}{\partial X} \right)_o \Delta X + \\
 &\left(\frac{\partial G}{\partial Y} \right)_o \Delta Y + \left(\frac{\partial G}{\partial Z} \right)_o \Delta Z = 0
 \end{aligned}$$



$$\left(\frac{\partial F}{\partial x_{ij}}\right) = 1$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial f}\right) = b_{11} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial x_o}\right) = b_{12} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial y_o}\right) = b_{13} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial K_o}\right) = b_{14} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial K_1}\right) = b_{15}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial K_2}\right) = b_{16} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial P_1}\right) = b_{17} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial P_2}\right) = b_{18} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial P_3}\right) = b_{19} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial X_o}\right) = b_{110}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial Y_o}\right) = b_{111} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial Z_o}\right) = b_{112} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial \omega}\right) = b_{113} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial \omega}\right) = b_{114} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial k}\right) = b_{115}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial X}\right) = b_{116} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right) = b_{117} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial Z}\right) = b_{118}$$

G^o, F^o مقادیر توابع
به ازای مقادیر تقریبی
هستند. چون $\Delta x_{ij}, \Delta y_{ij}$
باقی مانده‌ها هستند

که به ترتیب تبدیل به و برای G :
 $v_{y_{ij}}, v_{x_{ij}}$ می‌شوند

$$\left(\frac{\partial G}{\partial y_{ij}}\right) = 1$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial f}\right) = b_{21} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial x_o}\right) = b_{22} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial y_o}\right) = b_{23} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial K_o}\right) = b_{24} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial K_1}\right) = b_{25}$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial K_2}\right) = b_{26} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial P_1}\right) = b_{27} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial P_2}\right) = b_{28} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial P_3}\right) = b_{29} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial X_o}\right) = b_{210}$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial Y_o}\right) = b_{211} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial Z_o}\right) = b_{212} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial \omega}\right) = b_{213} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial \omega}\right) = b_{214} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial k}\right) = b_{215}$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial X}\right) = b_{216} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial Y}\right) = b_{217} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial Z}\right) = b_{218}$$



شکل ماتریسی معادلات را می توان چنین نمایش داد:

$$\begin{bmatrix} Vx_{ij} \\ Vy_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{14} & b_{15} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{24} & b_{25} \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \Delta f \\ \Delta x_o \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \varphi \\ \Delta K \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} b_{116} & b_{117} & b_{118} \\ b_{216} & b_{217} & b_{218} \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} -F^\circ \\ -G^\circ \end{bmatrix}_j$$

در حالت کلی، برای m عکس و n نقطه‌ی معادلات شرط را می توان به شکل

ماتریسی زیر نوشت:

$$V_{ij} + \dot{B}_i \delta_i + \ddot{B}_j \delta_j = \varepsilon_j$$

$$V + \dot{B}\delta + \ddot{B}\delta = \varepsilon$$

که $V_{2mn \times 1}$ ، $\dot{B}_{2mn \times 3n}$ ، $\ddot{B}_{2mn \times (9+6m)}$ مشتقات جزئی هستند.

$\delta_{(9+6m) \times 1}$ بردارهای تصحیحات و $\varepsilon_{2mn \times 1}$ بردار اختلافات است.



سلف کالیبراسیون

در حالت کلی اگر معلوماتی از پارامترهای توجیه داخلی و توجیه خارجی و مختصات نقاط کنترل داشته باشیم، هر یک از معادلات این معلومات را می‌توان به عنوان معادلات مشاهده به معادلات قبل افزود:

$f = \dot{f} + v_f$	$\omega = \dot{\omega} + v_\omega$	$X_o = \dot{X}_o + v_{x_o}$	$X = \dot{X} + v_x$	$K_o = \dot{K}_o + v_{k_o}$	$P_1 = \dot{P}_1 + v_{p_1}$
$x_o = \dot{x}_o + v_{x_o}$	$\varphi = \dot{\varphi} + v_\varphi$	$Y_o = \dot{Y}_o + v_{y_o}$	$Y = \dot{Y} + v_y$	$K_1 = \dot{K}_1 + v_{k_1}$	$P_2 = \dot{P}_2 + v_{p_2}$
$y_o = \dot{y}_o + v_{y_o}$	$k = \dot{k} + v_k$	$Z_o = \dot{Z}_o + v_{z_o}$	$Z = \dot{Z} + v_z$	$K_2 = \dot{K}_2 + v_{k_2}$	$P_3 = \dot{P}_3 + v_{p_3}$

$f = \ddot{f} + \Delta f$	$\omega = \ddot{\omega} + \Delta\omega$	$X_o = \ddot{X}_o + \Delta X_o$	$X = \ddot{X} + \Delta X$	$K_o = \ddot{K}_o + \Delta K_o$	$P_1 = \ddot{P}_1 + \Delta P_1$
$x_o = \ddot{x}_o + \Delta x_o$	$\varphi = \ddot{\varphi} + \Delta\varphi$	$Y_o = \ddot{Y}_o + \Delta Y_o$	$Y = \ddot{Y} + \Delta Y$	$K_1 = \ddot{K}_1 + \Delta K_1$	$P_2 = \ddot{P}_2 + \Delta P_2$
$y_o = \ddot{y}_o + \Delta y_o$	$K = \ddot{K} + \Delta K$	$Z_o = \ddot{Z}_o + \Delta Z_o$	$Z = \ddot{Z} + \Delta Z$	$K_2 = \ddot{K}_2 + \Delta K_2$	$P_3 = \ddot{P}_3 + \Delta P_3$

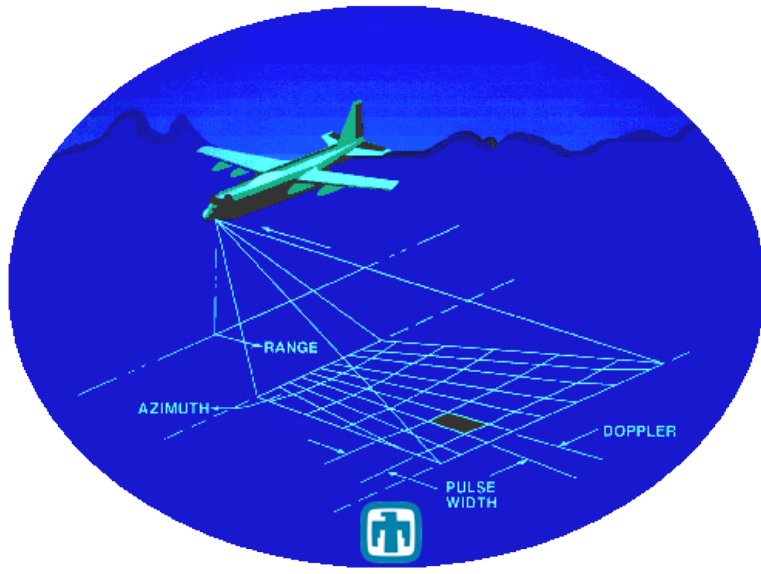
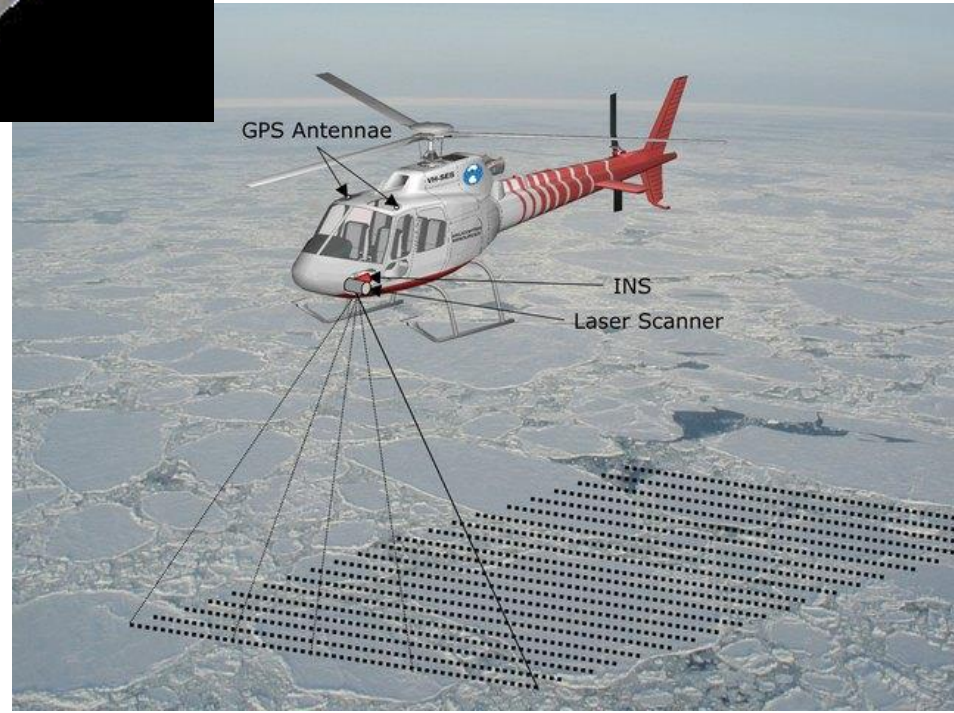
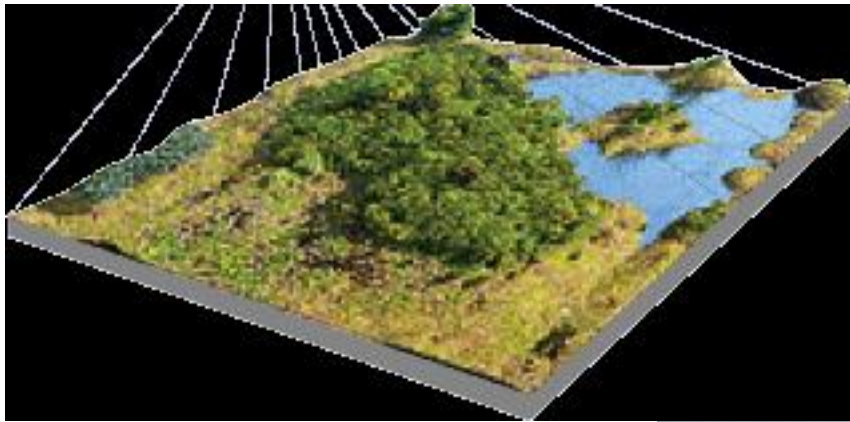
$\dot{f} + v_f = \ddot{f} + \Delta f$	$\dot{\omega} + v_\omega = \ddot{\omega} + \Delta\omega$	$\dot{X}_o + v_{x_o} = \ddot{X}_o + \Delta X_o$	$\dot{X} + v_x = \ddot{X} + \Delta X$	$\dot{K}_o + v_{k_o} = \ddot{K}_o + \Delta K_o$	$\dot{P}_1 + v_{p_1} = \ddot{P}_1 + \Delta P_1$
$\dot{x}_o + v_{x_o} = \ddot{x}_o + \Delta x_o$	$\dot{\varphi} + v_\varphi = \ddot{\varphi} + \Delta\varphi$	$\dot{Y}_o + v_{y_o} = \ddot{Y}_o + \Delta Y_o$	$\dot{Y} + v_y = \ddot{Y} + \Delta Y$	$\dot{K}_1 + v_{k_1} = \ddot{K}_1 + \Delta K_1$	$\dot{P}_2 + v_{p_2} = \ddot{P}_2 + \Delta P_2$
$\dot{y}_o + v_{y_o} = \ddot{y}_o + \Delta y_o$	$\dot{k} + v_k = \ddot{k} + \Delta k$	$\dot{Z}_o + v_{z_o} = \ddot{Z}_o + \Delta Z_o$	$\dot{Z} + v_z = \ddot{Z} + \Delta Z$	$\dot{K}_2 + v_{k_2} = \ddot{K}_2 + \Delta K_2$	$\dot{P}_3 + v_{p_3} = \ddot{P}_3 + \Delta P_3$

$$\begin{bmatrix} v_f \\ v_{x_o} \\ v_{y_o} \\ v_{k_o} \\ v_{k_1} \\ v_{k_2} \\ v_{p_1} \\ v_{p_2} \\ v_{p_3} \\ v_{X_o} \\ v_{Y_o} \\ v_{Z_o} \\ v_{\omega} \\ v_{\phi} \\ v_{\kappa} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta f \\ \Delta x_o \\ \Delta y_o \\ \Delta k_o \\ \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta X_o \\ \Delta Y_o \\ \Delta Z_o \\ \Delta \omega \\ \Delta \phi \\ \Delta \kappa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{f} + \ddot{f} \\ -\dot{x}_o + \ddot{x}_o \\ -\dot{y}_o + \ddot{y}_o \\ -\dot{k}_o + \ddot{k}_o \\ -\dot{K}_1 + \ddot{K}_1 \\ -\dot{K}_2 + \ddot{K}_2 \\ -\dot{P}_1 + \ddot{P}_1 \\ -\dot{P}_2 + \ddot{P}_2 \\ -\dot{P}_3 + \ddot{P}_3 \\ -\dot{X}_o + \ddot{X}_o \\ -\dot{Y}_o + \ddot{Y}_o \\ -\dot{Z}_o + \ddot{Z}_o \\ -\dot{\omega} + \ddot{\omega} \\ -\dot{\phi} + \ddot{\phi} \\ -\dot{\kappa} + \ddot{\kappa} \end{bmatrix} \equiv \dot{v} - \dot{\delta} = \varepsilon$$

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{X} + \ddot{X} \\ -\dot{Y} + \ddot{Y} \\ -\dot{Z} + \ddot{Z} \end{bmatrix} \equiv \dot{v} - \dot{\delta} = \varepsilon$$

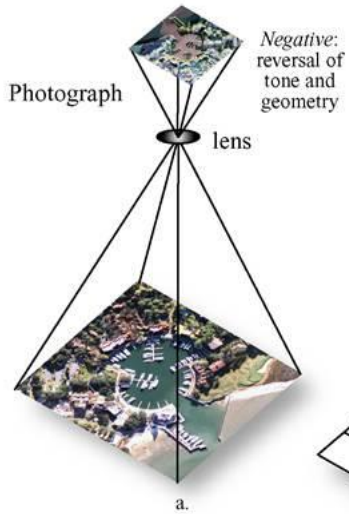


تصویر برداری

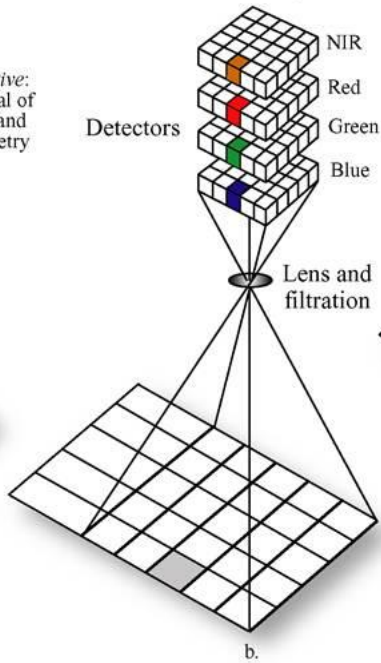


Remote Sensing Systems Used to Collect Aerial Photography, Multispectral and Hyperspectral Imagery

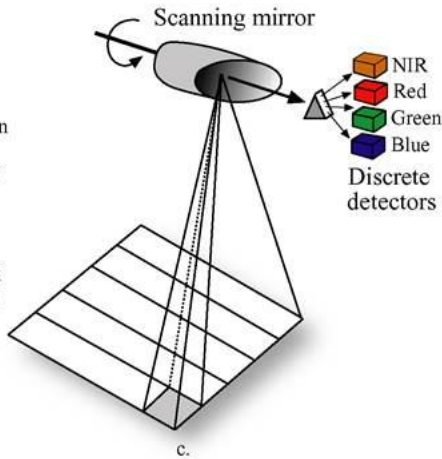
Analog Frame Camera and Film (silver halide crystals)



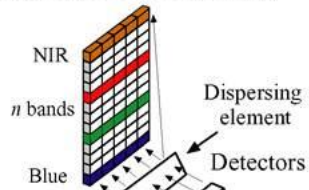
Digital Frame Camera Area Arrays



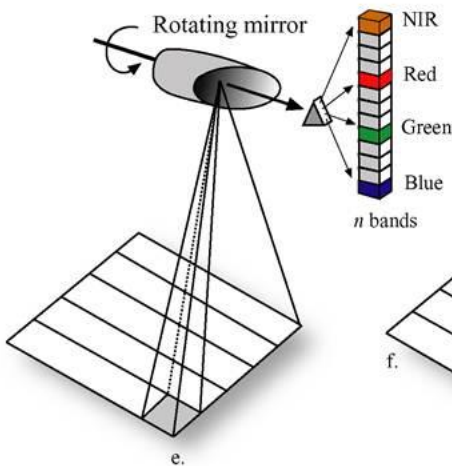
Scanner



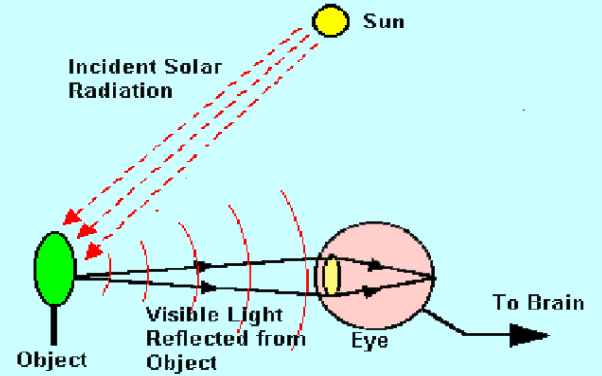
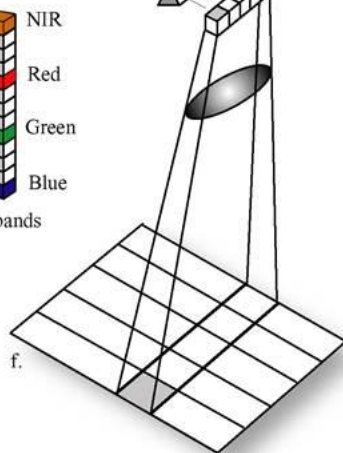
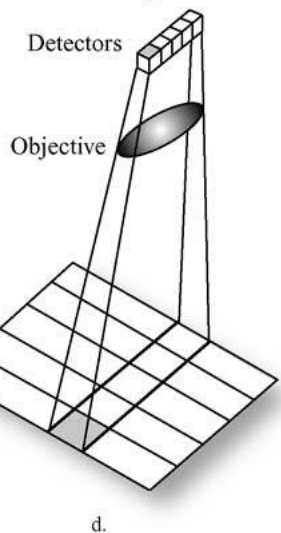
Hyperspectral Area Array



Linear Array "Whiskbroom"



Linear Array "Pushbroom"

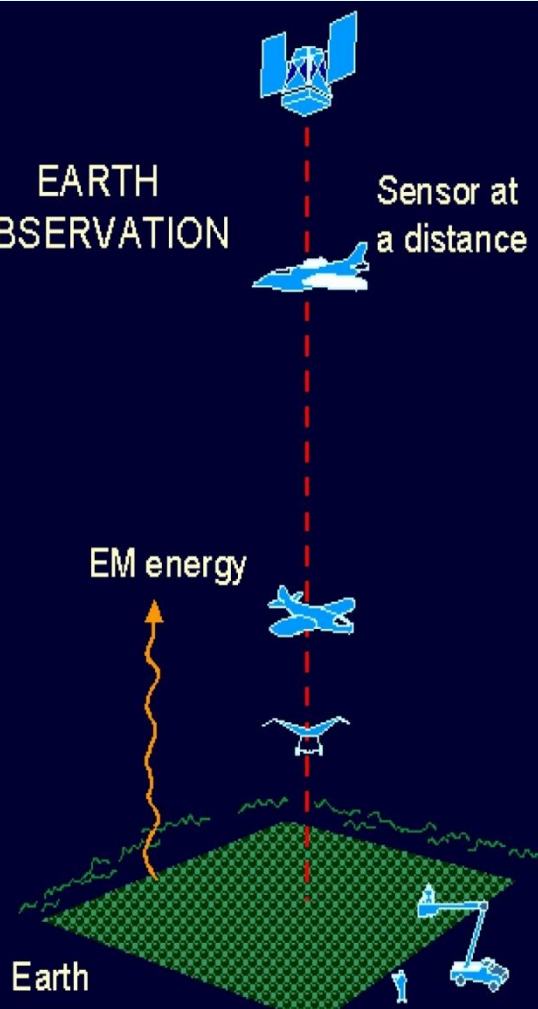


EARTH OBSERVATION

Sensor at a distance

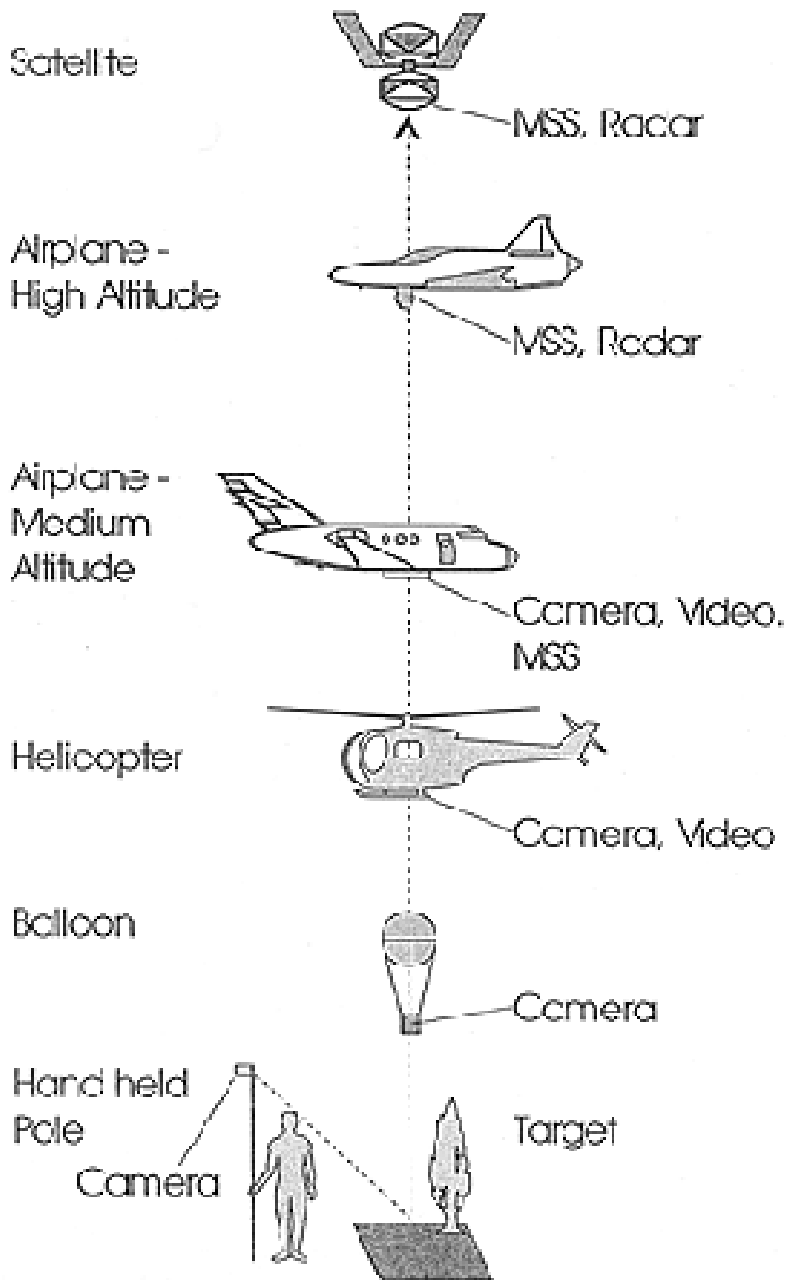
EM energy

Earth



سکوها (Platforms)

حامل یا ناقل سنجنده های دورسنجی، پلاتفورم یا سکو نامیده می شود، که عمدتاً ماهواره ها و هواپیماها هستند ولی وسایل دیگری نظیر هواپیماهایی با کنترل رادیویی و بالونها نیز برای سنجش ازدور با ارتفاع کم مورد استفاده قرار می گیرند. به طور کلی فاکتور کلیدی برای انتخاب یک پلاتفورم، بلندی می باشد زیرا تعیین وضوح زمین در آن صورت می گیرد و آن نیز بستگی به میدان دید لحظه ای (IFOV) سنجنده روی سکو دارد.



- برای انتقال و نگهداری سنجنده ها در سنجش از دور نیاز به سکو یا حامل می باشد.
- سکوه‌های عمده در سنجش از دور، بالن، هلی کوپتر، هواپیما، فضاپیما، ایستگاه فضایی و ماهواره می باشند.
- مهمترین سکوها هواپیما و ماهواره می باشند.
- هواپیما در اخذ داده های سنجش از دوری سالیان متمادی مورد استفاده قرار گرفته اند. ارتفاع پرواز از 100m الی 40km می باشد.
- مزیت استفاده از هواپیما: تنظیم پارامترهای تصویر برداری در اختیار کارشناسان است از جمله: ارتفاع پرواز، تعداد تصاویر و زمان تصویربرداری، تاثیرات اتمسفری و مشکل ابر وجود ندارد.

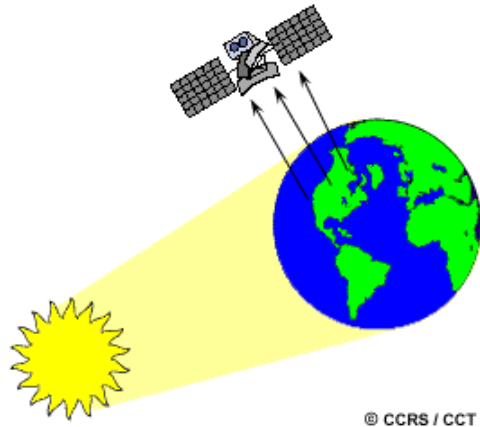


- ماهواره ها مشکل محدودیت های مکانی پرواز را حل نموده اند (عکسبرداری از مناطق مرزی و برون مرزی).
- هزینه تصویربرداری ارزانتر از تصویر برداری هوایی است.
- ماهواره های سنجش از دوری در ارتفاع های 100km الی 1000km قرار دارند.
- برخی از ماهواره ها (مخابراتی، هواشناسی) ممکن است تا ارتفاع 36000km نیز قرار داشته باشند.



با توجه به خصوصیات دو سیستم تصویربرداری به نظر می رسد که این دو (هوایی و سنجش از دوری)، در عوض رقابت، مکمل یکدیگر می باشند و در صورت نیاز باید از قابلیت های هر دو آن ها استفاده شود.

هر وسیله ای که اشعه الکترو مغناطیس منعکس شده از پدیده های مختلف و یا سایر انرژی های ساطع شده را جمع آوری نموده و به شکل مناسب برای کسب اطلاعات از محیط ارائه دهد را سنجنده گویند.

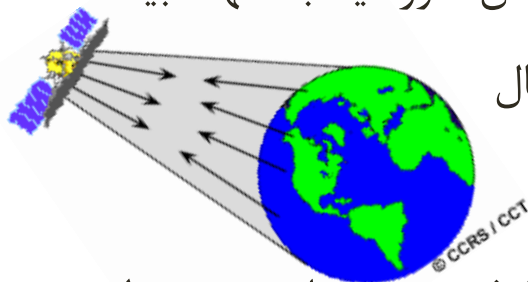


- طبقه بندی سنجنده ها :

براساس **منبع انرژی** شامل :

➤ - سنجنده های غیر فعال **passive sensors**

این سنجنده ها خود دارای مولد انرژی الکترو مغناطیس نیستند تا به طرف پدیده ها بفرستند ، بلکه انرژی منعکس شده از پدیده های مختلف زمین را که اشعه الکترومغناطیس خورشید به آنها تابیده است ، جمع آوری و ثبت می کنند ، مانند انواع اسکنرها و میکروویو غیرفعال



➤ - سنجنده فعال **Active sensors**

این سنجنده ها خود دارای مولد انرژی الکترومغناطیس هستند که به طرف پدیده های مورد نظر فرستاده شده و بازتاب آنها جمع آوری و ثبت می گردد ، مانند میکروویو فعال و رادار

بر اساس بازده اطلاعاتی شامل :

➤ - سنجنده های غیر تصویری

بازده اطلاعاتی این سنجنده ها به صورت جدول و نمودار بوده و قابلیت تبدیل به عکس را ندارد . این سنجنده ها بیشتر در کارهای تحقیقاتی و مطالعاتی و آزمایشگاهی کاربرد دارند ، مانند اشعه سنج ، رادیو سنج و طیف سنج.

➤ - سنجنده های تصویری

بازده اطلاعاتی این سنجنده ها قابل تبدیل به عکس می باشد. این سنجنده ها نیز خود به دو قسمت تقسیم می شوند:

• - - سنجنده های مصور :

- که بازده اطلاعاتی این سنجنده ها مستقیماً قابل تبدیل به عکس می باشند، مانند دوربین های عکاسی.

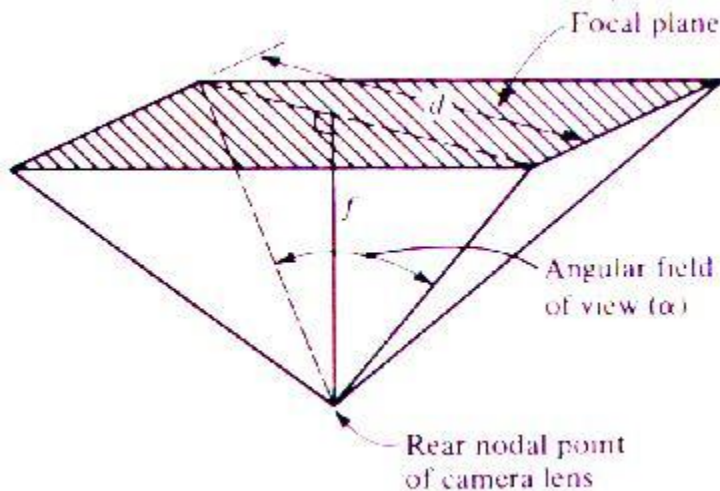
- - - سنجنده های عددی یا رقومی :

بازده اطلاعاتی این سنجنده ها رقومی بوده که پس از طی مراحل خاص می توانند به عکس یا حالت آنالوگ تبدیل می شوند. در این سنجنده ها فیلم وجود ندارد بلکه امواج بازتابیده از پدیده های گوناگون به کمک سیستم موجود در سنجنده ها به امواج الکتریکی تبدیل می شوند و پس از ضبط در فرصت مناسب به زمین مخابره می شوند و گاهی این عمل مستقیماً صورت می گیرد.

- مزیت این سنجنده ها به سنجنده های مصور این است که احتیاجی به بازگرداندن سکو به زمین نیست و اطلاعات به زمین مخابره می شوند. در نتیجه می توان این سنجنده ها را به ماهواره ها نصب کرد. حسن این سنجنده ها این است که دارای دامنه طیفی گسترده تری می باشند.

سیستم های عکسبرداری

- دوربین تک عدسی (single lens frame camera)
- دوربین چند عدسی (Multi lens Camera)
- دوربین همگرا (convergent Camera)
- دوربین تصویربرداری نواری (Strip Camera)
- دوربین پانورامیک (Panoramic Camera)



دوربین تک عدسی:

طبقه بندی بر اساس زاویه گشایش:

زاویه نرمال (تا ۷۵ درجه) Normal angle

زاویه باز (۷۵ تا ۱۰۰ درجه) wide angle

زاویه بسیار باز (بزرگتر از ۱۰۰ درجه) super wide angle

دوربین همگرا

این دوربین ها معمولا به صورت جلونگر (Forward) و عقب نگر (Backward) بر روی هواپیما قرار می گرفتند (Frame type).

عکسهای مربوطه همزمان تهیه می شد و میزان همگرایی آنها نیز کم بوده است.

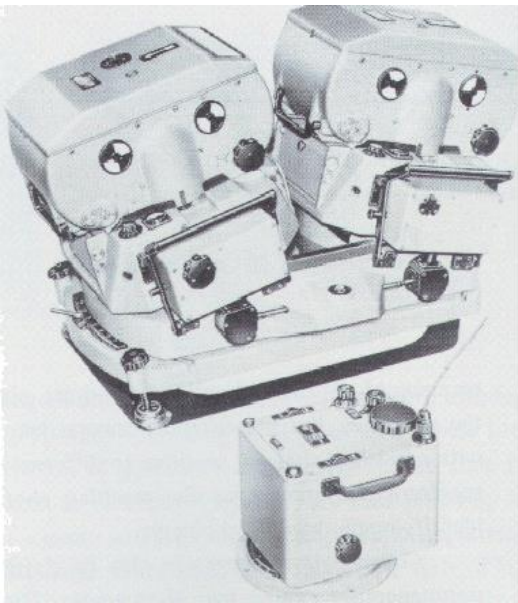
اخذ عکسهای مایل به جهت کارهای تفسیری و یا افزایش دقت ارتفاعی است.

عکسهای اخذ شده به صورت قائم، دقت مسطحاتی مناسبتری نسبت به دقت ارتفاعی دارند.

دقت ارتفاعی به معیار Base/Height بستگی دارد

نسبت فوق در فتوگرامتری در حدود 0.6 می باشد

نسبت B/H در سنجش از دور در حدود 0.6 الی 1.4

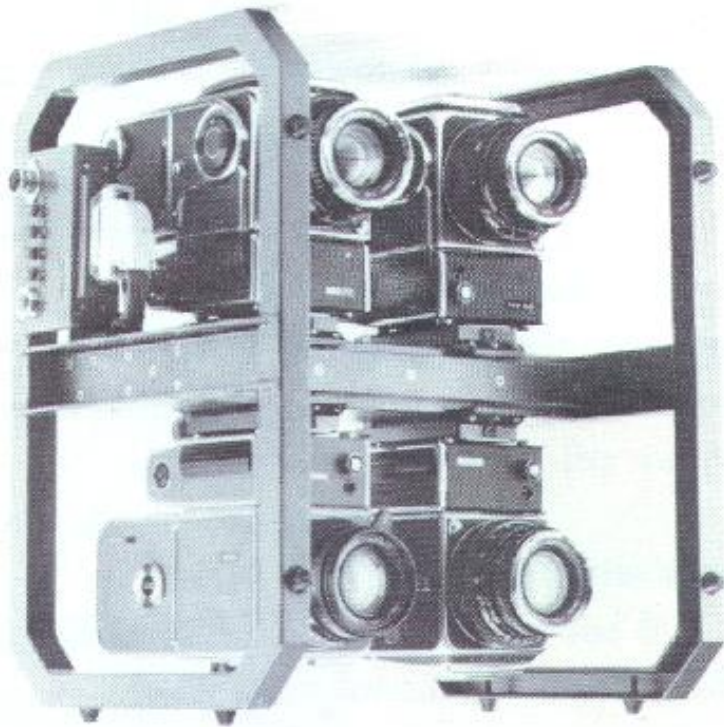


دوربین چند عدسی

این نوع از دوربین ها برای اخذ عکسهای چند باندهی (Multi band) استفاده می شود و همزمان تصاویر مربوطه اخذ می گردید.

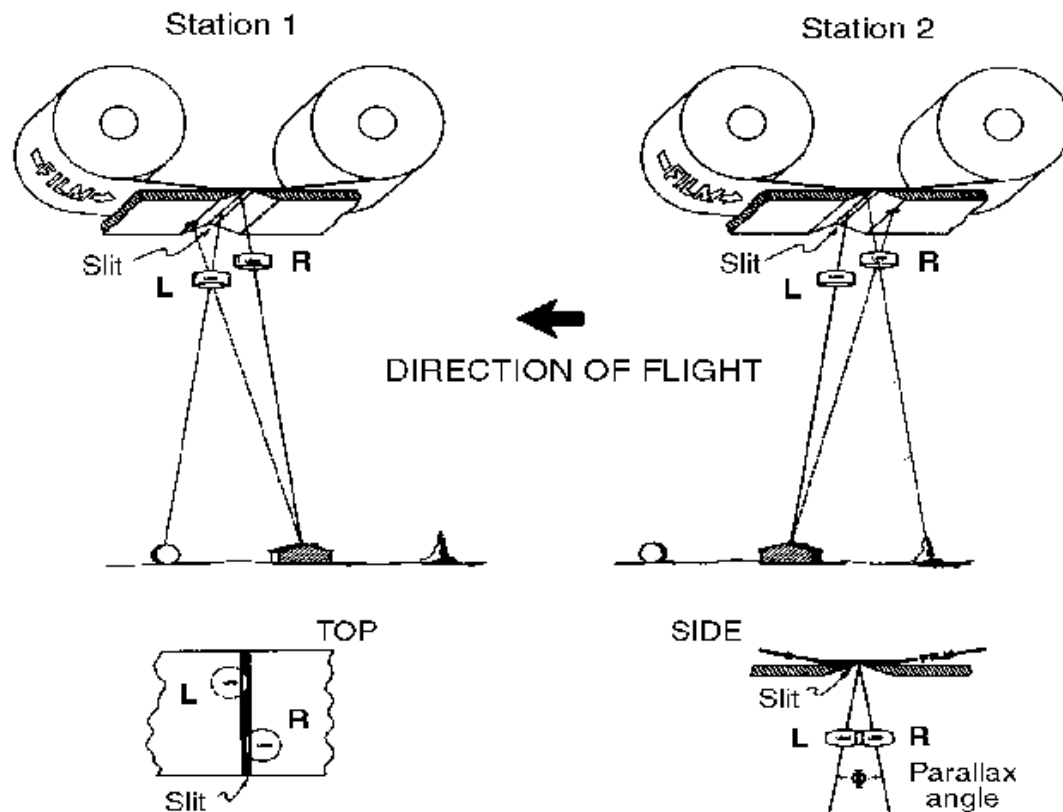
باندهای Blue، Green و Red برای اخذ عکس های رنگی و باندهای Red، Green و Near IR برای نمایش False color استفاده می شد.

امروزه نیز از سیستم های رقومی استفاده می شود.



دوربین نواری

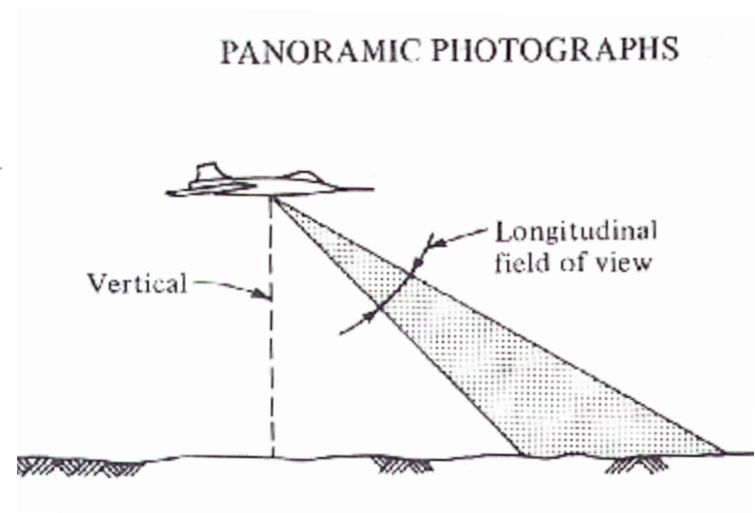
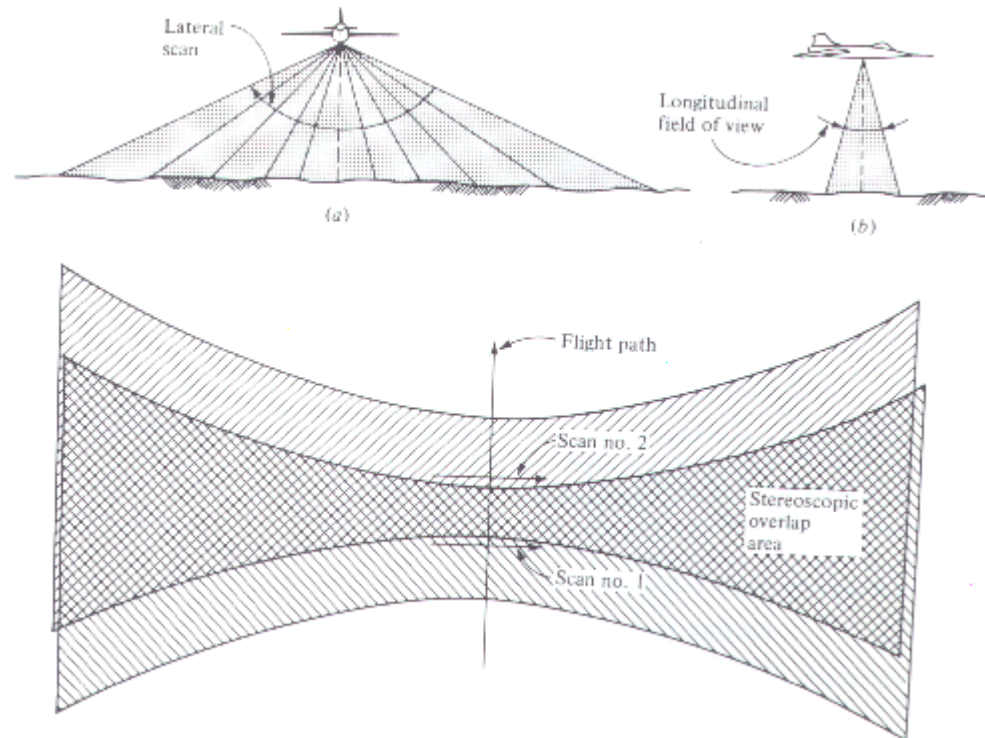
دوربین strip عکس پیوسته به صورت نواری از زمین در زیر هواپیما تولید می کند. شاتر دوربین در کل عملیات عکسبرداری باز بوده و در نتیجه نیازی به تجهیزات IMC و FMC برای جلوگیری از کشیدگی عکس نیست.



دوربین پانورامیک

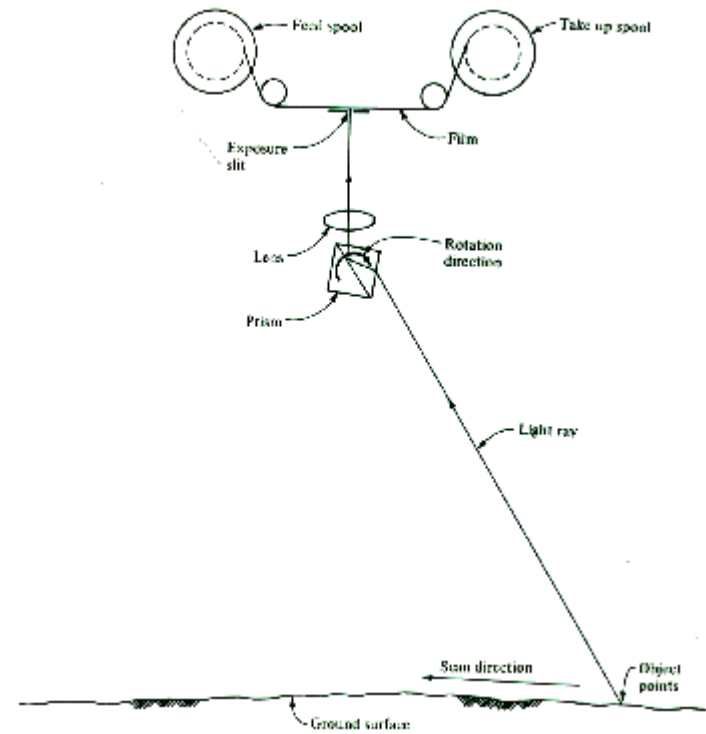
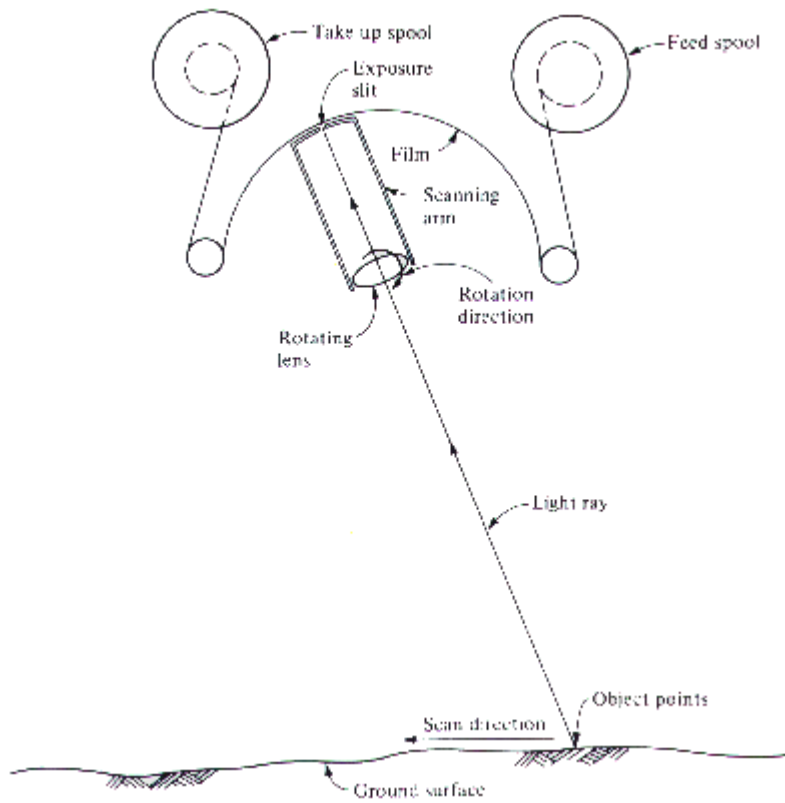
شبه دوربین strip می باشد.

دارای یک میدان دید زاویه ای باریک می باشد که با یک سیستم دوران کننده (عدسی دورانی یا منشور دورانی) دو طرف محور پرواز برداشت می شود



انواع دوربین های پانورامیک

- اسکن مستقیم (Direct Scanning) با عدسی دوران کننده
- اسکن غیر مستقیم (Indirect Scanning) با آینه دوران کننده

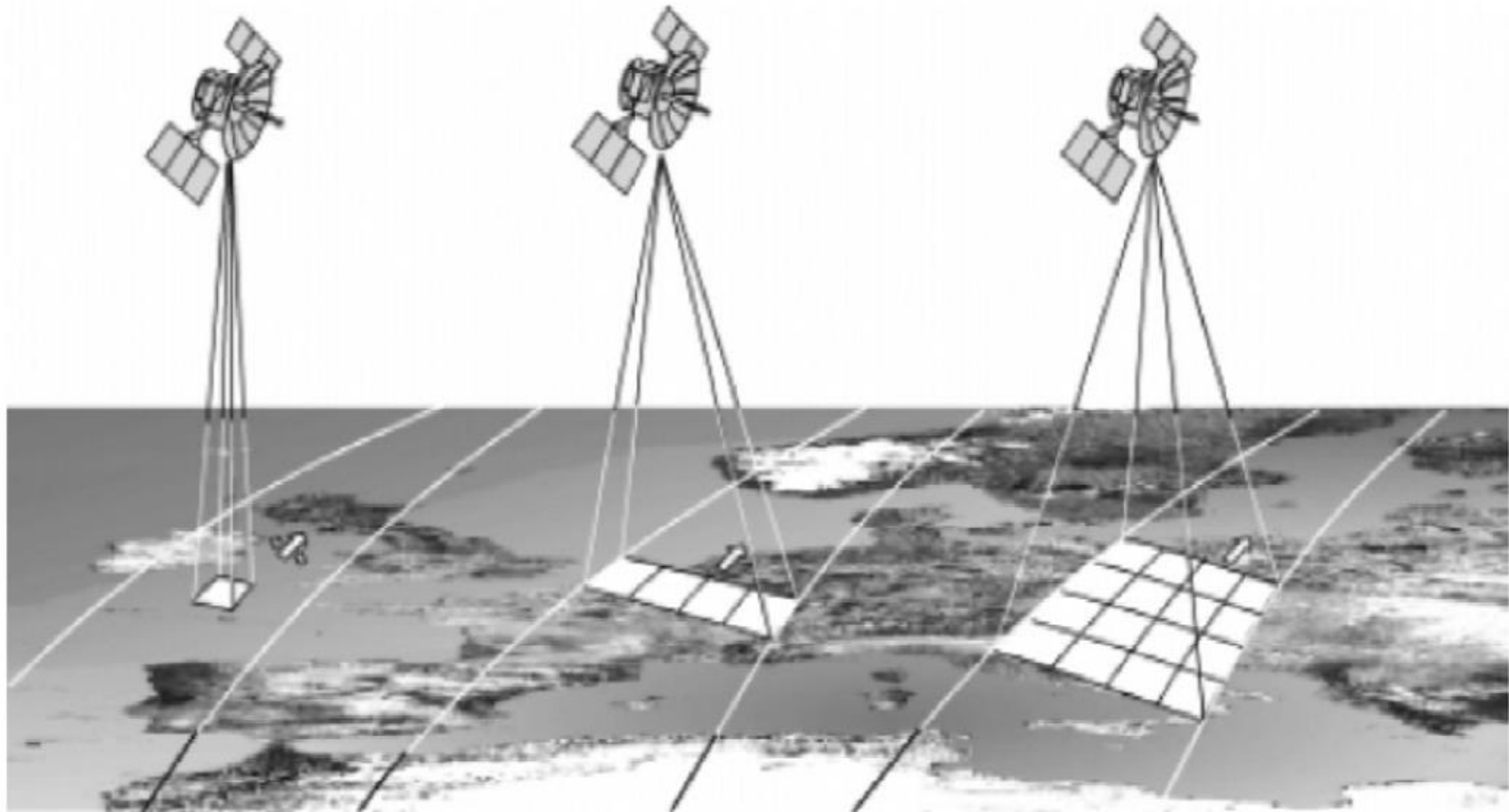


انواع سنجنده ها از لحاظ نوع و هندسه جمع آوری داده

نقطه ای

خطی

سنجنده های سطحی



Whiskbroom

Pushbroom

Staring

هندسه ای تصویربرداری

Frame type

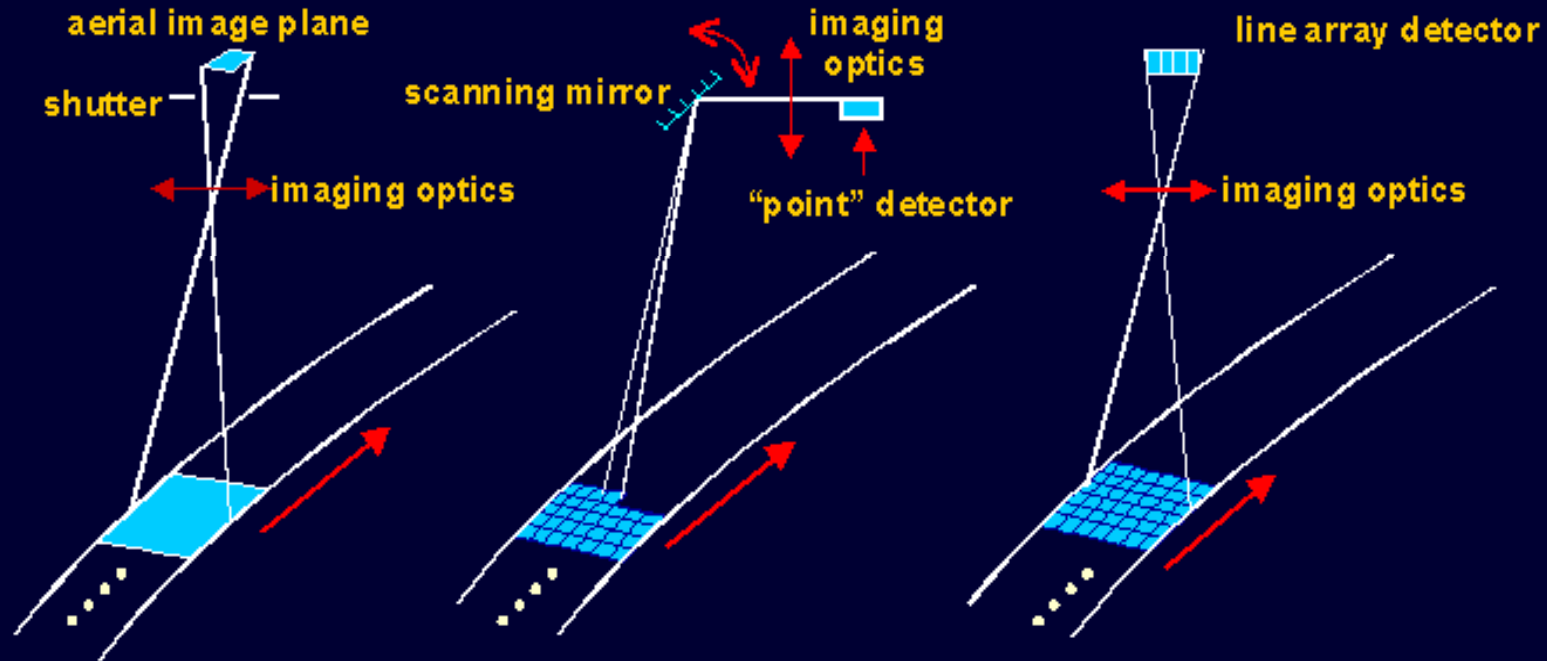
Point type

Line type

analogue recording

digital recording

digital recording



Camera

Whiskbroom scanner

Pushbroom scanner

Aerial photography

*Landsat MSS
Landsat TM*

*SPOT
CAESAR*

سنجنده های سطحی (Frame Type Imagers)

- در این سیستم ها در یک لحظه کل تصویر برداشت می شود.

- سیستم های عکسبرداری دستی همگی از این نوع هستند.

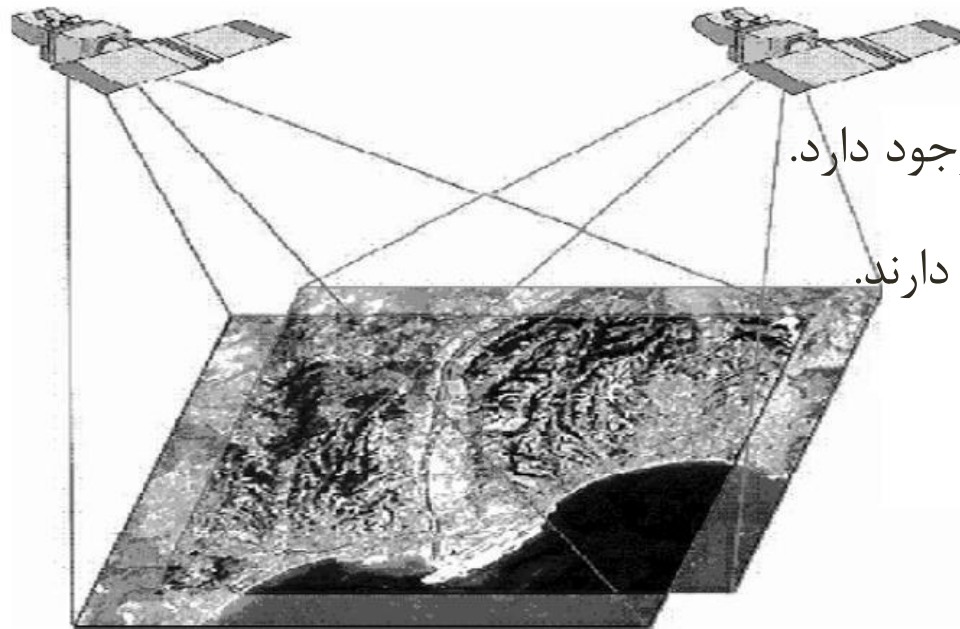
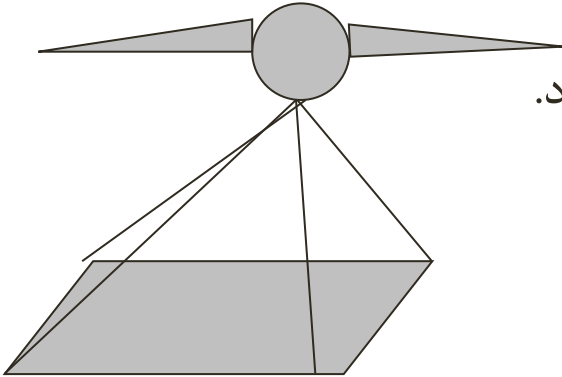
(عکسبرداری آنی با باز و بسته شدن شاتر)

- معمولا برای اهداف فتوگرامتریکی به کار می روند.

- ساختار هندسی مشخص و ساده دارند.

- امکان استفاده از معادلات فتوگرامتری وجود دارد.

- این نوع تصاویر استحکام هندسی بالایی دارند.



سیستم تصویربرداری (Line Type Imagers)

سنجنده بر روی سکو نصب شده و با هر بار تصویر برداری یک خط از تصویر تشکیل می شود. پس از تخلیه آشکار سازها و آمادگی برای اخذ خط بعدی سکو نیز به جلو حرکت کرده است و بنابراین خط بعدی بلافاصله برداشت می شود، بدین ترتیب خط های پشت سر هم یک تصویر کامل را تشکیل می دهند.

اکثر سنجنده ها به صورت خطی تصویر برداری می کنند (تکنولوژیهای Pushbroom و whiskbroom)

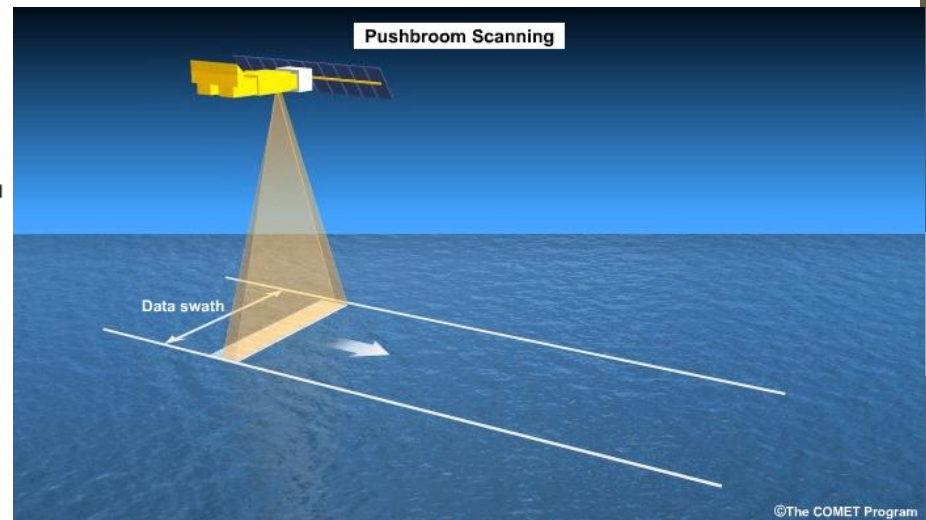
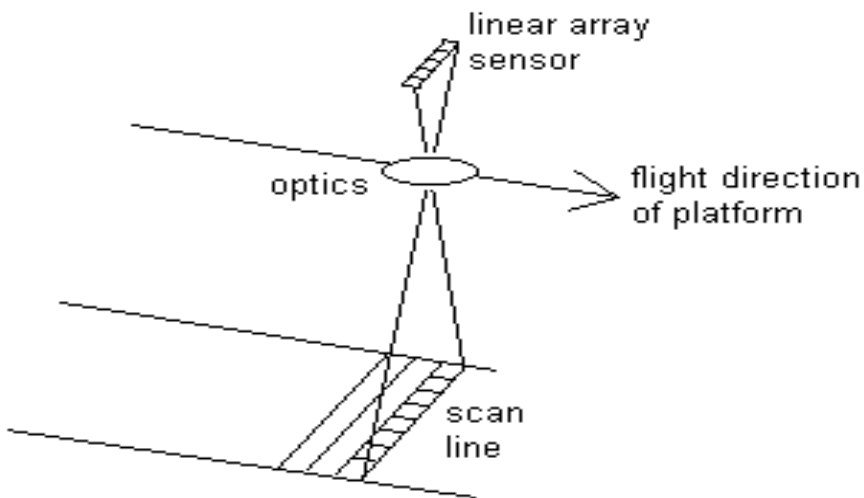
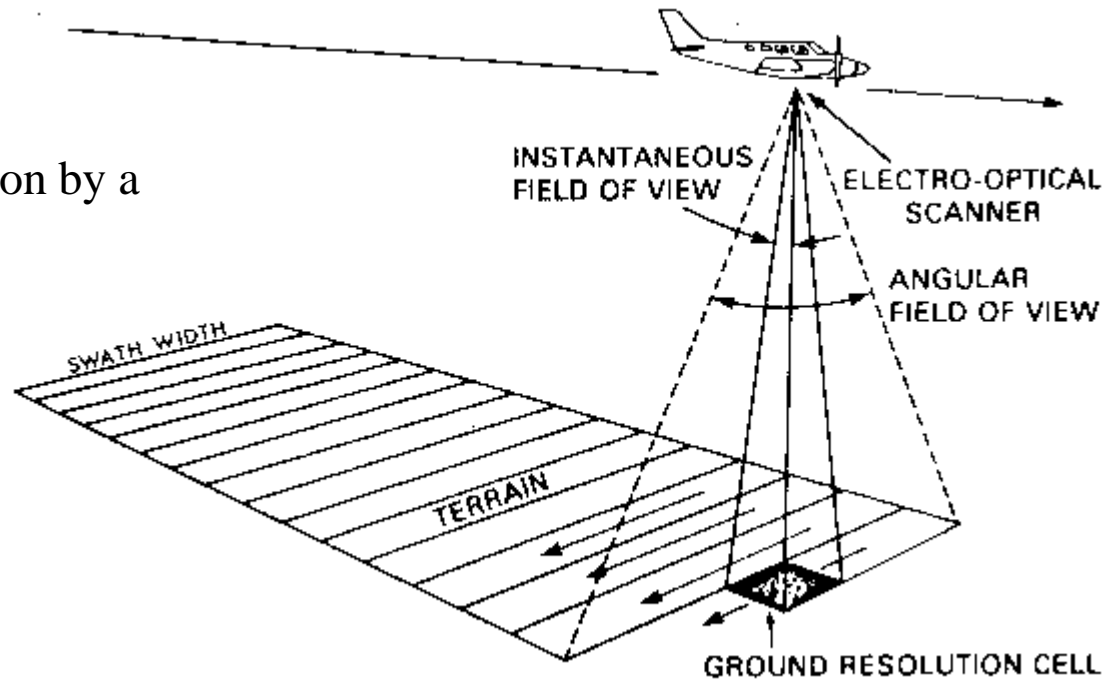
المانهای توجیه خارجی برای هر تصویر با تصاویر مجاور متفاوت است (هندسه پویا یا

Dynamic) → هواپیما و یا ماهواره در هنگام اخذ هر سطر از تصویر دارای وضعیتی جداگانه است

- در این نوع سنجنده ها صدها آشکارساز در کنار یکدیگر و بطور دقیق و در یک خط در کنار یکدیگر قرار می گیرند.

سیستم تصویربرداری (Line Type Imagers)

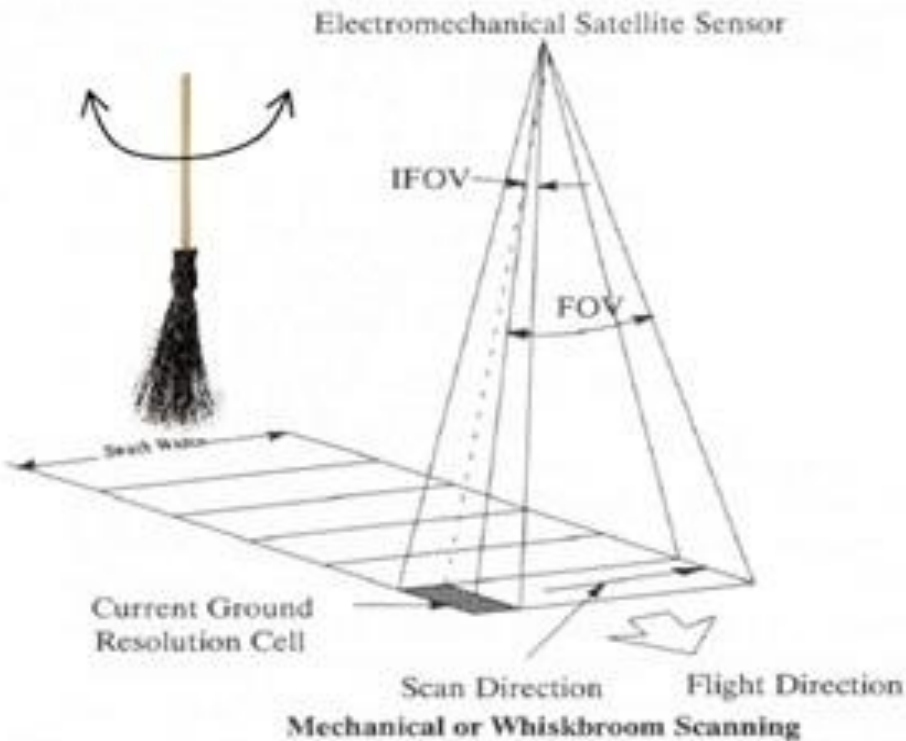
Schematic of data acquisition by a pushbroom scanner



سیستم تصویربرداری (Line Type Imagers)

whisk_broom

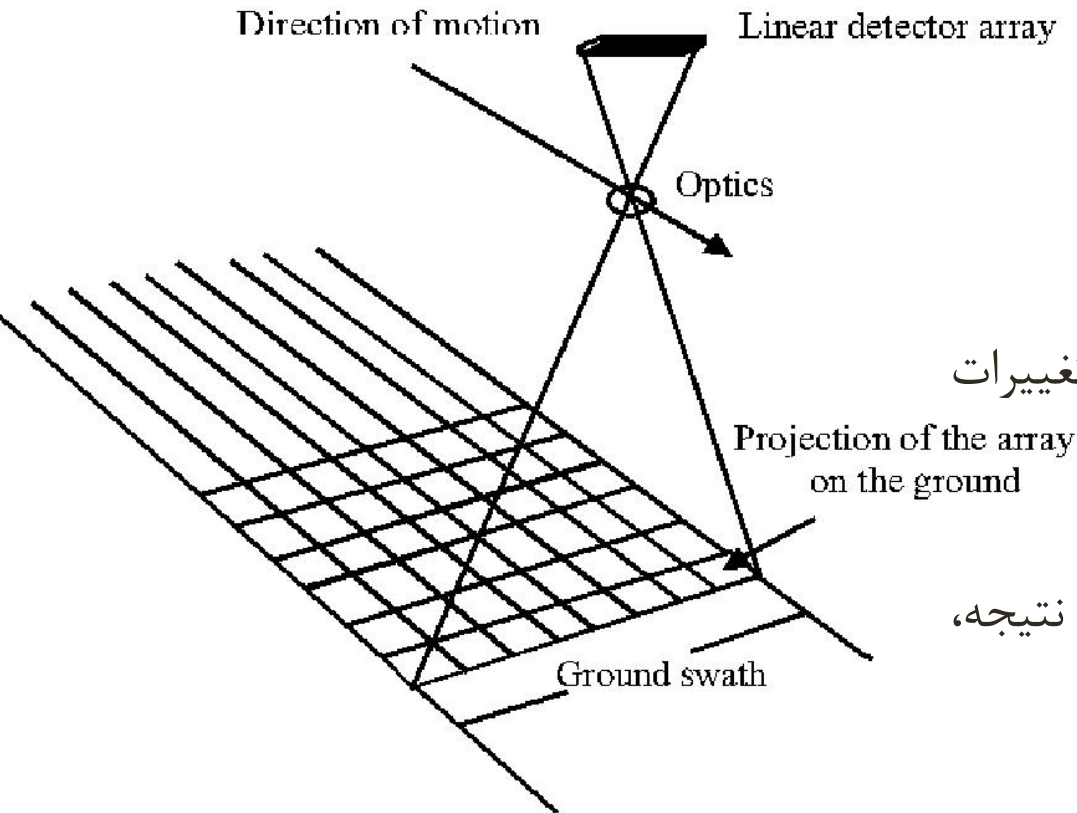
Pushbroom



سیستم تصویربرداری (Line Type Imagers)

- نسبت به سیستمهای Frame type رقومی ساده تر ساخته می شوند.
- قابل برنامه ریزی و مدیریت هستند.
- در این سیستم ها هر خط برای خود یک هندسه مجزا دارد.
- در این سیستم ها در یک لحظه یک سطر از تصویر برداشت می شود.
- پس از تخلیه آشکار سازها سکو با حرکت به جلو خط بعدی را برمی دارد و با حرکت ماهواره خط های متوالی برداشت می شوند.
- استحکام هندسی نسبت به Frame type پایین تر می باشد. چون ماهواره در هنگام اخذ هر خط وضعیتی جداگانه دارد.

سیستم تصویربرداری Line Type (Pushbroom)



برای تکنولوژی Pushbroom:

امتداد پرواز محور X

هر خط تصویری با تصاویر مجاور تغییرات

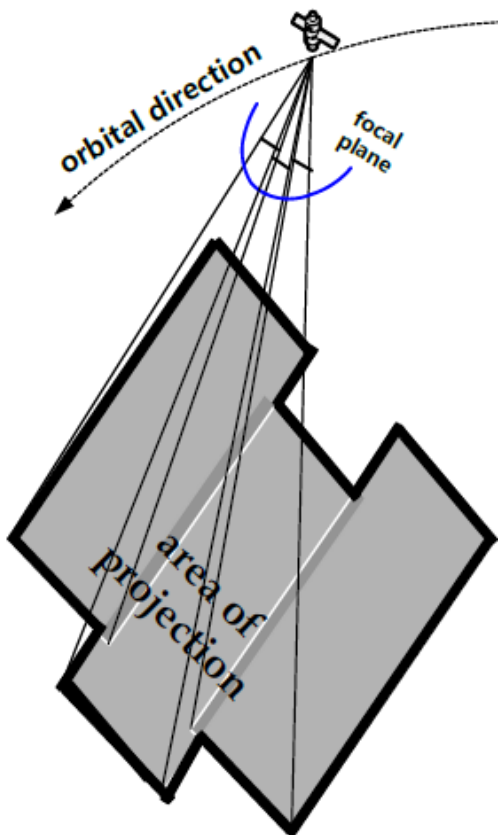
کمی دارند

فرض: تعداد خطوط 6000 عدد در نتیجه،

تعداد مجهولات: 36000

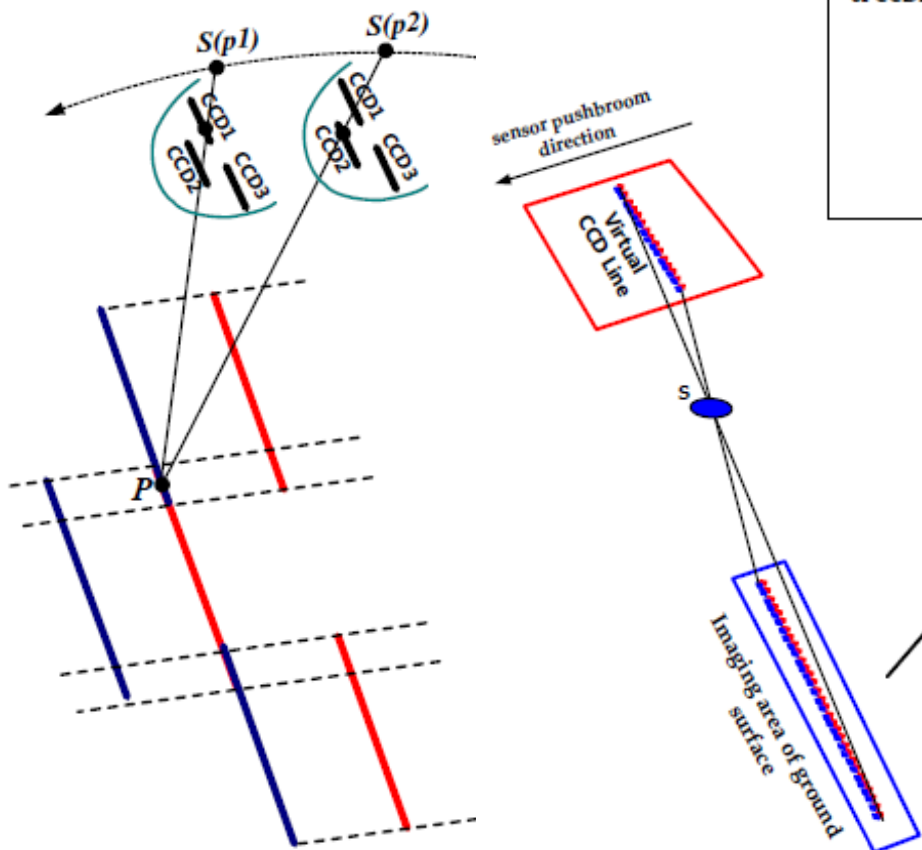
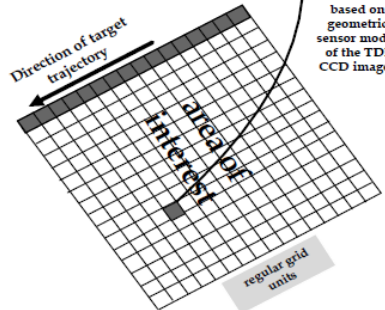
$$\begin{pmatrix} 0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix} = \lambda \cdot M_{\omega \varphi k} \begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix}$$

سیستم تصویربرداری خطی Line Type



Sub-image of CCD1	Sub-image of CCD2	Sub-image of CCD3
-------------------	-------------------	-------------------

Back-projection calculation based on geometric sensor model of the TDI CCD images

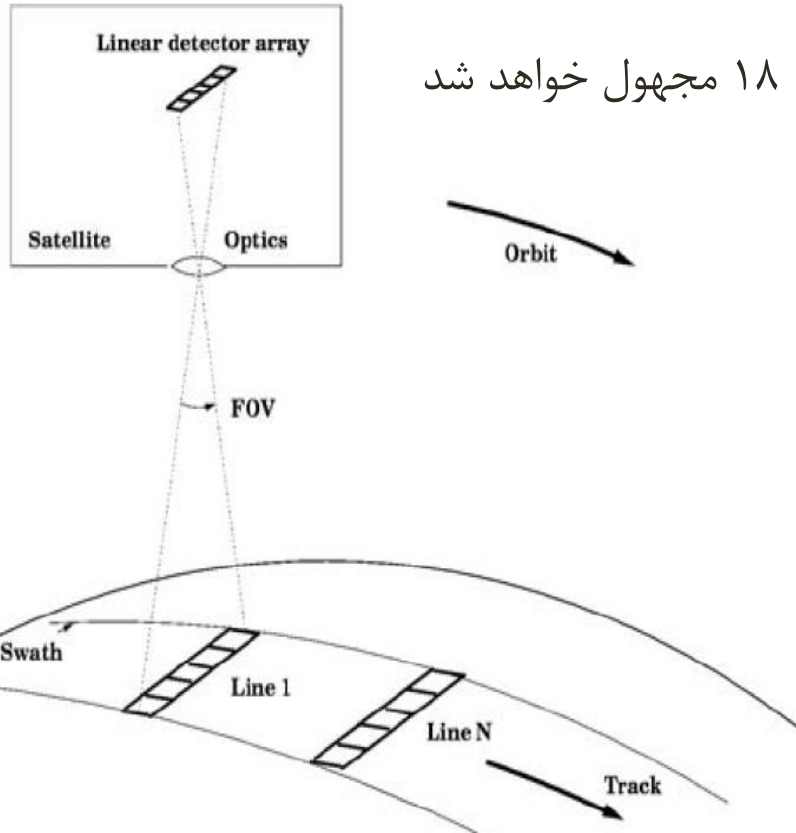


Sub-image of CCD1	Sub-image of CCD2	Sub-image of CCD3
-------------------	-------------------	-------------------

Back-projection calculation based on geometric sensor model of the TDI CCD images

سیستم تصویربرداری (Pushbroom) Line Type

می توان ارتباط میان تصاویر را با معادله درجه دوم بیان نمود، در نتیجه تعداد مجهولات ۳۶۰۰۰ تبدیل به ۱۸ مجهول خواهد شد.



i شماره خطوط تصاویر

$$\begin{aligned} X_0^i &= X_0^j + A_x \cdot i + B_x \cdot i^2 \\ Y_0^i &= Y_0^j + A_y \cdot i + B_y \cdot i^2 \\ Z_0^i &= Z_0^j + A_z \cdot i + B_z \cdot i^2 \\ \omega^i &= \omega^j + A_\omega \cdot i + B_\omega \cdot i^2 \\ \varphi^i &= \varphi^j + A_\varphi \cdot i + B_\varphi \cdot i^2 \\ k^i &= k^j + A_k \cdot i + B_k \cdot i^2 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix} = \lambda \cdot R \begin{pmatrix} \omega^j & A_\omega & B_\omega \\ \varphi^j & A_\varphi & B_\varphi \\ k^j & A_k & B_k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_g^i - X_0^i (X_0^j & A_x & B_x) \\ Y_g^i - Y_0^i (Y_0^j & A_y & B_y) \\ Z_g^i - Z_0^i (Z_0^j & A_z & B_z) \end{pmatrix}$$

سیستم تصویربرداری (Whiskbroom) Line Type

آینه دورانی یا منشور دورانی مورد استفاده قرار می دهد.

زاویه دورانی حول محور X (امتداد محور پرواز).

$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ 0 \\ -f \end{pmatrix} = \lambda \cdot R_{\omega^i, \varphi^i, k^i} \cdot R_{1\alpha} \cdot \begin{pmatrix} X_g^i - X_0^i \\ Y_g^i - Y_0^i \\ Z_g^i - Z_0^i \end{pmatrix}$$

۷ پارامتر مجهول برای هر تصویر و برای مثلا n خط تصویر، 7n مجهول.

به شیوه مشابه با سیستم Pushbroom، مجهولات را حل نمود.

البته در سنجش از دور، به شیوه های مختلف تصحیح هندسی انجام می شود (2D یا 3D) و

کمتر از سیستم معادلات گفته شده استفاده می گردد.

سیستم تصویربرداری (Whiskbroom) Point Type

تصویربرداری به صورت نقطه مبناست (point based) جهت تهیه نقشه های موضوعی است نه تهیه نقشه های توپوگرافی.

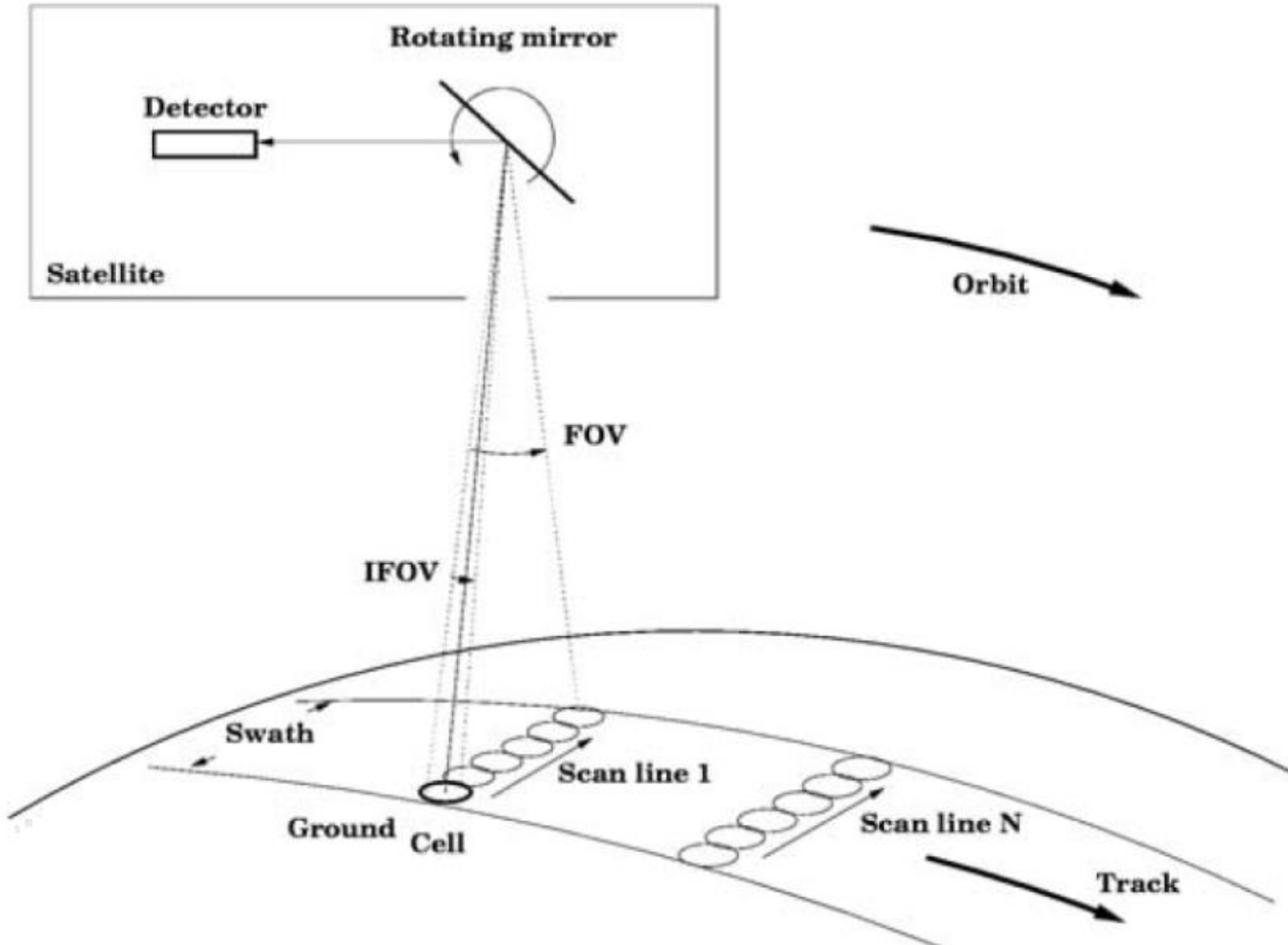
سنجنده از تعداد محدودی CCD تشکیل شده و زاویه اسکن مانند حالت Whiskbroom خطی است.

هر point یک تصویر محسوب می شود و به ازای هر نقطه 7 پارامتر مجهول.

اگر Scene از m سطر و n ستون تشکیل شده باشد، هر Scene 7mn مجهول خواهد داشت.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -f \end{pmatrix} = \lambda \cdot R_{\omega^i, \varphi^i, k^i} \cdot R_{1\alpha} \cdot \begin{pmatrix} X_g^i - X_0^i \\ Y_g^i - Y_0^i \\ Z_g^i - Z_0^i \end{pmatrix}$$

سیستم تصویربرداری (Whiskbroom) Point Type



ها (آرایه جلونگر) نسبت به نادیر در یک سنجنده آرایه خطی، در صورتی که یکی از آرایه ای که طی آن بین مختصات زمینی و بسازد معادله Φ_0 ی (در امتداد مسیر حرکت) زاویه کند، کدام است؟ شرح دهید ای رابطه برقرار می مختصات آرایه

(x_0, y_0, z_0) فاصله کانونی، مرکز تصویر f ضریب مقیاس، k ماتریس دورانی، M .)

$$\begin{bmatrix} \circ \\ y \\ -f \cos \phi_0 \end{bmatrix} = k.M \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \tan \phi_0 \end{bmatrix} = k.M \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{bmatrix} f \sin \phi_0 \\ y \\ -f \cos \phi_0 \end{bmatrix} = k.M \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \circ \\ -f \sin \phi_0 \end{bmatrix} = k.M \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (۳)$$



Ultracam دوربین رقومی

آشنایی با:

Ultracam دوربین رقومی

دوربین هوایی رقومی Ultracam ساخت کارخانه Vexcel در کشور اتریش می باشد

- این کمپانی تحت مالکیت مایکروسافت می باشد.

دوربین از دو قسمت اصلی تشکیل شده است:

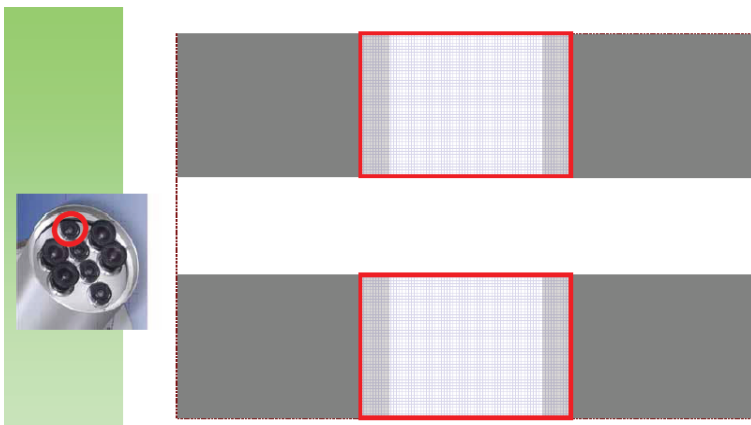
واحد سنجنده ✓

واحد پردازش و محاسبات ✓

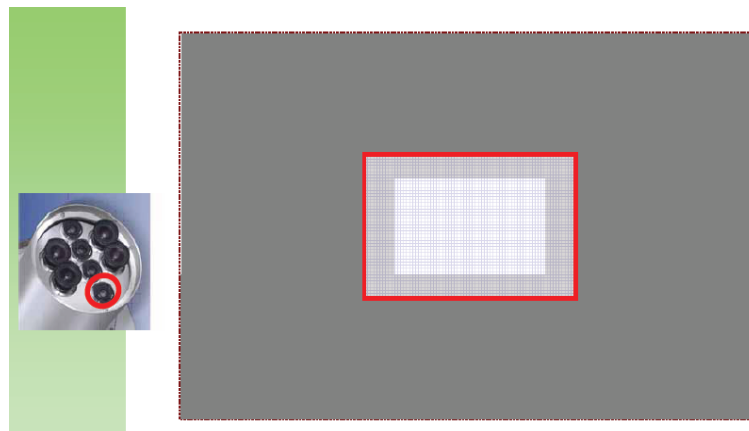


ساختار دوربین

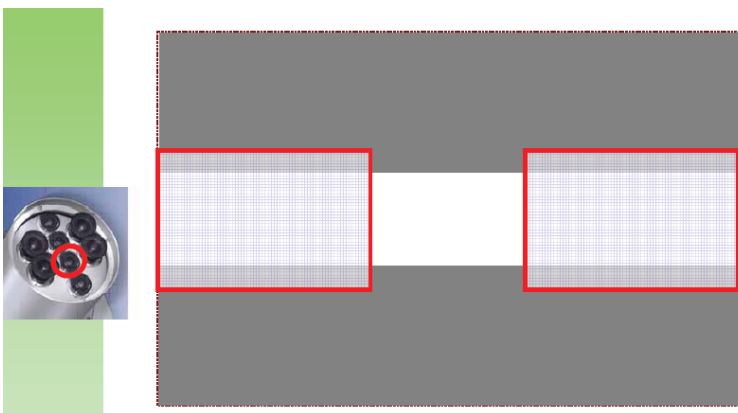
دوربین شماره ۲



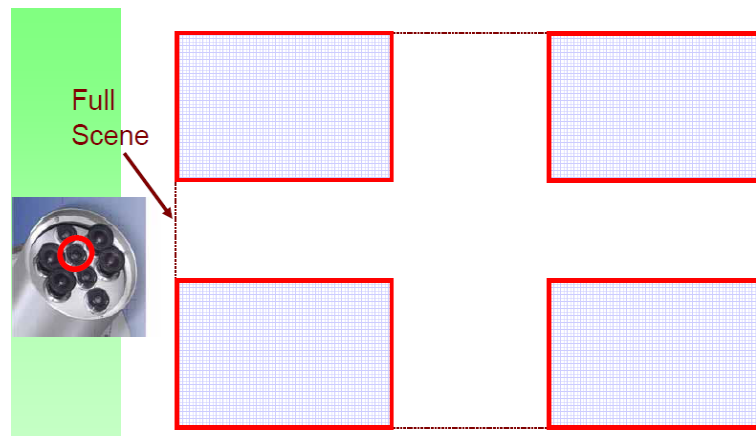
دوربین شماره ۱



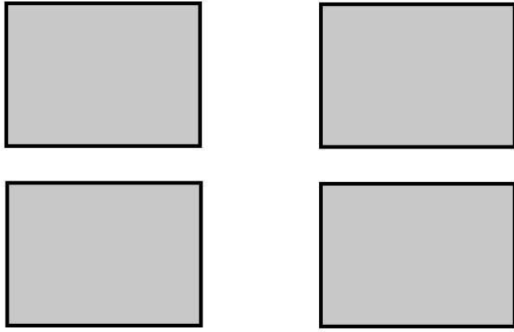
دوربین شماره ۴



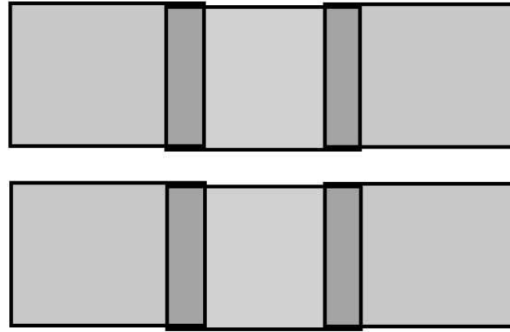
دوربین شماره ۳



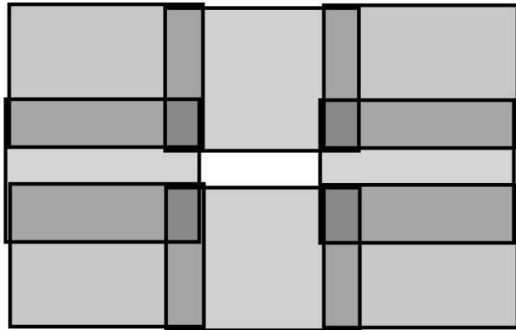
اتصال تصاویر



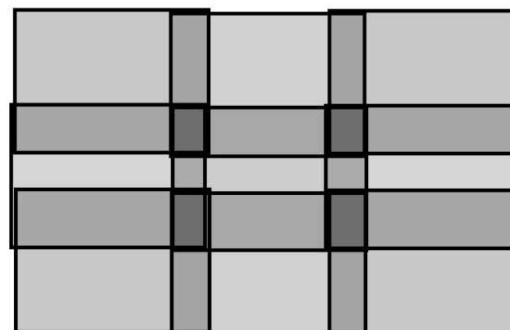
MASTERCONE with 4 CCDs



MASTERCONE plus Cone # 2



MASTERCONE plus Cone # 2 and 3



MASTERCONE plus Cone # 2, 3 and 4

و ثبت تصاویر حاصل از سه دوربین بعدی به دوربین اول و a با مبنا قرار دادن تصویر حاصل از دوربین با موزائیک کردن ۹ آرایه سطحی یک تصویر یکپارچه ساخته می شود.

دوربین رقومی Ultracam

ساختار دوربین های Ultracam

11500×7500

103.5×67.5(mm)

100 mm

37.3 و 54.7

Blue, Green, Red و مادون قرمز

4008× 2672 Pixel

28 mm

46° 65°

>12 bit

45cm× 45cm×60cm

30 کیلوگرم

CCD Pixel سایز

ابعاد تصویر Virtual روی زمین

فاصله کانونی پانکروماتیک

زاویه دید از افق / عمود

از لحاظ رنگ دارای 4 کانال رنگی به صورت زیر می باشد:

سایز تصاویر رنگی

فاصله کانونی لنز تصاویر رنگی

میدان دید تصاویر رنگی به صورت افقی و عمودی

قدرت تفکیک رادیومتریکی در هر کانال رنگی

ابعاد فیزیکی دوربین

وزن



دوربین رقومی Ultracam

دوربین ۸ لنزی :

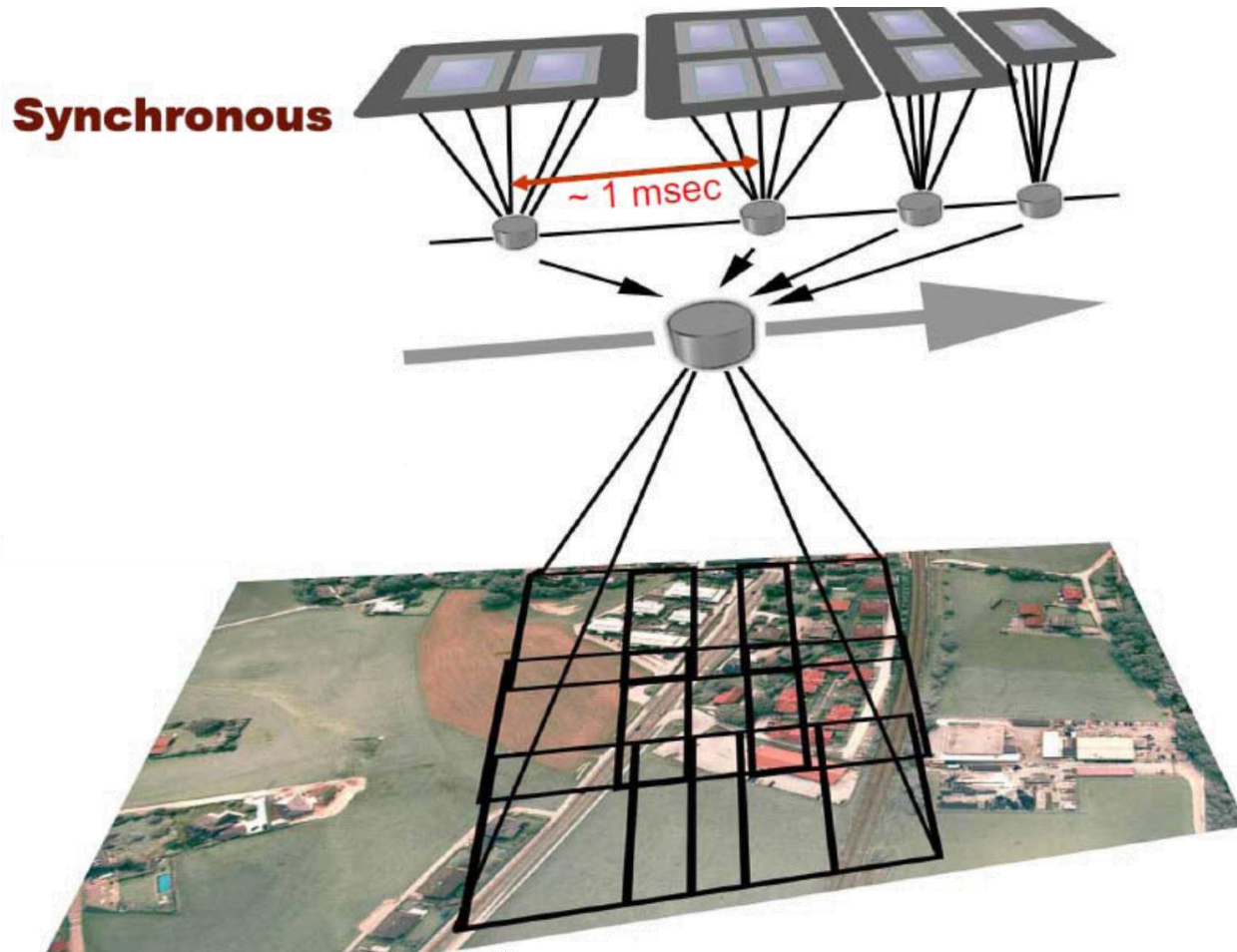
، سه لنز مخصوص PAN این بخش حاوی هشت لنز می باشد، که چهار لنز آن مربوط به تصاویر (NIR و یک لنز برای اخذ تصاویر طیف مادون قرمز نزدیک (RGB تصاویر) می باشد.

Ultracam و مادون قرمز در دوربین RGB ترتیب قرار گیری لنزهای :



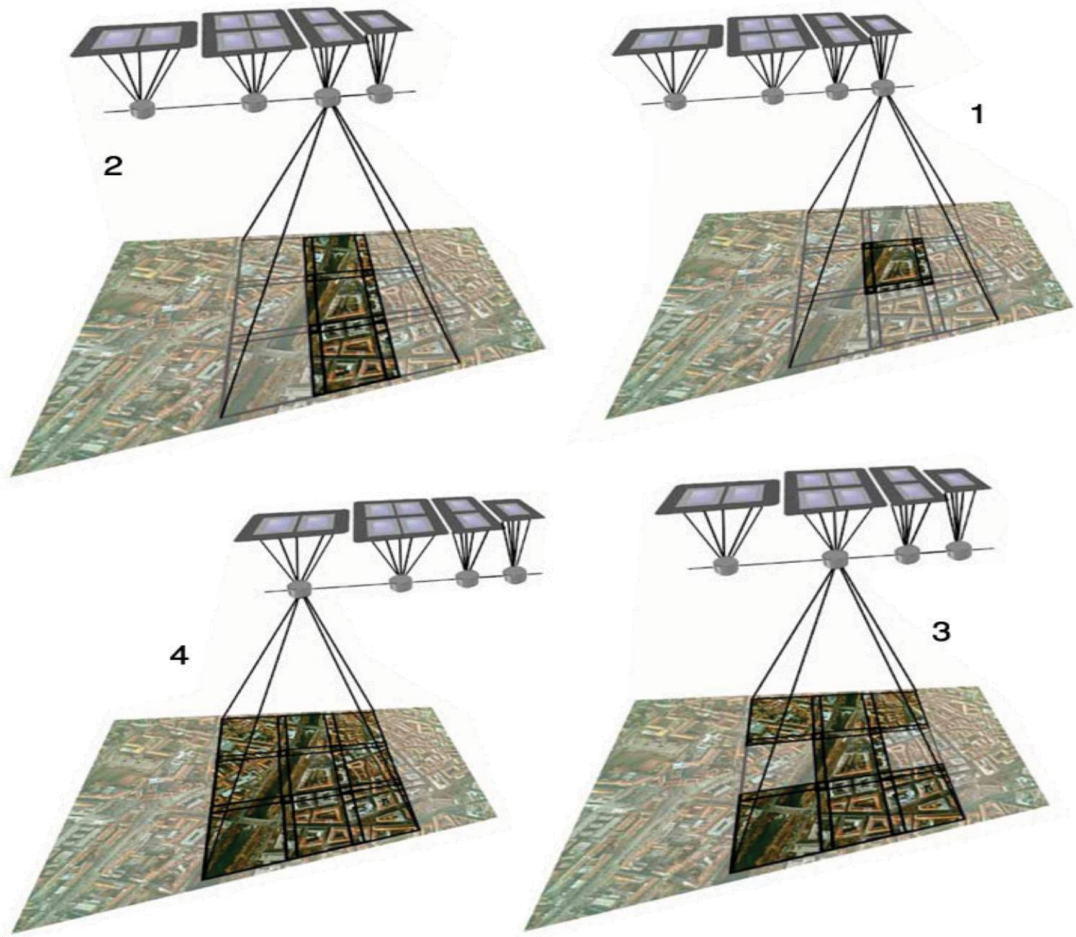
دوربین رقومی Ultracam

روش های مختلف تصویربرداری در دوربین های Ultracam



روش های مختلف تصویربرداری در دوربین های Ultracam

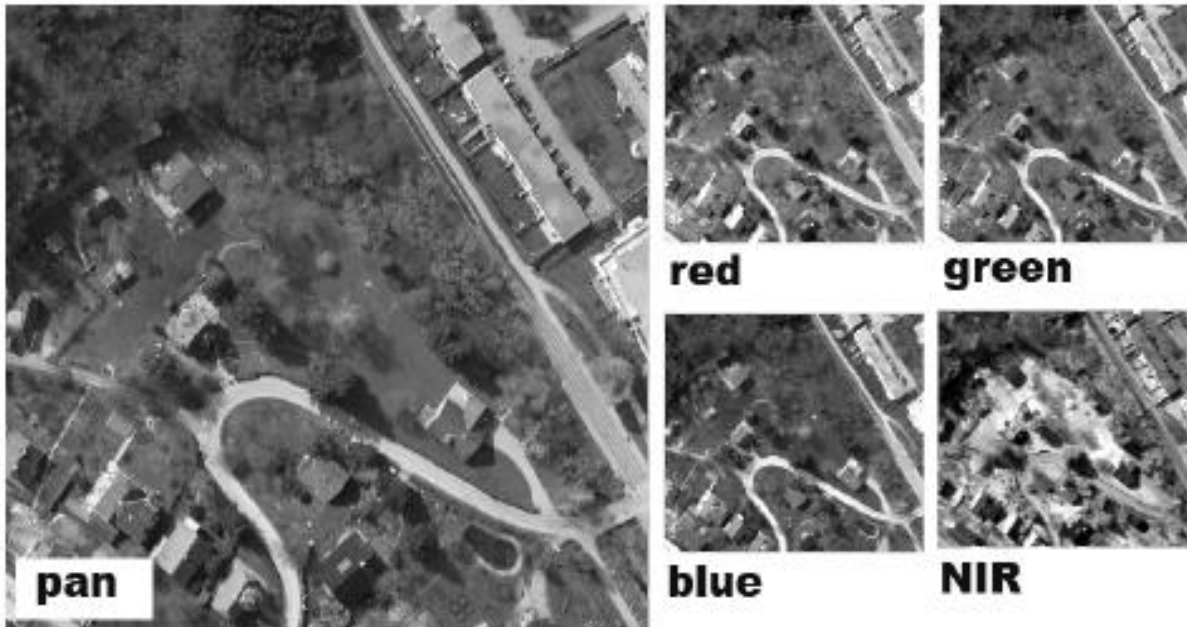
Syntopic



دوربین رقومی Ultracam

Multi-band ایجاد تصاویر

- که شامل مادون قرمز نزدیک هم هست Multi-band در دوربین های رقومی امکان ایجاد تصاویر وجود دارد .
- با نرم افزارهای softcopy سازگاری دارد و می توان از این نرم افزارها استفاده کرد .
- از نظر اقتصادی با صرفه می باشد
- تصویر پانکروماتیک با رزولوشن بالا (تصویر سمت چپ) و ۴ تصویر Multispectral (تصویر سمت



راست).

دوربین رقومی Ultracam

سطوح مختلف تصویر

Level00 ← تصاویر خام از هر CCD، read out می شود و بر روی دو دیسک جداگانه ذخیره سازی می شود.

Level0 ← اطلاعات از نقطه نظر صحت مورد ارزیابی قرار گرفته و تنها بر روی یکی از دیسک ها قرار خواهد گرفت.

Level1 ← تصویر را از لحاظ رادیومتریکی تصحیح می کنیم و جهت انجام بهینه عملیات موزاییک زیر تصاویر، آماده سازی می شوند.



Level2 ← به stitching تصاویر پانکروماتیک را با روش هم وصل می کنیم. در این سطح تصاویر در باند رنگی همچنان بصورت جداگانه از تصویر پانکروماتیک خواهند بود.

Level3 ← را با روش multi-spectral تصاویر پانکروماتیک وصل می کنیم. که pansharpening در واقع همان تصویر تلفیقی حاصل از باندهای رنگی و پانکروماتیک خواهد بود، ایجاد می گردد.

دوربین رقومی Ultracam

قابلیت های رادیومتریکی و هندسی دوربین Ultracam

- ذخیره سازی داده ها به صورت 12 bit، در مقایسه با دوربین های معمولی با فرمت ذخیره سازی 8 bit
- امکان upgrade کردن آن توسط تکنولوژی کامپیوتر آسان می باشد
- به عوامل گرمایی و دیگر عواملی که بر روی سیستم های دوربین Multi-lens اثر می گذارد غیر حساس می باشد.
- می توان تصاویر را در راستای حرکت هواپیما زیاد کرد بدون آنکه هزینه ای برای ما در بر داشته باشد.

- **شفافیت تصویر اخذ شده دیجیتال و آنالوگ**

- تحقیقات که در سال ۲۰۰۳ توسط گروبر و لربن منتشر شده

- مورد سایه های درون عکس و شفافیت تصویر اخذ شده تصاویر دیجیتال به مراتب از هم تایان آنالوگ خود عملکرد بهتری دارند.

- تصویر سمت راست: تصویر دیجیتال Ultracam با اندازه پیکسل سایز زمینی ۱۶ سانتی متر،

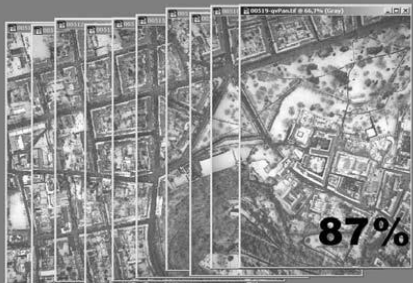
تصویر سمت چپ : تصویر اسکن شده با اندازه

پیکسل سایز زمینی ۱۵ سانتی متر



افزایش پوشش

- امکان پوشش بیش از ۶۰ درصد را برای ما ایجاد می کند
- با پوشش ۸۰ درصد هر نقطه زمینی ۵ مرتبه بر روی تصاویر ایجاد می شود .
با پوشش ۹۰ درصد هر نقطه ۱۰ مرتبه ایجاد می شود
- ۲۷۰۰ تصویر را در هر ماموریت پرواز با نرخ بیش از یک فریم در هر ثانیه می تواند ایجاد کند بنابراین به پوشش ۸۰ درصد در بیشتر ماموریت هایش دست می یابد .



کالیبراسیون

کالیبراسیون در این دوربین ها به صورت دو مرحله ای صورت می گیرد.

ابتدا تک تک سنسورها در مخروط عدسی متناظر خود کالیبره می شوند Single Head Calibration

کالیبراسیون رادیومتریک و ✓

کالیبراسیون هندسی ✓

سپس کلیه ۹ سنسور در یک فریم به طور یکجا و در ارتباط با هم کالیبره می شوند

Platform Calibration

دوربین رقومی Ultracam

- همانند هر محصولی از این دست، دوربین UltraCam نیز دارای یک سری توانمندی ها و احیاناً یک سری نقایص و کمبودها می باشد.
- کیفیت رادیومتریکی بالای تصاویر، نسبت بسیار بزرگ S/N ، توان Classification نسبتاً بالا در مقایسه با دوربین های آنالوگ، برطرف شدن مشکل اشیاء درون سایه در تصاویر این دوربین و فریم مبنا بودن این دوربین که خود منجر به اختیاری شدن سیستم GPS/INS می گردد را می توان در زمره برخی از توانمندی های این دوربین برشمرد.
- در عوض کوچکی نسبت باز به ارتفاع پرواز که جزء ذات همه دوربین های رقومی فریم دار است و منجر به کاهش دقت خصوصاً در مؤلفه Z می گردد، مهمترین نقیصه این دوربین به حساب می آید. که البته این کاهش دقت چشمگیر نبوده و قابل صرف نظر کردن می باشد. همچنین شکننده بودن ساختار هندسی این دوربین، لزوم کالیبراسیون دوره ای را مطرح می سازد.